정 해 남 교수지도
석사학위 청구논문

중학교 여학생의 수학적 성향개발을 위한 재량활동 자료개발연구

2008

성신여자대학교 교육대학원

교육학과 수학교육전공
이 지 혜

중학교 여학생의 수학적 성향개발을 위한 재량활동 자료개발연구

정 해 남 교수지도

이 논문을 석사학위논문으로 제출함

2008년 5월

성신여자대학교 교육대학원

교육학과 수학교육전공

이 지 혜

인 준 서

이지혜의 석사학위논문을 인준함

심사위원____________________ ㊞

심사위원____________________ ㊞

심사위원____________________ ㊞

성신여자대학교 교육대학원

논문 개요

본 연구는 남녀 간의 학업 성취도 차이에 있어서의 다양한 원인 중 정의적 영역 측면인 수학적 태도에 관하여 여성이 남성보다 우호적인 태도를 보이지 못하는데 초점을 두고 중학교 여학생의 수학적 성향 개발을 위한 자료개발을 하는데 그 목적이 있다.

이러한 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

1. 수학교과에 대한 관심, 흥미, 참여 등을 유발할 수 있는 수학 학습 자료에 대한 자료에 대한 연구들을 고찰한다.

2. 중학교 여학생들의 수학적 사고력을 신장시키기 위한 수학 학습 자료를 개발 및 지도방안을 제시 한다.

이를 위해 성별 차에 관한 연구를 정리 해보고, 남녀 학생의 수학성취도에 나타난 특성과 내용영역에서의 차이를 살펴보아 교수 학습 자료 개발 방향을 설정하였다. 연구 내용에 따라 중학교 여학생의 성향 개발의 자료에 여학생의 관심, 흥미 등을 유발할 수 있고 수학교과와 관련한 내용을 자료로 정하였다.

또한 수학 문제 해결만을 위한 내용이 아닌 학습자 스스로 능동적인 학습 활동과 수학적인 사고 태도를 길러줄 수 있는 자료를 개발하는데 중점을 두었다. 중학교 수학 교육 과정과 관련된 문제를 해결하는 과정에서 교과 내용을 풍부히 하고, 참여를 유도 할 수 있는 자료의 배경이 되는 설명, 실생활에서 볼 수 있는 것, 게임 등 구체적인 활동을 포함하였다.

본 연구에서 개발된 자료는 재량활동시간을 통해 활동을 해봄으로써 여학생의 수학적 성향을 개발을 할 수 있기를 기대하며, 또한 현장 교사

들이 수업 자료를 개발하는데 참고 자료로 활용될 수 있으리라 기대된다. 또한 수학에 대한 흥미를 향상시켜서 학습의 효율성을 높일 수 있을 것이라 생각한다.

차례

표 차례

Ⅰ. 서 론

1. 연구목적 및 필요성

NCTM(National Council of Teachers of Mathematics, 1989, 2000)은 21세기 자유 민주주의 정보산업 사회를 살아가는 학생들에게 수학적 소양의 중요함을 강조하면서 이에 대한 새로운 목표를 설정 하였다. 수학적 소양의 중요성을 반영한 수학 학습 목표는 첫째, 모든 학생들은 수학의 가치를 이해할 수 있어야 하며 둘째, 수학을 행하는 자신의 능력에 대해 확신을 가져야 한다. 셋째, 수학 문제의 해결자가 되어야 하며 넷째, 수학적으로 의사소통하는 것을 배워야 한다. 다섯째, 수학적으로 추론하는 것을 배워야 한다는 것을 내세우고 있다. 이러한 목표를 위해 학생들은 수학적 활동의 중요성을 이해하고, 수학적 습관을 기르고, 일상생활에서 수학의 역할을 이해하고 음미할 수 있도록 하는 다양하면서도 상호관련된 경험을 할 필요가 있다. 목표를 달성함으로써 학생들로 하여금 수학적 소양을 갖추게 하는 것이다. 수학적 소양은 문제해결을 위해 수학적 방법을 다양하게 사용하는 능력뿐 만 아니라, 탐구하고, 추측하고, 논리적으로 추론하는 개인의 능력을 뜻한다. 이러한 소양을 갖추어감으로써 모든 학생들의 수학적 힘은 발전된다.

또한 이러한 수학적 힘의 신장과 동시에 NCTM(2000)에서는 새로운 사회적 목표의 하나로서 '만인을 위한 수학'을 제시하고 있다. 이 목표는 수학과목에 있어서 인종이나 민족, 성차 등에 따른 불평등이 존재 하지 않도록 해야 한다는 것이다. 과거의 대부분의 소수 민족들과 여자들은 수학 학습에서 배제되었기 때문에 기술 공학과 과학을 사용하는 직업에 접

근할 기회가 적었다. 여자들과 다양한 소수 민족들이 동등한 기회를 가지고 공평한 대우를 사회에서 받아야 하는 것에 대해 더 이상 수학 과목이 문제가 되어서는 안된다고 NCTM(2000)에서는 강조한다. 즉, 모든 학생들이 수학을 공부할 수 있도록 하고 정해진 교육 목표를 달성할 수 있도록 학생의 수학적 능력에 적합하게 수업이 이루어져야 한다. 여기서 우리는 수학적 성향의 성별 차에 따른 차별이나 편견 없이 평등하게 학습할 수 있는 방안을 강구 할 필요가 있다.

교과 영역에 대한 성별 차이에 대한 다양한 연구 결과가 있다. 통계과목의 연구에서 성별 차이는 발견되지 않았거나 여학생은 남학생에 비해 높은 점수를 얻은 연구 결과도 있고(Elmore & vasu, 1980), 기초미적분 과목에서 성별 차이는 발견되지 않았다(Ernest, 1976 : Struik & Flexer,1997)는 연구 결과도 있다. 우리나라의 경우 한국 교육 과정 평가원에서 발표한 2004년 국가수준 학업 성취도 연구를 살펴보면, 여전히 중등학교에서 성별에 따른 성취도에 차이가 있었고, 여기서 남학생보다 여학생의 성취도가 더 낮게 나타났다. 다시 말해 남녀 간에 성취도의 차이가 나타나고 있다는 것이다. 그 원인에는 여러 가지가 있는데, 인지적 영역이나 정의적 영역 등으로 나누어 찾아볼 수 있다.

본 논문에서는 인지적 영역인 수학적 지식이나, 기능의 획득의 차이보다는 정의적 영역 즉 수학적 태도에 관하여 여성이 남성보다 우호적인 태도를 보이지 못하고 있다는 것에 초점을 두도록 한다.

1994년과 1999년 교육통계 연보에 따르면 4년제 대학에서 이공계열을 전공하는 학생 중 여학생은 20.9%에서 22.0%로, 대학원 과정에서는 14.7%에서 17.3%로 조금 향상되기는 했으나 증가폭이 미미하게 나타나는 현상을 토대로 수학적 성향이 이공계열을 선택하는데 영향을 미친다고 유추해 볼 수 있다. 여성의 수학과학 관련 분야의 참여도를 보면 수학

분야의 관련된 분야에서 종사하는 남녀의 비율은 통계청자료(1995)에 의하며 남성은 92.7%인 반면 여성은 7.23%로 나타나고 있다. 여성의 종사자수가 남성에 비해 현저하게 낮은 것을 알 수 있다. 수학 수업에서 남녀 학생의 성취도의 차이가 점점 줄어들고 있고, 성별차이가 발견 되지 않은 연구 결과도 있지만 고등학교에서 계열 선택과 대학의 전공 선택에 있어서 여학생은 여전히 이공계를 꺼려하고 있다. 또한 Aiken(1976)에 따르면 초등학교에서는 수학 성취도에 있어서 남녀의 차이가 거의 없으나 중고등학교에 올라갈수록 점점 차이가 생겨 남학생이 여학생보다 더 우수하다고 주장하고 있는데 이는 앞에서도 말했듯이 우리나라의 현실과 유사하다. 수학 과학 관련 분야의 여성전문 인력이 부족함을 시사하고 있는 것이다.

사회에서 남녀 차이를 줄이고 수학적 성향 개발을 위한 노력이 필요하다고 생각된다. 그러므로 본 연구자는 중고등학생이 되면서부터 남녀 학생의 성취도나 수학적 성향 차이가 생기기 시작 하는 중학교 여학생의 수학적 성향 개발에 초점을 두어 자료 개발을 하고자 한다. 또한 학생 개 개인의 수학 교과에 대한 흥미와 관심을 유발시켜 주어 즐거운 시간이 되도록 자율적으로 수업을 구성할 수 있는 수학 교과 재량 활동시간을 활용하여 여학생의 수학적 성향 개발을 시키고자 한다. 자료 개발은 교과서 위주의 문제 해결자로서의 일방적이고 따분한 역할에서 해방되어 수학을 더욱 친밀하고 흥미 있게 받아들일 수 있도록 하며, 여학생들이 수학에 대해 새로운 시각에서 관심과 흥미를 갖게 하여 적극적으로 수학 학습에 참여 할 수 있도록 함으로써, 이공계열의 선택이나 직업 진로에 있어서 수학 때문에 어려움을 겪지 않기를 바란다.

2. 연구 내용

본 연구의 목적 달성을 위한 주요 내용 및 방법은 다음과 같다.

1) 수학교과에 대한 여학생의 관심, 흥미, 참여 등을 유발할 수 있는 수학 학습 자료에 대한 연구들을 고찰한다.

2) 중학교 여학생들의 수학적 성향을 신장시키기 위한 수학 학습 자료를 개발하고, 개발 자료의 활용방안을 제시한다.

3. 용어 정의

1) 수학적 성향(mathematical disposition)

NCTM(2000)은 수학을 학습하는 것은 단순히 개념이나 절차 및 그 응용을 학습하는 것 이상의 것이며, 그것은 수학적 성향을 발달시키는 것과 상황을 판단하는 강력한 방법으로 수학을 파악하는 것을 포함한다고 한다.

본 논문에서 학생들의 수학적 성향은 단순히 태도가 아니라, 긍정적으로 사고하고, 행동하는 경향, 즉 과제에 접근하는 방식이나 자신감, 다른 대안을 찾아보려는 자발성, 지속성, 흥미, 자신의 생각을 반성하려는 경향을 뜻한다.

2) 재량활동(individual activity)

제 7차 교육과정은 교과활동, 재량활동, 특별활동 세 영역으로 편제 되어 있어서, 학교에서의 의도된 교육은 이 세 영역을 통해 이루어진다. 그 중 재량활동 교육과정이란 단위 학교의 교육적 필요와 요구에 따라 교육의 목표, 내용, 방법, 평가에 관한 일체의 사항을 단위학교가 결정 운영하는 교육 활동을 의미한다(교육부, 2001). 본 연구에서는 직접적인 체험학습으로 교과의 심화 보충학습을 통해 인지적 학습과 태도 및 기능을 강조하는 재량활동시간을 통해 여학생의 수학적 성향을 향상 시킬 수 있는 시간으로 한다.

4. 기대되는 효과

본 연구를 통하여 기대되는 효과는 다음과 같이 예상된다.

첫째, 중학교 여학생의 수학적 성향 개발을 위해 여학생의 자발성, 지속성, 흥미 등을 불러일으킬 수 있는 자료를 개발함으로써 수학교육에서의 학습 자료를 제시할 수 있고 여학생을 위한 학습지도에 도움을 줄 수 있다.

둘째, 재량활동시간을 이용하여 여학생들의 능동적이고 적극적인 활동을 유발함으로써 수학에 대한 긍정적 태도를 가지게 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

본 연구를 위한 이론적 배경으로 수학 학습 성취도에서 나타나는 성별 차이에 대한 연구동향과 성별차이에 관한 선행연구를 정리하고 TIMSS의 수학 성취도의 성별차이에 대해 살펴본다. 또한 여학생의 수학적 성향 개발을 목적으로 하는 WISE(Women Into Science and Engineering)의 활동에 대해 살펴보도록 한다.

1. 국내외 성별차이의 선행연구

1978년부터 1990년까지 JRME(Journal for Research in Mathematics Education)에서 발표된 354개의 성별 차이에 대한 논문이 38개로 전체 논문의 10.8%를 차지할 정도로 활발히 연구되고 있다(이영주, 1999, 재인용).

JRME에 발표된 성별 차이에 대한 논문들의 대다수는 남녀의 수학 성취도에 있어서의 성별차이의 본질과 크기에 관한 것이다. 수학의 여러 영역(대수, 추론, 기계적 계산 기능, 기하, 그래프 이해)과 성별차이의 다양한 변인, 수학 불안에 대한 연구가 이루어졌다. 교사 학생 간의 상호작용이 본질과 함께 성역할 지향과 수학학습의 연관성에 대한 연구가 있었으며, 수강 과목의 영향과 선택과목 참가에 대한 비교 연구도 있었다.

Fennema(1993)은 1974년부터 20년간 JRME에 발표된 논문과 Sherman과의 17년간의 공동 연구 결과를 포함한 여러 문헌을 분석하여 성과 수학에 대한 연구 결과를 다음과 같이 정리 하였다. 첫째, 수학 성취도에서의 성별 차이는 점차 감소하고 있다. 둘째, 복잡한 문제를 다루

는 수학 학습과 수학에 대한 개인적 신념, 그리고 수학을 포함하는 직업 선택에 있어서의 성별 차이는 여전히 존재한다. 셋째, 수학에서의 성차는 사회 경제적 지위와 만족, 학교, 교사 변인에 따라 다양하게 나타난다. 넷째, 교사는 남학생의 학습에 유리한 교실 분위기를 만들어 가는 경향이 있다. 다섯째, 일부 처치 프로그램은 수학에서의 평등함을 얻는데 성공적이었다(Fennema & Hart, 1994, 재인용). 성별 차이가 감소하고는 있지만 여전히 존재 한다는 결론은 이끌고 있다. 그 중 성별 차이에 영향을 미치고 있는 학업 성취도, 학습 영역 등의 인지적요인과 동기나 학습 흥미 등의 정의적 요인으로 갖는 성별 차이에 관한 연구를 살펴보고자 한다.

1) 인지적 요인에 대한 성차 연구

학업 성취도, 학습 영역, 문제해결전략 등의 인지적 요인에 관한 성차 연구사례는 다음과 같다.

이향란(1991)은 고등학교 1학년을 대상으로 정의적 영역과 기하, 계산, 공간 지각에서의 성별차이를 조사하여 다음과 같은 결론을 얻었다. 정의적 영역에서는 남녀 간에 유의미한 차이는 없었으며, 기하, 계산, 공간 지각의 세 영역에서 차이가 나타났다. 그러므로 기하, 계산, 공간 지각의 세 분야에서 남녀 학생들의 평균 점수를 비교하여 성별 차이가 크게 나타나는 분야를 알아보고자 하였다. 그 결과 계산, 기하, 공간 지각의 순서로 남학생의 성적이 여학생보다 높았다. 남녀 학생 간에 성별 차이는 존재한다고 결론지었다.

권오남(2005)은 중학교 3학년 여학생을 대상으로 개발된 수학 학습프로그램을 실시하고 함수적 사고에 대한 사전, 사후검사를 통해 수집된 자

료를 양적, 질적으로 분석하였다. 분석 결과, 함수에 관한 수학적 이해의 평가 문항에 대한 성취 수준은 유의한 수준으로 향상되었다. 문항별 문제 해결 전략의 질적 분석 결과, 학생들은 사전 검사에 비해 사후 검사에서 보다 유연하고 다양한 문제 해결 전략 및 표현을 구사하고, 변화의 패턴을 초기의 국소적 시각에서 벗어나 전체적 관점에서 파악하는 경향을 보여주었다.

Fennema & Carpenter(1998, 재인용)는 중학교 1-3학년 남녀 학생들의 수학 성취도를 평가한 결과, 문제 풀이 능력 측면에서 일반적인 수준에서는 성차가 나타나지 않았으나 고난이도 수준에서는 남학생들이 좀 더 높은 성취도를 보였다. 그러나 문제의 풀이 과정에서 성차가 뚜렷하게 나타나 여학생은 전통적인 방법으로 구체적인 풀이를 하는 반면에 남학생은 창조적인 방법으로 추상적인 풀이를 보였다.

Hanna, G.(2003)는 제 1차(1964), 2차(1980-82), 3차(1995)에 걸쳐 실시된 국제수학 성취도 검사 결과를 비교하여 13세 학생에게서는 성차가 급격하게 줄어 더 이상 나타나지 않고, 17세 학생에게서는 성차가 꾸준히 줄어들고 있음을 확인 하였다. 성차 해소의 가장 큰 원인으로는 각국의 수학에서의 성차해소를 위한 노력을 들었고, 교육 환경과 학습 전략 등의 변화 역시 중요한 기여를 했다고 보았다.

이상에서 살펴 본 인지적 요인을 갖는 성차 연구 사례들을 종합해보면 수학 성취도 검사에서의 성차는 줄어들고 있으나 최상위 집단 혹은 고난도 문제풀이에서는 남학생의 성취도가 높게 나타났다. 우리나라의 경우는 남학생의 성취도가 여전히 높게 나타고 있으며, 학습 영역 면에서는 기하나 공간, 지각 능력에서 남학생의 성취도가 높았다. 수학적 문제 해결 능력 면에서는 남학생은 실생활의 활용, 추론, 개념 이해 및 적용 능력에서 뛰어나고, 여학생은 알고리즘적 계산능력이 뛰어났다. 또 수학적 문제 해

결 전략 면에서는 남학생은 창의적이고 추상적인 풀이를 선호하고, 여학생은 전통적이고 구체적인 풀이를 선호하였다. 그러므로 여학생의 수학성취도 향상을 위한 자료개발이 필요로 하며, 자료개발은 기하나 공간, 지각능력을 향상시킬 수 있도록 한다. 또한 여학생의 창의적 능력을 키워줄 수 있고, 실생활에 적용하거나 추론할 수 있는 자료를 만들도록 한다.

2) 정의적 요인에 대한 성차 연구

수학 불안, 자신감, 자기 효능감, 성취 동기, 학습 흥미 등의 정의적 요인에 관한 성차 연구를 살펴보면 다음과 같다.

이연옥(1989)은 수학 성취에서 남녀 차이를 나타나게 하는 근원이 사회, 문화적 요인의 영향임을 기본 전제로 하여, 부모의 기대 및 학습자 자신이 수학을 대하는 태도가 수학 성취에 미치는 영향을 성별에 따라 분석하였다. 이 연구에서는 어머니의 기대 중에서 자녀의 수학 능력에 대한 기대는 남학생의 경우에 더 높게 나타났다. 수학을 대하는 학습자 자신의 태도에서 대체로 남학생이 높게 나타났으나, 수학에서 성공에 대한 태도는 여학생이 더 높게 나타났다. 이는 여학생의 수학 성취 수준이 열등하므로 수학을 잘 하는 학생으로 인정받고 싶은 욕구가 여학생에게 더 강하게 작용했기 때문에 나타난 결과로 해석하였다. 또한 어머니의 기대 및 학습자 자신이 수학을 대하는 태도는 성별에 따른 수학 성취에 간접적인 영향을 미치고 있으며, 성별이 수학 성취에 미치는 직접 영향은 극히 적다고 밝히고 있다.

송소영(1996)은 남녀 중학생을 대상으로 수학에 대한 태도를 조사한 결과, 남학생들은 수학학습에 있어서 자신감, 동기, 유용성 등 내적 요인의 영향을 받는 반면 여학생은 부모, 교사 등 외적 요인의 영향을 받음을

보여주었다. 성공과 실패요인의 분석에서 남학생은 성공의 원인을 능력에 두는 반면 여학생은 노력과 환경에 두었다. 또한 실패의 원인으로 여학생은 남학생에 비하여 능력이나 노력 등에 두는 경향이 있었다.

Horner(1968. Leder. 1992. 재인용)은 성공에 대한 두려움에 관한 성차를 연구한 결과 남성 영역으로 여겨지는 분야에서의 여성의 성공은 부정적인 결과를 수반한다는 고정관념이 있으며, 이는 능력이 있고 성취 지향적인 여학생에게 정서적 불안을 불러일으킨다고 보았다. 즉 성공에 대한 두려움은 여학생의 저조한 수행능력 그 자체보다는 타인의 기대에 순응하고 내면화 하려는 것과 관련되어 있다고 결론지었다.

Steinkamp, Harnisch, Walberg & Tsai(1989)는 12개국에서 13세 학생을 대상으로 제 1차 국제 수학 성취도 검사를 실시한 결과, 성차의 원인으로 학생들의 학습 태도, 학습흥미, 학습기회, 숙제의 양 등 상황적인 다양한 변인들을 언급하였고, 사회 심리학적 요소와 학습 과정에서의 경험적인 요소가 성차 해소에 중요한 역할을 할 것으로 보았다.

국립평가 자료(Dossey, Mullis, Lindquist & Chanbers, 1988)의 결과는 학교에서 학생들이 학년이 올라감에 따라 수학에 대한 그들의 신념 수준이 감소됨을 보여주었다. 일반적으로 여자는 그들의 학습 성취에 더 자심감이 있음을 나타낼 때조차도 남자보다 덜 확신하는 경향이 있다. 여자들은 또한 수학에서의 성공을 남자보다 덜 능력의 탓으로 돌리는 것처럼 보인다. 여자들은 그들의 성공을 과오의 노력의 결과로 본다. 남자들은 그들의 실패를 여자들보다는 더 많이 그들의 노력부족으로 탓하는 경향이 있다(Lyn D. English & Graeme S. Halford, 2003, 재인용).

이상에서 살펴 본 정의적 요인에 관한 성차연구 사례들을 요약해 보면 여학생은 남학생에 비해 수학에 대한 자신감이 낮고 수학성취도에서의 성차에 영향을 미친다. 수학에 대한 태도에서 남학생은 자신감, 학습동

기, 수학의 유용성 등 내적 요인에 영향을 받고, 여학생은 부모, 교사 등 외적 요인에 큰 영향을 받는 것을 보였다. 여학생의 수학적 성향 향상을 위해서 자신감을 가지고 문제를 대할 수 있도록 접근하기 쉬운 자료 개발이 필요 하며, 수학에 대한 태도를 긍정적으로 하기 위해 직접 만들거나 스스로 할 수 있는 자료 개발이 필요하다.

성별 차이에 대한 원인을 분석한 문헌은 다양하다. 분명한 사실은 남녀 학생이 동등한 교육년한과 교육과정하에서 같은 양의 수학을 배워 왔고 같은 과정의 수학을 배우고 있는데도 수학 학습에서의 성별 차이가 존재하고 있다는 것이다. 지금까지의 여러 연구들을 참고로 하여, 여학생의 흥미를 유발하도록 하기 위해 여러 교과서 외적 소재들을 찾아 학생의 활동 중심으로 수학적 성취도 향상을 위한 자료를 개발하고자 한다.

2. 수학 성취도에서의 성별차이

수학 성취도에 있어서의 성별 차이에 대한 연구는 지난 20-30년 동안 수없이 많이 행해졌다. 이들 연구에 의하면, 일반적으로 여학생은 언어적 능력과 관련된 교과인 문학이나 언어학에서 우수하고, 남학생은 수리 능력과 관련된 교과인 수학이나 과학에서 뛰어난 것으로 나타났다(Finn, 1980). 학업성취도 남녀 격차에 대한 연구에서 학자들이 공통적인 문제로 지적하고 있는 점은 여학생의 수학과목에서의 낮은 학업성취도이다. 단적으로 Fennema는 남녀 간의 교육적 균등의 핵심은 수학과목에서 나타나는 성별 차이를 좁히는 일이라고 주장하였다.

권오남과 박경미(1995)는 수학성취도에서 성별차이에 대한 Armstrong, Rennema, linn, Linn과 Hyde등의 메타분석의 결과를 다음

과 같이 정리하였다.

첫째, 초등학교 입학 전이나 초등학교 저학년까지는 남녀의 차이가 거의 없고, 초등학교 고학년부터 중학교에 이르기까지는 통계적으로 무시할 수 있을 정도로 미약하게 남학생 우세가 나타나며, 그 차이는 고등학교에서부터 점차적으로 심화된다.

둘째, 여학생들은 전체적으로 볼 때 계산과 같은 낮은 인지 단계의 사고를 요구하는 문제에서, 남학생들은 추론이나 다단계 문제 풀이와 같이 높은 인지 단계의 사고를 주로 하는 문제에서 우세를 보인다. 따라서 수학 성취도에 있어서의 성별 차이가 학년이 올라감에 따라 점점 가중되는 것은 교육과정 자체에서 높은 인지단계의 내용을 다루는 비율이 높아진다는 측면에서도 이해될 수 있다.

셋째, 수학 성취도에 있어서의 성별 차이는 현대로 올수록 점점 감소하고 있다. 다시 말해 1990년대에 행해진 연구에서는 1970년대에 이루어졌던 연구에서보다 근소한 성별 차이가 보고되고 있다.

넷째, 공간화 능력을 필요로 하는 기하 과목에서는 특히 남학생들의 성취도가 여학생들의 성취도보다 높은 것으로 나타났다.

수학 성취도에 있어서 성별 차이는 현대로 올수록 감소하고 있으나, 기하영역과 높은 인지 단계를 요구하는 문제일수록 여전히 차이를 나타내고 있다. 또한 지금까지 수학 성취도 또는 수학적 능력 등 수학 학습에 있어서의 성별 차이를 연구한 문헌들은 수학 학습 초기단계에서는 성별 차이가 나타나지 않으나, 중 고등학교에 이르면 남학생이 여학생들보다 우월하다는 사실을 공통적으로 지적하고 있다(이향란, 1990).

수학 학습 초기 단계에는 성별 차이가 나타나지 않으므로 수학 학습에서의 성별차이가 두드러지기 시작하는 중학교 수학 학습에 초점을 맞춰 성별 차이를 줄이기 위한 연구가 진행되어야 한다.

3. TIMSS 1999/2003 수학 성취도 특성 분석

1999년과 2003년에 실시된 수학 과학 성취도 국제비교연구를 토대로 문항분석을 하고자 한다.

한국 교육 과정 평가원에서 발간한 TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study)의 수학 과학 성취도의 전반적인 특징을 보고하고 있으나, 성별차이에 관해 중점적으로 다루고 있지 않으므로 본 연구 목적에 맞게 TIMSS의 수학 과학 성취도중 수학에 중점을 두고 분석을 한다.

1) TIMSS 1999/2003 수학에서 나타난 성별 차의 특징

1995년을 시작으로 실시된 TIMSS에 우리나라는 1995년에 초등학교 4학년과 중학교 2학년 학생들이 참여하였고, 1999년과 2003년에는 중학교 2학년만 참여하였다. 1995년에는 초등학교 4학년이 수학 2위를 기록하였고, 중학교 2학년은 수학에서 2위의 성적을 기록하였다. 38개국이 참여한 1999년에는 수학 2위, 46개국이 참여한 2003년에는 수학에서 2위를 차지하였다. TIMSS 결과에서 알 수 있듯이 전반적인 우리나라의 수학 성취도는 매우 높은 편이지만, 남학생과 여학생의 평균 점수 차는 TIMSS 1999에서는 5점(1999), TIMSS 2003에서 5점(2003)으로 모두 남학생의 점수가 여학생의 점수보다 높았다. 1995년 이후 성별차가 통계적으로 유의미한 차를 보이진 않지만, 수, 기하, 자료 등 하위 영역에서는 여전히 통계적으로 유의한 차이를 보이고 있다. 따라서 TIMSS 1999와 TIMSS 2003에서 나타난 남여의 성별 차의 평균점수와 문항 유형별 성취율에 따라 성취도를 비교해보고자 한다.

가. TIMSS 1999/2003의 기본 평가틀 비교

TIMSS 1999와 TIMSS 2003 의 평가틀을 비교해보면 내용 영역에서 ‘분수와 수 감각’은 ‘수’로, ‘자료 표현 및 해석’이 ‘자료’로 바뀌어 해당영역에 더 많은 내용이 포함되도록 변경하였다.

구분	TIMSS 1999	TIMSS 2003
내용 영역	분수와 수 감각 측정 기하 대수 자료표현 및 해석, 확률	수 대수 측정 기하 자료
행동/ 인지 영역	-행동영역- 지식 정형화된 절차 수행 복합적인 절차 활용 문제해결 의사소통과 추론 ※의사소통이 독립적인 영역임	-인지영역- 사실과 절차 지식 개념활용 경형적인 문제해결 추론 ※의사소통이 모든 내용 영역과 인지 영역에 핵심적인 기능을 하지만 독립적인 영역으로 다루어 지지 않음

<표2-1> TIMSS 1999/2003 수학 평가틀 비교

TIMSS 1999의 행동영역이 TIMSS 2003에서는 인지영역으로 바뀌었고 하위에 있는 범주를 재정리했으며, 수학적 의사소통을 독립적인 범주로 설정하지 않았다(박정 외 2004a).

나. TIMSS 1999/2003의 성별에 따른 수학성취도 비교

TIMSS 1999와 TIMSS 2003의 수학 문항에 대한 남녀 학생의 평균과 그 점수 차이는 <표2-2>와 같다.

수학 성취도				
	나라	여학생	남학생	평균차이
TIMSS 1999	우리나라	585	590	-5
	국제평균	485	489	-4
TIMSS 2003	우리나라	586	592	-5
	국제평균	467	466	1

<표2-2> TIMSS 1999/2003중학교 2학년 수학 성별 성취도

우리나라의 경우 TIMSS 1999와 TIMSS 2003 모두 여학생의 평균 점수가 남학생의 평균 점수에 비하여 낮으며 국제 평균의 평균차이보다 그 차이가 더 많은 차이를 보이고 있다. TIMSS 1999에서 여학생의 국제 평균이 485점, 남학생의 국제 평균이 489점으로 남학생이 여학생보다 더 높은 성취를 보이고 있으며, 우리나라의 경우 여학생의 평균이 585점, 남학생의 평균이 590점으로 남학생이 여학생보다 더 높은 성취를 보이고 있다. 한편, 2003년에 실시한 TIMSS의 경우 국제 성취도는 TIMSS 1999와 반대로 여학생의 평균 점수는 467점, 남학생의 평균 점수는 466점으로 점수 차이가 1점으로 큰 차이는 보이고 있지 않지만 여학생의 평균 점수가 남학생에 비해 높은 것으로 나타났다. 그러나 우리나라의 경우 여학생의 평균이 586점, 남학생의 평균이 592점으로 여전히 여학생의 평균이 남학생보다 낮게 나타나고 있다. 따라서 우리나라는 1999년에서 2003년에 이르기 까지 통계적으로 유의한 차이는 아니지만

남학생의 성취점수가 여학생의 성취 점수 보다 꾸준히 높은 상태임을 알 수 있다. 또한 여학생의 평균 점수가 남학생의 평균 점수의 국제평균 차이보다 그 차이가 더 큼을 알 수 있다.

다. TIMSS 1999/2003의 수학 문항 유형별 성취도 비교

TIMSS 1999의 전체 수학 문항은 선다형 125개, 자유반응형 37개였고, TIMSS 2003은 선다형 128개, 자유반응형 66개였다. 한국 과정평가원이나 OECD에서 발표한 TIMSS 국제 보고서에서 문항 유형별에 따른 성별 차를 알 수 있는 자료를 찾을 수 없어 문항 유형별 성취도 비교에 한하여 공개 문항집에 제시된 공개문항에 대하여 여학생과 남학생의 성별차를 정리 분석한다. TIMSS 1999의 공개문항은 선다형 65문항, 자유반응형 17문항이고 TIMSS 2003은 선다형 71문항, 자유반응형은 26문항이다. <표2-4>는 공개문항에 제시된 정답률을 근거로 여학생의 정답률에서 남학생의 정답률을 뺀 값을 성별차로 하여 5% 간격으로 정리한 것이다.

TIMSS 1999와 2003에서 선다형 문항과 자유반응형 문항에 대한 여학생과 남학생의 정답률의 차를 비교해보면, TIMSS 1999의 경우 선다형 문항에서 남학생의 정답률이 여학생의 정답률보다 높은 문항수가 선다형 전체 문항수의 64.6%로 남학생의 성취율이 여학생의 성취율 보다 높게 나타나고, 자유반응형 문항에서는 남학생의 정답률이 여학생의 정답률보다 높은 문항수가 자유반응형 전체 문항수의 53%로 남학생의 성취율이 여학생의 성취율보다 높게 나타난다. 반면 TIMSS 2003의 선다형 문항에서는 남학생의 정답률이 여학생의 정답률보다 높은 문항수가 선다형 전체 문항 수의 52.1%로 남학생의 성취율이 여학생의 성취율보다 높

게 나타나고, 자유반응형 문항에서는 남학생의 정답률이 여학생의 정답률보다 높은 문항수가 자유반응형 전체 문항수의 50%로 남학생의 성취율이 여학생의 성취율보다 높게 나타난다.

성별차(%)[1]	TIMSS 1999		TIMSS 2003	
	선다형	자유반응형	선다형	자유반응형
-15이상~-10미만	1(1.5%)	2(11.8%)	3(4.2%)	–
-10 ~ -5	13(20%)	–	8(11.3%)	7(26.9%)
-5 ~ 0	28(43.1%)	7(41.2%)	26(36.6%)	6(23.1%)
0 ~ 5	22(33.4%)	5(29.4%)	29(40.8%)	12(46.2%)
5 ~ 10	2(1.5%)	3(17.6%)	5(7.0%)	1(3.8%)

<표 2-3> TIMSS 1999/2003 중학교 2학년 성별 수학 문항유형별 성취율

선다형과 자유반응형 성취율을 성별차이로 살펴봤을 때, 자유반응형보다는 선다형 문항에서 남학생의 성취율이 여학생의 성취율보다 높게 나타난다.

2) 성별에 따른 수학 내용영역별 성취도 비교

이 절에서는 TIMSS의 내용영역에 따라 성별차이가 있는지를 살펴보고자 한다. TIMSS 1999와 TIMSS 2003에서 나타난 남녀의 성별차를 전제로 내용영역별 성취도 비교하고, TIMSS 2003의 수학 문항을 더 자세히 살펴보고자 한다.

---

1) 성별차는 여학생과 남학생의 정답률의 차를 말한다. 따라서 성별차가 양수인 경우는 여학생의 정답률이 남학생의 정답률에 비하여 높으므로 여학생의 성취도가 더 높음을 의미하고 , 음수인 경우는 그 반대의 경우이다.

가. TIMSS 1999/2003의 성별에 따른 수학 내용영역별 성취도 비교

TIMSS 1999에서는 내용영역을 분수와 수 감각, 대수, 측정, 기하, 자료의 표현 및 해석 확률의 5개 영역으로, TIMSS 2003은 수, 대수, 측정, 기하, 자료의 개 영역으로 나누어진다. 내용 영역에서의 성별차를 분석하기 위해 우리나라의 평균 점수와 국제 평균 점수를 비교 하였다.

년도	나라	수학 내용 영역별 평균 점수									
		분수와 수 감각		대수		측정		기하		자료의표현 및 해석, 확률	
		여	남	여	남	여	남	여	남	여	남
TIMSS -1999	대한민국	566	573	585	585	567	575	569	578	574	579
	국제평균	484	491	489	485	483	491	485	489	486	489
TIMSS -2003	대한민국	582	589	596	598	575	579	593	601	564	574
	국제평균	467	467	471	462	464	470	466	467	467	467

<표 2-4> TIMSS 1999/2003 중학교 2학년 수학 내용 영역에 따른 성별 성취도

TIMSS 1999의 내용 영역별 수학 성취도에 있어서 국제 평균의 경우 분수와 수감각, 측정 영역에서 남학생이 여학생보다 통계적으로 유의하게 높게 나타났다. 기하, 자료의 표현 및 해석 확률 영역에서 남학생의 평균

점수가 여학생의 평균 점수보다 높았으며, 대수에서는 여학생이 더 높았다.

마찬가지로 우리나라의 경우 대수 영역을 제외한 모든 부분, 즉 분수와 수 감각(7점), 측정(8점), 기하(9점), 자료의 표현 및 해석 확률(5점)에서 남학생의 평균 점수가 여학생보다 높았다.

TIMSS 2003의 국제 평균에서는 수와 자료 영역에서 여학생과 남학생의 차이가 나타나지 않았으며, 일반적으로 남녀학생의 능력 차이가 많이 나타난다고 알려진 기하영역에서 조차 성별에 따른 성취도 차가 1점에 불과 하였다. 반면 전통적으로 여학생의 성취가 상대적으로 높다고 알려진 대수 영역(박정 외, 2004)에서는 여학생의 평균 점수가 남학생보다 통계적으로 유의하게 9점 높았으며, 측정 에서는 남학생의 평균 점수가 여학생보다 통계적으로 유의하게 6점 높았다. 반면, 우리나라는 모든 영역에서 남학생 성취도가 여학생보다 높았다. 특히 기하 영역에서는 남학생의 성취도가 601점으로 593점인 여학생보다 유의하게 8점 높았으며, 자료 영역에서는 남학생 574점, 여학생 564점으로 성별 차이가 10점으로 기하 영역보다 성별 차이가 더 크게 나타났다. 그리고 수 영역에서도 남학생이 589점, 여학생이 582점으로 성별 차이가 7점으로 통계적으로 유의한 차이가 있었다. 다시 말하면 TIMSS 1999에서는 분수와 수감각, 측정, 기하에서 남학생의 평균 점수가 여학생의 평균 점수보다 높았으나, TIMSS 2003에서는 모든 영역에서 여학생의 평균 점수가 남학생의 평균 점수보다 높았다. 특히 수, 대수, 기하에서 여학생의 평균 점수가 남학생보다 통계적으로 유의하게 높았다.

우리나라의 경우 자료 영역에서 남녀의 평균 점수 차가 더 커졌고, 대수영역에서는 남학생이 여학생보다 높은 점수를 획득하였다. 그러나 우리나라는 성취도는 높지만 성별 차에서 여전히 그 차를 좁히고 있지 못하

고 있어 그 대책 마련이 시급하다고 할 수 있다.

나. TIMSS 2003 수학 문항 분석

TIMSS 2003 결과에 따르면 내용 영역별로 볼 때 모든 영역에서 남학생의 성취도가 여학생보다 높았으며 그 중 통계적으로 유의한 차를 보인 영역은 수 영역, 기하 영역, 그리고 자료 영역이다. 특히 자료 영역의 경우 여학생의 성취도가 564점, 남학생의 성취도가 574점으로 가장 큰 차이를 나타냈으며, 기하 영역의 경우 여학생의 성취도가 593점, 남학생의 성취도가 601점으로 8점이 낮았고, 전통적으로 여학생의 성취도가 높았던 수 영역에서도 여학생의 성취도가 582점, 남학생의 성취도가 589점으로 7점 낮은 것으로 나타났다.

여기서는 TIMSS 2003의 공개 문항 중에서 여학생과 남학생의 정답률 차가 많이 나는 문항을 중심으로 살펴보고자 한다. TIMSS 2003의 공개 문항은 총 98개의 문항으로 영역별로 여학생과 남학생의 정답률 차를 5% 간격으로 표를 만들면 다음과 같다.

성별차(%)	수 (30문항)	대수 (24문항)	측정 (17문항)	기하 (16문항)	자료 (11문항)
-15이상 ~ -10미만	2	–	1	–	–
-10 ~ -5	6	2	4	1	2
-5 ~ 0	9	6	6	8	3
0 ~ 5	12	11	6	6	6
5 ~ 10	1	5	–	–	–
10 ~	–	–	–	1	–

<표2-5> TIMSS 2003 공개문항의 내용영역별 성별차

수 영역에서는 30문항 중 12문항에서 5%내의 차이를 보였으며, 그중 1문항은 10%내의 차이를 보였다. 대수에서는 24문항 중 11 문항에서 5%내의 차이를 보였으며 5문항은 10%내의 차이를 나타냈다. 측정 영역에서는 17문항 중 6문항에서 5%내의 차이를 보였고, 기하 영역에서는 16문항 중 6문항이 5%내의 차이를 보였으며 10%이상인 것도 1문항 있었다. 자료 영역에서는 11문항 중 6문항이 5%내의 차이를 보였다.

<표2-5>에서 볼 수 있듯이 공개 문항집에 나타난 문항에서는 전체적으로 통계적으로 유의한 차이가 발생한 기하 영역과 자료 영역보다 수 영역과 측정 영역에서 여학생과 남학생의 성취도 차이가 크게 나타나고 있는 것을 알 수 있다. 따라서 수 영역과 측정 영역에 중점을 둔 자료 개발이 이루어져야 한다.

4. WISE

WISE 센터는 수학, 과학, 기술 분야에 재능 있는 여학생이 탄탄한 과학기술분야 전문인으로 성장하도록 초등학교에서 대학(원)까지 다각도의 단계별 프로그램을 개발하여 지원하는 활동을 하고 있는 곳이다.

1) 설립 배경 및 취지

2001년 9월부터 2002년 8월까지 WISE는 시범 사업의 일환으로 여성과학기술인의 순수 자원 활동에 의한 이공계 여학생을 위한 온라인 멘토링 시스템 국내 최초로 도입하였고 여성 친화적 과학교육 프로그램 개발 및 수행을 하였다. 2002년 9월부터 2005년 8월까지는 WISE의 도입기에

해당된다. 이화여자대학교에 WISE 거점센터를 설치하고 전국 각 시도에 지역 센터를 점차적으로 설치하였다. 이화여자대학교 WISE 거점센터는 WISE 사업의 수행을 위한 프로그램 개발, 여성과학기술인 참여, 유관기관 협력 및 홍보 등의 사업 인프라를 구축하고 지역 센터 사업의 수행을 지원하였다. 여성과학기술인의 사회적 역할 확대 및 강화, 여학생의 과학기술친화도 향상 및 이공계 진학 촉진, 이공계 여대학생의 전공 유지 및 과학기술분야 직업 진로 확대, 과학문화기반 조성 및 이공계 긍정적 인식이 확산되도록 하였다. 2005년 9월부터 2007년 6월까지는 WISE의 발전기라고 할 수 있다. 이화여자대학교 WISE 거점센터는 도입기에 확보된 인적자원, 네트워크를 활용하여 WISE 프로그램을 내실화하고 활성화시켰다. 특히 2000년도 사업부터 3단계 확산기에 대비하여 거점센터의 기능을 지역사업과 분리하여 멘토링 사업과 지역사업의 지원, 관리, 평가 및 성과의 확산과 공유 등의 역할을 강화하는 방향으로 사업구조를 재편하였다. 2008년 7월 이후부터 WISE의 광범위한 확산을 위한 활동을 추진 중에 있다.

2) 활동 내용

과학기술 분야에서 여성의 역할을 확대하여 다양한 분야의 이공계 출신 여성 전문인과의 인적 네트워크를 형성하고 상호작용을 통하여 진학, 진로에 도움을 얻고 자신의 경력을 개발하여 갈 수 있도록 지원하는 온라인, 오프라인 멘토링 프로그램을 운영하고 있다.

멘토링 프로그램은 멘토(이공계 출신 여성 전문인)와 멘티(여학생)에게 온라인 네트워크와 오프라인 프로그램을 제공하여 여학생의 관심영역에 대한 전문적인 지식을 얻고 관련 직업분야에 대한 정보를 얻어 진학경로를

선택하고 직업진로를 개발하도록 지원한다. 효과적인 원활한 멘토링 관계 형성을 위하여 멘토와 멘티에 대한 지속적인 안내, 지도, 제한, 자료제공과 프로그램 개발의 업무를 수행한다.

WISE센터 중 부산에 거점을 두고 있는 신라대학교에서는 중학교 여학생을 위한 찾아가는 수학 체험교실을 운영하고 있다. 매달 다양한 주제로 수업을 진행하고 있는데 이중 몇 가지를 소개해 보면 다음과 같다.

① **맨홀뚜껑은 왜 둥글까?**라는 주제로 맨홀뚜껑은 왜 둥근 모양 밖에 없는지 그 원리를 이해하고, 정폭 도형의 개념을 익히고 그 원리를 이용하여 정폭 도형 액자를 만들어 보도록 하고 있다.

② **쉿! 암호를 풀어라**라는 주제에서는 암호의 탄생배경과 종류를 알아봄으로써 흥미를 유발하도록 하고, 시저 바퀴 암호판은 만들어서 암호문을 직접 풀어볼 수 있도록 한다.

③ **사랑이 꼬이면**이라는 주제에서는 뫼비우스의 성질을 공부하고 생활 속의 뫼비우스의 활용에 대하여 알아본다. 하트 고리를 만들고 삼색접시를 만들어 본다.

④ **삼각형이 울어요 똑딱똑딱**이라는 제목을 가진 수업에서는 삼각형의 성질을 공부하고 생활 속에서 왜 삼각형구조 및 모양이 많이 쓰이는지 학습한다. 삼각형의 내심, 외심, 무게중심을 배우고, 생활 속의 활용을 배운다. 삼각형의 내심을 작도하여 시계 만들기를 한다.

⑤ **퍼즐아 놀자**라는 주제를 가지고 퍼즐의 유래 및 퍼즐의 필요성을 공부하고, 여러 가지 퍼즐을 안다. 퍼즐 중 하노이탑 퍼즐과 펜토미노 퍼즐을 만들어서 게임을 한다.

⑥ **이진법 - 0과1**의 주제를 가지고 이진법의 개념을 익히고 수의 역사 및 생활 속의 이진법의 활용에 대하여 알아본다. 바코드 명함과 마법카드를 직접 만들어 본다.

수학 교과 내용과 관련된 주제를 가지고 다양한 활동을 해 볼 수 있도록 하고 있다.

WISE에서는 수학 체험 교실 수업 후 실시한 설문지 조사 내용을 살펴보면 다음과 같다.

수학 체험 교실의 느낌을 매우 좋았다(21%), 좋았다(65%), 보통이다(12%)로 대체로 좋다는 반응을 보였다. 가장마음에 드는 교육 내용으로는 선생님의 공부 가르치는 방법이 이해하기가 쉽다(3%), 직접 손으로 만지고 하여 이해하기 쉽다(81%), 옆의 친구와 의논하면서 생각하게 만든다(12%), 학교에서 선생님이 가르치는 방법과 달라서(3%)로 직접 해볼 수 있다는 것에 가장 크게 호응 하였다. 또한 수학 체험 교실을 통해 가장 좋았던 점으로는 많이 생각하게 하는 탐구력(41%), 친구와 의논하는 협동심(25%), 공부한 것을 가지고 다른 것을 생각하게 하는 응용력(22%), 선생님의 수업 하는 방법(9%)로 많은 학생이 생각을 하게 하는 탐구력을 기를 수 있다고 느꼈다. 수학 체험 교실의 도움 정도에서 매우 그렇다(13%), 그렇다(56%), 보통이다(25%), 아니다(6%)로 도움이 되고 있다고 답하였다. 교육 내용의 수준으로는 매우 맞는다(34%), 맞는다(54%), 보통이다(6%), 수준에 안 맞는다(6%)로 대부분 수준은 적당하다고 느꼈다.

설문 조사의 반응을 종합해보면 수학 체험 교실에서 직접 해 볼 수 있어 이해하기 쉬웠으며 도움이 된다는 긍정적인 답변을 얻을 수 있었다. 또한 이 활동을 통해 탐구력을 기를 수 있는 것을 가장 좋은 점으로 꼽고 있었으며 수준도 적당했다는 답변을 얻었다. 이를 토대로 중학교 여학생의 수학적 성향 개발을 위한 자료 개발의 주제를 정하고, 좀 더 다양한 활동을 제시하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

본 연구는 중학교 수학 학습 내용과 관련하여 여학생의 자발성, 지속성, 흥미 등을 이끌 수 있는 자료를 개발함에 있어, 학습 자료의 선정 및 개발의 기본 방향을 제시한다. 또한 본 연구는 자료 수집을 위한 문헌을 고찰과 개발단계로 나누어진다.

1. 자료수집

국가 수준의 학업 성취도 평가 문항 내용과 결과를 성차에 따라 남녀 학생 성취도의 차이가 나타나는 영역과 그 원인에 대해 분석하고 또한 성취도 결과에 따른 분석하여 여학생의 수학적 성향을 위한 자료 개발의 구체적 영역을 정하였다. 남여 성취도에 관한 서적, 논문, 연구보고서의 내용 등을 참고하여, 중학교 여학생의 수학적 성향개발을 위한 학습 자료의 주제와 내용을 고찰하였다.

2. 자료 개발

1) 주제 선정

문헌 연구를 바탕으로 여학생이 자발성, 지속성, 흥미 등을 느낄 수 있는 내용을 포함하면서 우리나라 중학생이 학습 할 수 있는 주제를 선정하였다. 또한 결과 보다는 과정 중심의 학습 자료로서 수학적 사고력을

신장 시킬 수 있으며, 한 가지 풀이만이 아닌 여러 가지 방법으로 문제를 해결할 수 있는 자료를 선정하였다.

2) 학습목표 설정

학습목표는 주제에 따라 7차 교육과정의 영역 목표 따라 설정하였다.

3) 학습내용 선정

채택된 주제의 학습목표에 알맞은 구체적인 학습내용을 선정 하였다. 학습내용에는 여학생의 자발성, 지속성, 흥미 등을 유발하여 수학적 성향과 수학 성취도 향상을 위한 생활 속의 수학 내용을 중심으로 구성하였다.

4) 학습목표에 따른 자료개발

각 주제의 학습목표를 따라 선정한 학습내용을 적절히 구성하여 중학교 여학생의 수학적 성향 개발을 위한 자료를 개발하였다.

Ⅳ. 자료개발

본 자료는 중학생을 대상으로 재량활동 시간에 손쉽게 활용할 수 있도록 활동지 형식으로 자료를 개발하였다. 여기서는 자료의 구성과 내용, 수학 교과내용과의 관련성 및 배경에 대해 살펴보고자 한다.

1. 자료의 구성과 내용

본 자료는 주제별로 학생의 활동지 내용과 배경을 포함하고 있으며, 활동지는 한 장 또는 그 이상으로 이루어져 있다. 자료의 구성과 내용은 <표 4-1>과 같다. 주제별로 개발한 자료는 <부록>에 첨부되어 있다.

주제	내용
1. 지도색칠하기	· 사색문제 (Four color problem)의 역사적 배경 · 지도를 색칠하는 규칙과 필요한 최소한의 색깔 수에 대한 설명 · 단순한 지도 색칠하기
	· 직선, 원 또는 다각형으로 이루어진 지도 색칠하기 · 실제 지도상에서 색칠하기
2. 바코드 명함 만들기	· 수의 역사 설명 · 바코드란 · 이진법과 십진법 비교, 십진법을 이진법으로 바꾸기 · 명함 만들어 보기-전화번호를 이진법을 이용 바코드로 만들기
3. 마법카드	· 2진법 원리를 이용한 놀이 · 숫자 맞추기 · 마법카드 만들기

4. 암호를 풀어라	· OSC Ⅱ 코드란? · OSC Ⅱ 코드로 암호 만들기 · 암호 해독 및 암호 직접 만들기
	· 암호의 탄생배경과 종류? · 폴리비어스 암호 해독하고 나만의 암호문 만들기 · 시저 암호판을 만들어서 암호문을 직접 풀어보기
5. 도형 짜 맞추기	· 주어진 도형을 같은 넓이를 갖는 다른 도형에 맞추는 것에 대한 안내 · 직사각형과 정팔각형을 잘라서 정사각형으로 짜 맞추기
6. 테셀레이션	· 테셀레이션이란, · 테셀레이션이 가능한 정다각형 찾기 · 테셀레이션이 불가능한 정다각형 찾고 이유 설명해보기 · 나만의 무늬 만들기
	· M.C. Eshcer(1898-1972) 작품 직접 그려보기
7. 황금분할	· 황금비란? · 생활속에 숨겨진 황금비 찾아보기 · 황금비 계산해 보기
	· 갈라져나가는 나뭇가지와 등각나선 그리기
8. 카드 그림 맞추기	· 지수법칙 · 지수 법칙이 틀린 칸에 색칠해서 그림 완성하기
9. 영화와 수학	· 영화<큐브>를 보고 느낀점 · 영화 속의 수학 풀어보기
	· 영화 <뷰티풀 마인드> · 내쉬의 요구게임 · 내쉬 게임

<표4-1> 자료 구성과 내용

2. 활동 목표 및 지도 방안

본 절에서는 개발된 자료의 활동 목표를 기술하고, 교사가 학생들에게 활동 목표를 달성 할 수 있도록 지도하는 방안을 제시하고자 한다. 또한 자료 활동 내용과 교육과정의 연계성도 살펴본다.

1) 지도 색칠하기

학생들에게 활동지를 풀게 한 후 이론적 배경인 사색문제에 대해 설명해 주도록 한다. 임의의 지도를 색깔로 국경을 구별하는데 필요한 색깔의 수는 네 가지 색이면 충분하다는 결론에 이를 수 있도록 한다. 이 활동지는 7차 교육과정의 8-나 단계의 확률과 통계의 내용 중 경우의 수와 연계하여 진행한다.

활동지 1-1과 활동지 1-2의 학습 목표는 여러 가지 모양의 지도를 색칠하는데 필요한 최소한의 색깔의 가지 수를 찾아보는 것에 있다.

활동지 1-1은 학생들에게 지도를 색칠하는 규칙을 알게 한 후 가장 작은 종류의 색을 써서 지도에 색을 칠할 수 있도록 한다.

활동지 1-2는 직선으로 이루어진 지도, 원, 또는 다각형으로 이루어진 지도 그리고 원에 현을 그려 넣은 지도에 색을 칠해볼 수 있도록 한다. 실제 지도에 최소한의 색깔을 써서 색칠해 보도록 하다. 문제 4번이 바로 사색문제이다.

2) 바코드 명함 만들기

활동지 2의 활동목표는 이진법을 십진법으로 십진법을 이진법으로 바꿀 수 있도록 하고, 다른 진법에 대해서도 생각해 보도록 한다. 또한 수의 표현 방법에는 우리가 보통 사용하는 십진법 이외에 이진법도 있음을 알게 한다. 이 활동지는 7차 교육과정 7-가 단계의 수와연산 내용 중 십진법과 이진법의 내용과 연계하여 활동지를 진행한다.

활동지 2는 바코드가 생활 속에서 어떻게 사용되는지와 어떻게 만들어졌는지를 설명한 후 학생이 직접 바코드를 만들어 볼 수 있도록 한다. 바코드를 이용해 자신의 명함 꾸미기를 해볼 수 있도록 한다. 바코드를 만들기 전에 십진수를 이진법으로 바꿀 수 있도록 예를 들어 설명해주고 이진법으로 바꾸어 본다. 또한 숫자의 기원을 살펴보고 10진법 이외도 다른 진법이 있음을 알게 한다.

바코드의 원리도 수학이 사용됨을 강조하고 바코드 말고도 생활 속에서 이진법에 이용되는 것을 같이 찾아보도록 하여 수업에 흥미를 가질 수 있도록 한다. 태극기의 팔괘나 컴퓨터를 예로 들 수 있다.

3) 마법카드 만들기

활동지 3의 활동 목표는 2진법의 원리를 알아보고, 쉽게 풀 수 있도록 하는데 있다. 이 활동지는 7차 교육과정 7-가 단계의 수와연산 내용 중 십진법과 이진법의 내용과 연계하여 활동지를 진행한다. 이는 활동지 2와 교육과정의 내용이 같이 적용되고 있기 때문에 연속해서 수업을 진행할 수 있다.

먼저 마법 카드를 보여주고 상대방이 생각한 수를 알아맞힐 수 있도록

해본다. 교사가 먼저 아이들이 생각하는 숫자를 맞춰 보도록 하여 궁금증을 유발하고 어떤 원리가 숨어 있는지를 생각해 보게 한다. 이때 숫자를 맞추는 것을 여러 번 해 보아 학생들이 스스로 생각할 수 있도록 한다. 정답을 맞춘 학생에게 적절한 보상을 해 주는 것도 한 가지 방법이다. 학생들이 먼저 원리를 파악한 후 누가 먼저 맞추는지 경쟁해 볼 수 있는 게임 형식으로 진행해 볼 수 있다. 원리를 아는 것에서 그치는 것이 아니라 다른 분야에 적용해 볼 수 있도록 한다. 마지막으로 보여준 4장의 마법카드가 아닌 6장으로 된 마법 카드를 만들어 보게 하고, 6장이 되면 필요한 수의 범위를 생각해 보게 한다. 또한 6장 이상의 카드를 만들 때 주의할 점을 생각해 보도록 한다.

4) 암호 만들기

활동지 4의 활동 목표는 암호를 이해하기 위해 식을 해석하거나 직접 만들어 보는 것이다. 이 활동지는 7차 교육과정 중 두 단원에 걸쳐 연계가 되어 있다. 각 활동지에 따라 연계된 내용이 다르므로 주의 한다. 우선 활동지 4-1은 7-가 단계의 수와연산 내용 중 십진법과 이진법의 내용과 연계되어 있으므로 활동지 2와 연관하여 수업을 진행하는 것도 좋다. 또 활동지 4-2는 7차 교육과정 8-가 단계의 문자와 식 내용 중 일차함수와 연관이 있다.

활동지 4-1은 이진법을 학교 수업에서 왜 배우는지 궁금해 하는 아이들에게 컴퓨터에서 사용된다는 정도로 언급하는 것이 아니라 컴퓨터는 신호가 있는 경우와 없는 경우 두 가지 표현 방식으로 정보를 받아들이는데, 아스키 코드는 기호와 이진법의 대응 관계를 이해시킬 수 있는 좋은 예가 된다.

OSC Ⅱ(Our Standard Code Information Interchange) 코드를 한글로 된 새로운 코드를 만들어 본다. 활동지 2-2에서는 OSC Ⅱ코드 즉, 정보 상호 교환을 위한 우리의 표준 코드라는 뜻을 가진 이름으로 정하고 OSC Ⅱ에서 사용하고자 하는 문자는 이진법 6자리 수까지로 제한하였으며, 모든 기호를 사용할 수는 없으므로 기호를 13가지 선정하여 OSC Ⅱ코드에 포함하였다.

영문이나 다른 기호를 포함하여 코드를 확장하고 싶으면 이진 코드를 7자리 또는 그 이상으로 확장할 수도 있고, 기호를 다른 것으로 대체할 수도 있다. 교실상황에 따라 학생들과 함께 코드를 다양하게 만들어 보는 것도 가능하다. 암호문을 모눈종이에 색칠하여 표현하는 것도 재미있긴 하지만, 정말 중요한 메시지라면 외부에 노출되어 낭패를 볼 수 있다. 이럴 때를 대비해, 이진 코드로 된 메시지를 다시 십진수로 바꿔서 전달할 수도 있다. ‘ㅅ’은 100001이므로, 십진수로는 32+1, 즉 33이다. 십진수와 이진수를 사용할 때의 장단점을 파악할 수 있게 한다.

활동지 4-2의 활동 목표는 암호를 풀기 위한 식을 만들어 보거나, 식을 풀어 낼 수 있는 능력을 기르는데 있다. 과거에 쓰인 다양한 암호들을 살펴보고, 이 중에서 몇 가지를 골라 직접 암호를 만들어 볼 수 있도록 한다. 또한 여기서 사용하는 정의역과 공역의 개념과 일차 함수 개념을 이해하고 암호를 만들 때도 쓰임을 알게 한다. 일차 함수를 나타내는 식과 일차 방정식의 관계도 이해 할 수 있도록 한다. 암호를 만들어 친구들에게 편지를 써 보거나 내가 만든 암호를 친구들과 바꾸어 빨리 암호를 해석해서 발표 할 수 있도록 지도하는 것은 학생들에게 게임을 푸는 것 같이 생각되어 즐거움을 느끼거나 경쟁심을 통해 더 발전할 수 있는 방법이 될 것이다.

또한 원리를 이용하여 새로운 암호를 만들어 보려는 탐구태도가 길러질 수 있다.

5) 도형 짜 맞추기

활동지 5의 활동목표는 주어진 도형을 가위로 잘라서 같은 넓이를 갖는 다른 도형으로 짜 맞추는데 있다. 이 활동지는 7차 교육과정 7-나 단계의 도형 내용 중 다각형의 단원과 연관이 있으므로 다각형에 관한 내용을 같이 진행하는 것도 가능하다.

이 활동을 할 때, 가위와 학습 활동지를 학생들에게 나누어 주고, 직사각형 6조각, 정팔각형 5조각으로 각각 넓이가 같은 정사각형을 만들어 보게 한다.

6) 테셀레이션

활동을 시작하기 전에 테셀레이션은 무엇이며, 어디에 사용되었는지 살펴보도록 하여 흥미를 유발시킨다. 이 활동지는 7차 교육과정 8-나 단계의 도형 내용 중 도형의 닮음, 대칭, 회전과 내용을 연계하여 활동지를 진행한다. 활동지 6-1과 활동지 6-2의 활동목표는 기본 모자이크 규칙으로 모자이크를 도안하는 방법을 알 수 있도록 하는데 있다.

활동지 6-1은 테셀레이션을 할 수 있는 다양한 다각형을 살펴보고 그렇지 않은 다각형을 알아보도록 한다. 또한 테셀레이션이 된 작품을 감상 할 수 있도록 한다. 삼각형을 이용하여 만들 수 있는 테셀레이션을 보여주고 나만의 그림 혹은 무늬를 만들 수 있도록 한다.

활동지 6-2는 Escher의 작품들을 감상할 수 있도록 하고 하늘을 나는 물고기 모양의 6개의 그림을 오려내어 6개의 기본 정삼각형으로 이루어진 육각형 배열에 갖다 붙일 수 있도록 한다.

테셀레이션은 우리에게 단지 예술적인 아름다움만을 주는 것이 아니라

그 속의 무한한 수학적 개념과 의미가 들어 있어 흥미 있게 도형의 각의 크기. 대칭과 변화, 협동 등을 학습 할 수 있게 해준다.

7) 황금비

활동지 7의 활동 목표는 자연의 아름다움을 느끼고 수학을 좀 더 쉽게 느끼게 하며, 비례식과 이차방정식에 대한 내용을 아는 것에 있다. 이는 7차 교육과정 9-가 단계의 문자와 식 내용 중 이차방정식의 내용과 연관하여 설명할 수 있다.

활동지 7의 내용은 황금비에 관한 것이다. 활동을 시작하기 전 황금비가 사용된 것을 알아보자. 예를 들면 고대 그리스의 대표적 건축물인 파르테논 신전과 우리나라 통일 신라 시대의 석굴암등 유명한 건축물 등 많은 예술작품들이 황금비가 숨어있는 기하학적 구조로 되어 있기 때문에 안정감이 있고 아름다움을 느낄 수 있다. 이를 이용하여 흥미를 불러일으켜 주도록 한다. 활동지 7-1은 황금비를 알아보고 이차방정식의 관계도 알게 한다. 또한 이차방적식의 근의 공식을 이해하고 풀 수 있도록 한다. 신체에 숨어 있는 황금비를 알아보게 한다.

활동지 7-2에서는 갈라져나가는 나뭇가지와 등각나선을 그려 봄으로써 황금비를 간단히 그려보는 것을 통해 체험할 수 있도록 한다.

8) 카드 그림 맞추기

활동지 8의 활동목표는 지수법칙을 빠르고 정확하게 계산하는데 도움을 줄 수 있으며 다양한 난이도로 많은 학생들을 수업에 참여하게 할 수 있다.   또한 조금 더 흥미 있게 접할 수 있는 기회를 제공할 수 있도록

하는데 있다. 이 활동지는 7차 교육과정 8-가 단계의 문자와 식 내용 중 지수법칙의 내용과 연계하여 진행한다.

지수 법칙을 모두 배운 학생들에게 제시하는 활동지이므로 지수 법칙에서 자주 하는 실수를 깨닫게 하는데 유용하며 지수법칙을 정확히 알고 식의 계산을 하는 능력을 키워주는 기회를 줄 수 있다.

네 명이 한 팀을 이루도록 하고 조원들끼리 한 장씩 나누어 각각 풀도록 한다. 하나라도 틀리게 색칠하면 그림을 맞추기 힘들다는 것을 깨닫게 한다. 활동지를 빨리 풀어 그림을 맞추는 조 순서대로 상을 주는 방식을 사용 할 수도 있다.

활동지 8의 결과는 하트모양으로 나오는데 이는 교사의 재량에 따라 다른 형태의 모양이 나타나도록 할 수 있다.

9) 영화와 수학

활동지 9-1과 활동지 9-2의 활동목표는 7차 교육과정에 따른 학습목표를 정하기보다는 영화 속의 수학 원리를 체험해 보는 것에 있다.

활동지 9-1의 활동목표는 영화 <큐브>에서 나오는 소수(prime number)의 특징을 알아보는데 있다. 영화를 미리 보고 온 후 등장인물의 성격이나 느낀 점 등에 대해 토론할 수 있도록 한다. 또한 어떤 수가 소수인지를 알아볼 수 있도록 한다.

활동지 9-2의 활동 목표는 영화 <뷰티풀 마인드>의 내쉬의 게임을 풀 수 있도록 하는 것에 있다. 영화 속에 등장하는 다양한 게임이나 이론 등을 살펴보고, 친구와 짝을 지어 게임을 진행 하도록 한다.

활동지 9-1과 활동지 9-2는 영화를 보고 수업을 진행해야하는데 이는 시간이 많이 소요 되므로 각자 영화를 보고 올 수 있도록 한다.

3. 기대되는 수학적 기능 및 태도

자료개발을 한 활동지를 통해 기대되는 수학적 기능과 문제해결을 위해 필요한 생각을 무엇인지 살펴보도록 하겠다.

1) 지도 색칠하기

지도 색칠하기는 여러 가지 모양의 지도를 색칠해 본 후 네 가지 색깔이면 충분하다는 것을 알게 함으로써 귀납적 추론을 할 수 있게 한다. 또한 다섯 가지의 색깔이 필요한 지도는 없는가를 알아보려는 발전적인 사고태도를 갖게 한다. 문제 해결을 위해 특수화하기, 귀납적 추론하기, 유추 등의 능력이 필요하다.

2) 바코드 명함 만들기

바코드를 만들어 봄으로써 십진수를 이진수로 이진수를 십진수로 바꿀 수 있도록 함으로써 계산력을 기르고, 십진수나 이진수 이외의 다양한 수의 표현 방식을 알 수 있으리라 기대된다. 이를 위해 계산의 정확성과 유추할 수 있는 능력이 필요 된다.

3) 마법카드

마법카드를 이용한 게임을 통해 2진법의 원리를 알게 함으로써 계산의

정확성을 기를 수 있고, 마법카드를 직접 만들어 봄으로써 원리를 이용할 수 있도록 한다. 계산의 정확성과 유추적인 능력이 문제 해결이 도움을 줄 수 있다.

4) 암호를 풀어라

암호를 해결하기 위한 새로운 식을 만들거나 만들어낸 식을 풀 수 있는 능력이 길러진다. 암호 해독 원리를 이용하여 새로운 암호를 만들어 봄으로써 탐구 태도가 길러질 것이라 기대된다. 문제해결을 위해 창의적 생각과 해석 능력이 필요하다.

5) 도형 짜 맞추기

도형을 이루는 구성요소의 결합관계에 대한 이해에 도움이 되며, 도형에 관한 직관력, 고찰능력, 새로운 도형을 만들어 보려는 탐구태도가 길러진다. 문제해결을 위해 구체적인 조작 활동이 필요하다.

6) 테셀레이션

동일한 도형의 단순 반복이 아니라 대칭이나, 회전, 반사등의 수학적 원리를 사용할 수 있도록 한다. 합동인 도형을 이용하여 보다 아름다운 것을 추구하려는 태도가 길러지며, 나아가 수학적인 힘과 아름다움을 깨닫는 데 도움을 줄 것이라 기대된다. 문제해결을 위해 발전적인 생각과 통합적인 능력이 요구된다.

7) 황금 분할

주변에서 볼 수 있는 황금 분할을 살펴봄으로써 아름다움에 대해 다시 생각해 보게 하고 수학이 주변에서 많이 사용되고 있음을 알게 하여 수학에 대한 긍정적인 태도를 가질 수 있도록 기대한다. 문제 해결시 통합적인 생각과 주변을 주의 깊게 관찰하여 유추할 수 있는 능력이 필요하다.

8) 카드그림 맞추기

지수법칙에서 자주 하는 실수를 깨닫게 하고, 빠르고 정확히 계산할 수 있는 능력을 키울 수 있도록 한다. 여기서 계산의 정확성이 필요 되어 진다. 한명이라도 틀리면 그림을 맞출 수 없기 때문에 협동의 중요성을 깨닫게 될 것이다.

9) 영화와 수학

창의력은 단순한 학습을 통해 이루어지기보다 문화적으로 축적된 토양 위에서 나올 수 있다고 볼 수 있다. 그러므로 수학과 문화를 연관 지음으로써 창의력 향상에 도움이 될 수 있을 것이다.

4. 활동지 내용의 배경

본 절은 활동지들의 이론적 배경이 되는 것이나 이야기 등을 각 활동지별로 써 놓았다. 이 자료들은 수업 시작 전 주의 환기를 위한 자료로 쓰거

나 무엇을 배울지에 대한 언급을 하기 위한 자료로 쓰기 위한 내용으로 구성되어 있다.

1) 지도 색칠하기 - 사색문제

사색 문제는 세계 지도를 그릴 때, 인접한 각국의 국경이 색깔에 의하여 구별될 수 있도록 적당한 색을 칠하려면 몇 가지 색이 필요하게 될까? 하는 문제가 사색 문제이다.

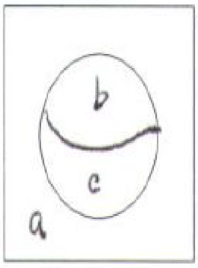
이 사색 문제는 1840년 Mőbius(1790-18680:독일)가 강의를 함으로써 시작되었고, 지도를 만드는 인쇄업자들 사이에는 경험으로 4색으로 모든 나라의 구분이 가능하다는 것을 이미 인식하고 있었음을 De Morgan은 지적하였다.

지도의 사색 문제는 영국의 수학자 Arthur Cayley(1821-19850)가 1878년에 London 수학회에 제기한 문제로 『어떤 지도도 네 가지의 색만 가지고 모든 나라의 국경이 다 구별되도록 색을 칠할 수 있다는 것을 증명하든가 그렇지 않으면 다섯 가지 색을 사용하지 않으면 모든 나라의 국경이 다 구별되도록 색을 칠할 수 없는 지도를 제시하라』라고 문제를 제기하였다. 즉 **『임의의 지도를 색깔로 국경을 구별하는데 필요한 색깔의 수는 네 가지 색이면 충분하다』**는 내용이다.

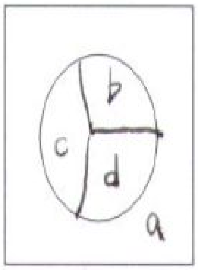
Cayley가 제시한 다음 해 1879년에 Kempe가 국경을 색으로 구별하는데 네 가지 색이면 충분하다는 증명을 발표하였지만 증명 과정에 약간의 오류가 발생하였다. 그 후 100년간 많은 연구가 지속되었지만 증명을 못한 채 난제로 남아 있었다.

그 후 Illinois대학의 Wolfgang Haken이 처음에는 혼자서 이 문제를 연구하였는데 모든 지도를 1936종류의 표준형으로 환원시켜 발전하는

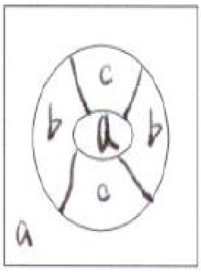
과정에는 전자계산기를 사용하지 않으면 도저히 사람의 힘만으로는 불가능하여, 같은 대학 Kenneth Appel 교수의 전자계산기의 힘을 빌어 4년간(전자계산기 1200시간 가동) 공동으로 문제를 해결한 것은 역사적인 대 사실로 특기할 만하다. 이는 Kempe가 증명한 내용을 보완 발전시켜 증명한 것이다.



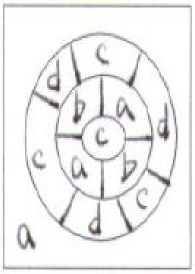
3가지



4가지



3가지



4가지

2) 바코드 명함 만들기 - 수의 기원

바코드 명함 만들기에서는 수의 기원에 대해 살펴보자.

가. 숫자 이전 시대

우리 인류의 조상들은 처음에 나무 조각이나 동물의 뼈에 금을 새겨 놓거나 노끈의 매듭으로 수를 나타내었다. 또한 사람의 신체 부위 등을 수세는 도구로 사용하였다.

나. 바빌로니아

역사상 처음으로 나타난 숫자는 바빌로니아의 숫자였다. 고대 바빌로

니아에서는 진흙으로 만든 판자 위에 쐐기 모양의 문자를 새겨서 썼다. 그래서 이 문자를 보통 “쐐기 문자”라고 부른다. 이 바빌로니아의 숫자가 미개인의 숫자와 다른 것은 나타내어진 수의 크기를 한눈으로 알 수 있다는 점이다. 또한 60진법이 적용되고, 자리 잡기의 원리가 도입되어있다.

다. 마야

중앙 아메리카의 찬란한 문화를 일으켰던 고대의 마야인들은 20을 한 묶음으로 세어나가는 20진법을 사용하였다. 숫자는 세 가지 기호로 조개 모양, 점, 가로 막대로 이루어져 있다.

라. 이집트

이집트는 필요한 개수만큼 단위(1, 10, 100, ...)를 나타내는 숫자를 늘어놓았고 파피루스라고 하는 갈대로 만든 종이에 씌어졌다.

마. 로마

V는 손의 엄지를 편 모양이고, X는 V를 2개 합친 모양이라고 한다.

로마인에게는 Ⅰ,Ⅱ, ... ,Ⅴ,Ⅵ와 같은 오진법의 흔적도 찾아 볼 수 있다.

바. 중국

은나라 시대에 갑골이나 금문에 사용된 숫자가 원형이 되어 현재의 한 숫자가 이루어 졌다. 0이 없고 자리 잡기의 원리가 없다. 물론 계산에서는 쓰이지 않는다. 중국에서 계산은 산목이나 수판으로 하였고, 숫자는

결과의 기록에만 쓰였다. 중국에서는 1부터 4까지는 그 수만큼 막대를 사용하여 가로쓰기로 나타내고 5가 되면 새로운 기로를 썼다.

사. 고대 그리스

Γ는 펜타(5), Δ는 데카(10)의 머리글자이다. 후에는 α, β, ɣ, δ, ... (1,2,3,4....)와 같이 알파벳으로 수를 나타내었다.

아. 인도- 아라비아

오늘날 세계 여러 나라에서 사용하고 있는 산용 숫자는 인도 - 아라비아 숫자라고 불려왔다. 이것은 유럽인이 붙인 것으로서, 아리비아에서 전해졌기 때문이다.

아라비아 숫자는 인도에서 발명되어, 아라비아 상인의 손을 거쳐 유럽에 전해졌다. 유럽에 전해진 무렵에는 숫자의 모양이 일정하지 않아 은행이나 상점에서는 환영을 받지 못하였다. 16세기 과학이 활발해지면서 본격적으로 사용되었다. 이 시기는 아라비아 숫자가 유럽에 소개된 지 180년이 흐른 후였다. 0의 발명에 의해서 자리 잡기 기수법이 완성되었으나, 그것은 서기 6세기경의 일이다

3) 마법카드 만들기 - 2진법의 원리를 이용한 놀이

가. 2진법(二進法, binary number system)의 정의

2를 밑수로 하고 2개의 서로 다른 기호(0과 1)만을 사용하는 위치적 수체계이다.

'켜다 - 끄다'(on - off), '열다 - 닫다', '간다 - 가지 않는다'와 같이

2가지 상태나 쌍안정(雙安定) 성질을 갖고 있는 계의 표현이 편리하기 때문에 정보이론과 컴퓨터 공학에 중요하게 사용된다.

컴퓨터는 전기를 이용한 기계이기 때문에 전원이 on 되었을 때, 혹은 전원이 off 되었을 때의 두 가지 상태만을 감지 할 수 있다. 이것을 간단히 나타낼 수 있는 것이 이진법이다.

이와 같이 0 또는 1 중의 어느 하나를 나타내는 단위를 비트(bit)라고 한다. 한 개의 비트는 단순히 두 가지 상태만을 나타낼 수 있다.

나. 마법카드는 어디서부터?

크리스마스 전날 밤에 산타클로스가 선물로 가져온다는 서양의 마법카드는 6장의 카드에 1부터 63까지의 수가 적혀있다. 그 6장의 카드를 가지고 상대편의 나이를 알아맞히는데, 가령 “당신의 나이를 나타내는 수는 몇 번과 몇 번 카드 속에 들어 있어요?” 라고 물었을 때, 대답한 카드의 각 첫 번째 수를 더하면 상대편의 나이를 정확히 알아맞힐 수 있다.

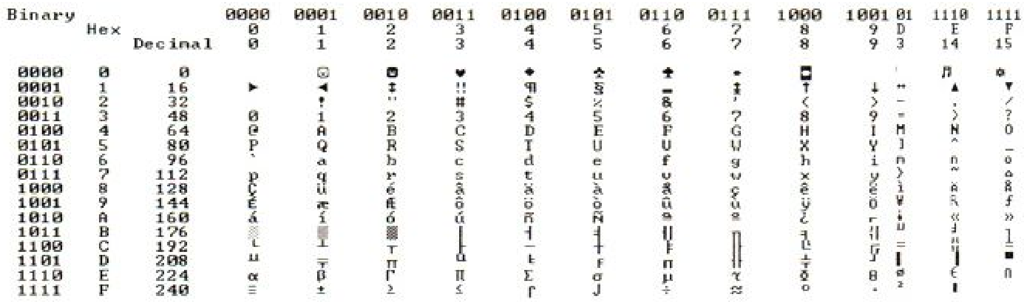
4) 암호 만들기 - OSC Ⅱ 코드 암호, 다양한 암호문

가. OSC Ⅱ 코드 암호

아스키 코드(American Standard Code for Information Interchange)는 정보 상호 교환을 위한 미국 표준 코드라는 뜻으로 아래 그림과 같다. 예를 들어 대문자 A는 이진수 01000001, 즉 십진수 65와 대응되며, 소문자 m은 이진수 01101101, 십진수 109와 대응된다. 본래 아스키 코드는 7비트를 기준으로 하여 만들어 졌으나(즉, 7자리 이진수로 표현되어 $2^7 = 128$가지 코드를 표현 할 수 있었으나), 현재에는 확장된 코드를 사용한다. 아래

는 8비트, 즉 8자리 이진수로 표현할 수 있는 ASC Ⅱ 코드이다.

ASC Ⅱ 코드는 아쉽게도 한글의 자음과 모음을 표현할 수 없다. 컴퓨터의 개발이 서양에서 먼저 시작되었기 때문에 영어 위주의 코드 구성이 된 이유도 있겠지만, 한글은 낱자 한 개가 2비트를 차지하기 때문에 유니코드 등의 새로운 코드로 구현해야 한다.



나. 다양한 암호문

시대에 따라 존재한 다양한 암호문에 대해 살펴보자.

① 크립토그래피

문자의 배열과 순서를 달리하는 암호로 B.C. 44 로마 율리우스 시저가 황제의 자리에 오르게 되자 마르쿠스 브루투스는 시저를 암살할 계획을 세우게 되는데 이를 알게 된 시저의 부인은 시저에게 급히 편지를 전하는데, 평소 시저는 가족과의 서신에 세 글자씩 당겨 읽는 암호를 사용하였다고 한다.

EH FDUHIXO IRU DVVDVVLQDWR

BE CAREFULL FOR ASSASSINATOR

암살자를 조심하라

그러나 시저는 이 암호를 간과하여 암살당하고 말았다.

② 스키테일(Scytale)

기원전 400년 경 고대 그리스 인들이 처음 사용한 이 암호문은 알파벳 같기도 하고 숫자 같기도 한데, 굵기가 같은 나무 봉 2개를 만들어 종이테이프를 서로 겹치지 않도록 감아올린 뒤 그 위에 가로로 글씨를 쓴다.

만일 테이프를 풀어 세로로 길게 늘어선 글을 읽으면 무슨 뜻인지 전혀 알 수 없지만 같은 크기의 나무 봉에 감아 가로로 글을 읽으면 암호가 풀리는 것이다.

③ 애너그램(Anagram)

주어진 단어에서 철자를 뽑아 새로운 단어를 만드는 글자 퍼즐을 말한다.

지동설로 인해 탄압받던 갈릴레오 갈릴레이도 암호문을 즐겨 사용했는데 천체 관측 중 우연히 목성과 토성을 발견하고 이 위대한 업적을 이 애너그램 암호로 적어놨다고 한다.

④ 스테가노그래피(Steganography)

기원전 480년 경 페르시아에서 판자에 메시지를 은밀히 전달하기 위해 나무판자에 메시지를 적은 후 촛농을 떨어뜨려 그 메시지를 숨겼는데, 이것이 바로 최초의 암호 스테가노그래피(Steganography)이다.

스테가노그래피는 1차 세계 대전 중에도 빈번하게 사용되었는데 영국에서는 편지 사이에 여백이 많음을 의심하여 요오드팅크 용액에 담궈 보

니 하얗게 글씨가 드러나 독일군에게 보내는 비밀 암호를 풀었고, 최근에는 오사마빈라덴이 성인사이트를 통해 그림에 문자를 실어 보내는 스테가노그래피를 이용하여 FBI의 눈을 피해 테러리스트들에게 지령문을 실어보내기도 했다.

⑤ 우리나라에서 쓰인 암호문

암호는 언적 또는 말마기라고도 부르며 아군을 확인하기 위한 표시였다.

영조는 하루에도 암호를 몇 번씩 바꿀 정도로 보안에 철두철미 했는데 그런 잦은 암호변경으로 혼란을 초래해 아군들끼리 싸웠다는 내용이 적혀있다.

숙종 38년에는 과거시험에서 미리 매수된 시험관에게 서로만이 아는 글자를 적어 제출하는 응시자들의 암호도 있었다. 그리고 궁녀들 사이에서는 한자와 훈민정음을 이용한 암호도 있었다.

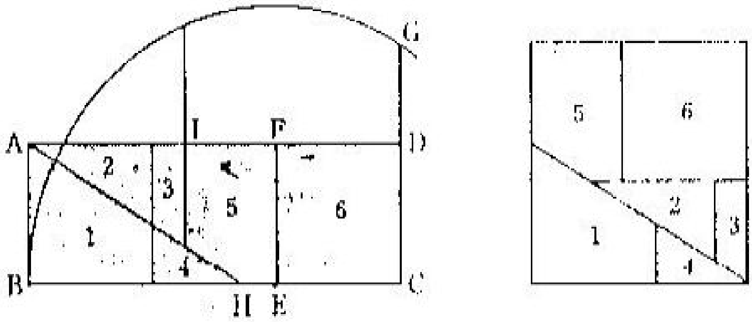
현재에는 정맥인식, 얼굴인식, 홍체 인식, 그리고 손 등의 정맥을 인식하는 암호 등이 상용화되고 있으며, 앞으로는 유비쿼터스 사회에서 전자투표는 물론이고 그 외에 모든 일상생활이 암호화를 통해 이루어질 것이다.

5) 도형 짜 맞추기

주어진 도형을 가위로 잘라서 같은 넓이를 갖는 다른 도형으로 짜 맞추는 것은 그리스 시대에 이미 재미있는 놀이 문제로 알려져 왔다. 학습활동지의 문제 1은 10세기에 짜 맞추기의 대가였던 페르시아의 불 와파

(Abul Wafa, 940-998)가 쓴 책에 나오는 것이다.

'가로, 세로의 길이의 비가 3:1인 직사각형 ABCD를 6조각으로 잘라서 정사각형을 짜 맞추어라.'



(방법) 1. E를 중심으로 반지름이 $\overline{BE}$ 인 원을 그린다.

2. $\overline{BH} = \overline{DI} = \overline{CG}$ 인 점 H, I를 찾아 위와 같이 만들면 된다.

타일 붙이기, 보도블록 깔기 등에서도 도형의 짜 맞추기를 찾아볼 수 있다.

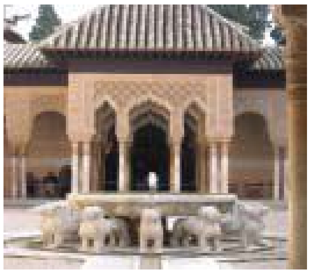
6) 테셀레이션

테셀레이션은 마루나 욕실 바닥에 깔려 있는 타일처럼 어떠한 틈이나 포개짐 없이 평면이나 공간을 완벽하게 덮는 것을 말한다.

이는 라틴어 ‘tessella'에서 유래되었는데 고대 로마 모자이크에 사용되었던 작은 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 의미한다. 즉, ‘타일깔기’, ‘모자이크’와 같은 뜻이다.

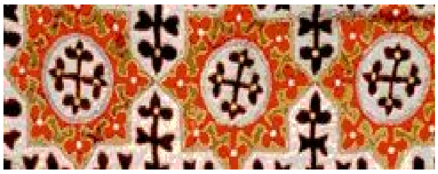
테셀레이션이 사용된 예를 살펴보면 다음과 같다.

거실의 타일

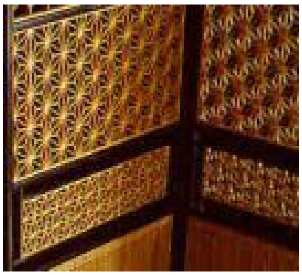


스페인의 알함브라 궁전

한국의 단청무늬



아랍의 양탄자



일본의 문

넥타이 무늬

이러한 테셀레이션은 역사 속에서 흔히 볼 수 있는데 기원전 4세기에 이슬람 문화의 벽걸이 융단, 퀼트, 옷, 깔개, 가구의 타일, 건축물에서 찾

아 볼 수 있다. 또한 이집트, 무어 인, 로마, 페르시아. 그리스, 비잔틴, 아라비아, 일본, 중국 등지에서도 발견된다.

테셀레이션 패턴으로 가장 유명한 것을 스페인의 그라나다에 위치한 이슬람식 건축물인 알함브라 궁전이다. 이곳의 마루, 벽, 천장들은 반복되는 문양으로 테셀레이션 되어 있다.

이러한 예는 비단 외국의 고대 문화에서만 찾아 볼 수 있는 것이 아니라, 한국의 전통 문양에서도 많이 찾아볼 수 있다. 또한 우리 일상생활 속에서도 흔히 볼 수 있는데, 길거리의 보도블록이나 거실, 목욕탕의 타일, 상품의 포장지 문양 등 수없이 많다.

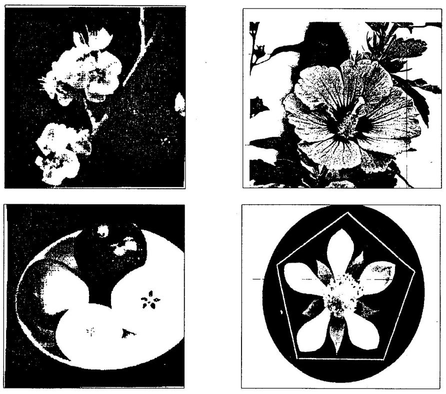
7) 황금비 - 비례식과 이차방정식

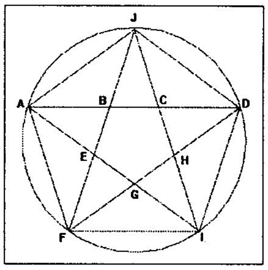
수학에 관한 문서(파피루스)의 작성자로 유명한 아메스는 “신성한 비 ‘섹트(sect)'가 우리의 피라미드의 비로 나타나있다” 고 말함으로서 황금분할은 B.C. 2500년에 건설된 피라미드에 쓰여 졌다는 것을 알 수 있다. 또 그리스의 아테네에 남아있는 파르테논 신전은 고대 그리스의 대표적인 건축물이고 또 세계적으로 유명한 우리나라의 통일 신라 시대에 건축된 경주에 있는 석굴암은 아름답기로 유명한데, 이것을 차갑게만 느껴지는 대리석이 황금비가 숨어있는 기하학적인 구조로 되어 있기 때문에 안정감이 있고 아름다움을 느낄 수 있다.

그런데 황금 분할 또는 황금비라는 명칭은 그리스의 수학자 에우독소스가 붙인 것이라고 한다. 황금비를 나타내는 기호 Φ(파이)는 이 비를 조각에 이용하였던 피디아스의 그리스어 머리글자에서 따낸 것이다. 중세 때에는 황금비는 더욱 신성시되었으며 시인 단테는 황금비를 “신이 만든 자연의 예술품이다.”라고 까지 말하고 있다.

비너스상과 황금비

머리끝에서 배꼽까지와
배꼽에서 다리까지의 비가
황금비를 이루고 있다.



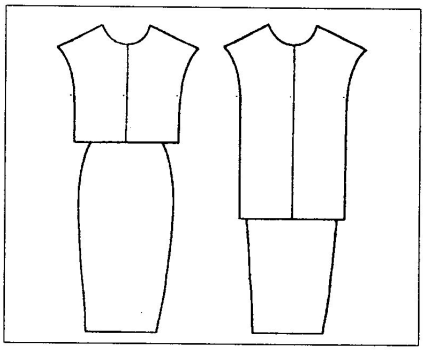


매화, 무궁화, 사과꽃과 씨의 황금비

그림과 같이 원에 내접하는 정오각형을 만들면 황금분할이 되어있다.

의복의 황금비

의복의 디자인에게 비율은 상의와 하의의 길이 허리선의 위치에 따라 달라진다. 디자인에서 비율을 결정할 때는 황금 분할을 기준으로 하는 것이 효과적이다. 그림에서 왼편은 상의와 하의가 황금비에 가까운 5:8을 이루고 오른편은 8:5를 이루고 있다.



8) 카드 그림 맞추기

근대의 지수론이나 지수기호 방면에 관한 최초의 발견자는 시몬 스테빈(1548-1620)이었다. 그의 지수기호는 소수기호와 관련하여 설계한 것으로 미지수를 나타내는데 ○를 사용하고 그 동그라미 속에 지수를 기입했다. 즉 ①, ②, ③은 각각 x, x2, x3을 나타냈다.

그는 이 기호를 분수지수에까지 확장했다. 그의 기법에 따르면 3① Msec①Mter②는 3xyz2이다. 여기서 M은 곱하는 것을 뜻하고 sec는 제2의 미지수, ter는 제3의 미지수를 나타내고 있다. 그는 모든 수는 어떤 길이 또는 같은 근이 있는 거듭제곱에 의해서 동등하게, 적당히 나타낼 수 있다는 것을 증명했다. 그는 또 '제곱의 제곱', '3제곱의 제곱' 등과 같은 합성된 표시법을 배척하고 '4제곱', '6제곱'과 같은 지수로써 그것을 나타냈다. 미지수를 나타내는 스테빈의 기호는 버려지고 말았으나 그의 지수 기호의 원리는 오늘날에도 남아있는 것이다.

미지수를 나타내는 현대의 형식은 데카르트에 의해서 만들어졌다. 1637년의 저서 '기하학(Geometric)'에서 알파벳의 끝 쪽 글자 (x, y, z)로 미지량(未知量)을 나타냈다. 우리의 지수기호 a4와 같은 것은 데카르트에게서 찾아볼 수 있으나 an과 같은 일반지수 또는 음의 지수 및 분수지수도 그에게는 채용되지 않았다. 이 마지막 점에서 데카르트는 스테빈의 사상에 미치지 못했던 것이다. 제곱근 구하기의 경우, 데카르트는 지수에 의해서 근을 나타내지 않았다.

예를 들면, 3제곱근을 나타내는데 데카르트는 글자 C를 사용했다. 이와 같이 해서 제곱근 구하기의 초기의 기호 2개가 오늘날까지 전하고 있다.

9) 수학과 영화

수학의 기본 아이디어와 개념은 대부분 상상의 산물이다. 기하학의 점, 선, 면은 이 세상 어디에도 존재하지 않는다. 폭이 없는 선이나 두께가 없는 면을 본적이 있는가? 삼각형과 사각형도 마찬가지다. 아무리 정확하게 그린다고 하더라도 삼각형과 사각형의 내각의 합이 180도나 360도가 되도록 그릴 수 없다. 또한 영하의 기온이나 적자액을 표시하는데 음수를 사용하지만 음수 자체가 실재하는 것은 아니다. 수학과 영화의 소임 중의 하나가 인간의 상상력을 확장시키는 것이라면, 수학의 특성은 영화와 접목될 여지가 많다.

수학과 영화는 물 위의 기름처럼 좀처럼 섞이지 않을 것이라는 인식이 일반적이지만, 우리는 수학을 소재로 하는 영화들을 종종 만날 수 있다. <뷰티풀 마인드>와 <A hill on the dark side of the moon>은 실제 수학자의 삶을 다루고 있고, <쥬라기 공원>,< 굿 윌 헌팅>, <로즈 앤 그레고리>, <안토니아스라인>, <스니커즈>, <어둠의 표적>, <파이>등은 수학자가 주요 인물로 등장한다. <큐브>는 수학적 아이디어가 전체이야기를 풀어나가는 단서로 나오고, <빅>, <꼬마 천재 데이트> 등은 수학적 문제를 푸는 장면들이 나온다.

가. 큐브

이 영화는 살아 움직이는 유기체와 같은 거대한 루빅스 큐브에 영문도 모른 채 갇힌 여섯 명이 폐쇄된 공간에서 탈출하기 위해 수학적 아이디어에 의존하는 영화이다.

독단적인 경찰 쿠엔틴, 자의식이 강한 여의사 할로웨이, 수학적 능력이 탁월한 겁 많은 소녀 리븐, 냉소적인 건축 설계사 워스, 용의주도한 탈옥

전문가 렌, 계산능력이 뛰어난 자폐증 환자 카잔 등은 각기 다른 캐릭터와 능력으로 큐브를 탈출키 위한 각자의 역할을 맞는다.

큐브를 탈출하기위해 이동 중 큐브마다 붙여진 일련번호의 비밀을 수학도 리븐이 찾아낸다. 부비트랩이 설치된 곳은 83,137,149등은 모두 소수를 포함하고 있었다. 소수는 자기 자신과 1 이외는 약수가 없는 수를 말한다. 소수를 확인하며 안전한 방으로 열심히 옮겨가던 주인공들은 소수가 없는 방에도 부비트랩이 설치되어 있다는 사실을 알게 되고, 워스가 큐브의 외벽을 설계했다며 외벽의 규모를 말해주자리븐이 자신의 보폭을 이용해 큐브의 방의 개수는 17576(=26^3)개라는 것을 알아낸다. 여기에 다리 역할을 하는 방 한 개를 더하면 외벽은 27^3의 크기를 갖는다. 그러면 외벽과 내부 사이의 삼면에 공간이 생기게 되면, 각 공간에 다리 역할을 하는 방을 한 개씩 추가하면 총 방의 개수는 17579개가 된다. 결국 27이 포함된 방을 찾아야 한다. 큐브는 움직이기 때문에 시작점, 회전수, 도착점을 모두 추정해야 한다. 리븐은 '데카르트의 좌표'를 떠올리며 각각의 숫자가 x, y, z 축의 합을 나타낸다는 것을 알아낸다. 방 번호가 320,176, 372이면 방의 초기 위치는 (5, 14, 12)이다. 왜냐하면, $3+2+0 = 5$, $1+7+6 = 14$, $3+7+2 = 12$이기 때문이다. 큐브의 움직임 또한 일전 할 수밖에 없는데 리븐과 워스는 그 원리를 치환에서 찾는다. 마지막 문제는 함정을 피하는 열쇠가 무엇인지를 알아내는 것인데, 열쇠는 소수가 아니라 소수의 제곱수이다. 이때 자폐증 환자 카잔이 컴퓨터 역할을 하게 되면서 주인공들은 출구를 찾아나간다. 안전한 큐브는 소수가 없는 큐브가 아니라, 두 소수의 곱으로 나타낸 큐브다. 소인수 분해를 했을 때 소인수가 2개인 것을 찾는 것이다. 즉, 두 소수의 곱으로 이루어진 수를 찾는 것이다.

나. 뷰티풀 마인드

이 영화는 실비아 네이사의 소설 <뷰티풀 마인드>를 영화화한 것으로, 게임 이론에 대한 업적으로 1994년 노벨 경제학상을 공동 수상한 수학자 존 내쉬(J. Nash)의 인생역정을 그리고 있다.

클럽에서 친구들이 다가와 아담 스미스의 말을 인용하며 매력적인 금발 여인에게 접근해서 누가 성공하는지 내기하고자 하는 장면이 있다 이때 내시는 다음과 같이 말한다.

'경쟁에서 개개인의 야망은 집단의 이익에 이바지 한다.'고 아담 스미스는 말했지만, 우리가 금발 미인을 얻기 위해 쟁탈전을 벌이면 아무도 그 여인을 얻질 못하다. 그렇다고 꿩 대신 닭이라고 그녀의 친구들에게 접근하면, 친구들은 자존심이 상해서 우리를 매몰차게 거절할 것이다. 그러므로 최고의 결과는 자기 자신은 물론, 소속된 집단을 위해서도 최선을 다해야 한다. 따라서 처음부터 금발 미인에게 아무도 접근하지 않는다면 서로 싸울 필요도 없고, 다른 여성들이 기분 상할 일도 없을 것이다. 그것이 유일한 성공 전략이다.

바로 여기서 내쉬는 기존의 경제학 이론을 뒤집는 '내쉬 균형'이라는 개념의 단서를 얻어, 자신에게 호감을 표시하는 금발 미인을 무시한 채 클럽을 떠난다.

게임 이론은 각자 자신의 이익을 최대화하기 위해 경쟁 할 때, 최적의 선택을 하는 방법을 수학적으로 분석하는 이론이다. 게임 이론의 전체구조는 우선 두 가지 정리를 기초로 삼고 있다. 폰노이만의 최소최대정리와 내쉬의 균형 정리이다. 폰 노이만의 정리는 완전한 대립 즉 두 사람 사이에 벌어진 제로섬게임이다. 제로섬 게임은 차여자 중 얻는 자가 있으면 항상 잃는 자가 있어 총합이 0이 되는 게임으로, 이것은 상대방 전략에 상관없이 자신만의 최선의 전략이 결정된다. 따라서 제로섬 게임은 협상

이 이루어질 수 없는 특징을 갖는다. 그러나 이러한 형태의 게임은 도박 이외에 실세계에서 적용되는 경우는 거의 없다. 전쟁 상황에서도 거의 언제나 협력에 의한 소득이 있기 마련이다.

내쉬는 협력게임과 비협력 게임을 명확하게 구별했다. 협력 게임은 게임하기 이전에 참여자가 다른 참여자에게 합의를 강제할 수 있는 게임인 반면, 비협력 게임은 그런 집단적 구속이 불가능하고 강제적인 합의도 없다. 내쉬는 협력과 경쟁이 혼합된 게임을 포함시켜 이론을 확대함으로써 게임 이론이 경제학은 물론 정치학, 사회학, 진화 생물학 등에도 적용될 수 있는 길을 열었다. 내쉬 균형은 체스나 포커 게임에 적용되는 전략을 기초로 해서, 기업체 상호간의 작용과 시장의 움직임 등을 예측하기 위한 이론으로 게임의 참여자가 어떤 특정한 전략을 선택해서 하나의 결론에 도달했을 때, 모든 참여자가 이에 만족하고, 더 이상 변화시킬 의도가 없는 경우를 일컫는 말이다. 내쉬 균형은 게임 참여자 각자가 최적전략을 구사하며 각자의 이익을 추구하는 게임의 결과로서 유일할 수도 있고, 여러 가지일 수도 있다. 내쉬 균형에 도달했는가를 확인하기 위해서는 어떤 참여자라도 자신의 전략을 바꿈으로써 일방적인 이익을 볼 수 없다는 것을 확인하면 된다. 내쉬 균형은 각자가 최적의 결과를 예상하고 행한 행동의 종합이지만, 이로부터 반드시 최적의 결과가 나옴을 보장하는 것은 아니다. 이것은 상대방의 최적 전략을 예상하고 수립한 최적 전략이지만, 상대방이 그 최적 전략을 내놓지 않으면 자신의 전략도 최적이 될 수 없다는 의미이다.

Ⅴ. 결론

지금까지의 논의한 연구 내용을 요약 정리하여 결론을 이끌어 내고, 여학생을 위한 수학 수업 자료 개발에 대한 연구를 위하여 제언을 하고자 한다.

1. 요약

학업 성취도 연구를 살펴보면, 중등학교에서 성별에 따른 성취도에 차이가 있었고, 여학생이 더 낮게 나타났다. 여기서 남녀 간에 성취도의 차이가 있는 것을 알 수 있다. 수학적 태도에 관하여 여성이 남성보다 우호적인 태도를 보이지 못하는데 중학교 여학생을 위한 수학적 성향 개발을 위한 자료개발이 필요하다. 또한 정규 수업 시간에 교과서 외의 문제 활동이 거의 불가능한 실정을 고려한다면, 재량활동시간을 통해 학생들의 흥미와 욕구를 충족시키고 직접적인 체험 활동을 통하여 창의성을 개발할 수 있다고 생각한다.

따라서 본 연구는 중학교 여학생을 위한 수학적 성향 개발을 위해 재량활동시간에 사용할 자료 개발을 하여 효율적인 수업이 되도록 하는데 그 목적이 있다.

본 연구는 연구 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

1. 수학교과에 대한 관심, 흥미, 참여 등을 유발할 수 있는 수학 학습 자료에 대한 연구들을 고찰한다.
2. 중학교 여학생들의 수학적 사고력을 신장시키기 위한 수학 자료를 개

발하고, 개발 자료의 지도방안을 제시 한다.

이를 위해 성별 차에 관한 연구를 정리 해보고, 남녀 학생의 수학성취도에 나타난 특성과 내용영역에서의 차이를 살펴보아 교수 학습 자료 개발 방향을 설정하였다. 설정된 개발 방향에 맞는 자료의 구성과 내용을 정하였다.

자료의 구성과 내용에는 여학생이 좋아할 소재를 선택하여 흥미를 불러일으켜주고, 수학 문제 해결만을 위한 내용이 아닌 학습자 스스로 능동적인 학습 활동과 수학적인 사고 태도를 길러줄 수 있는 자료를 개발하는데 중점을 두었다. 중학교 수학 교육 과정과 관련된 문제를 해결하는 과정에서 교과 내용을 풍부히 하고, 참여를 유도 할 수 있는 자료의 배경이 되는 설명, 실생활에서 볼 수 있는 것, 게임 등 구체적인 활동을 포함하였다.

2. 결론 및 제언

여학생을 위한 수학적 성향 개발을 위한 자료개발은 수학교육에서의 학습 자료를 제시할 수 있고 여학생을 위한 학습지도에 도움을 줄 것이다. 또한 재량활동 시간을 이용한 여학생들의 활동이 적극적으로 이루어지도록 함으로써 능동적인 학습이 될 수 있으며 수학적 성향을 개발할 수 있을 것이다.

본 자료가 교사들에게는 재량활동 지도 자료에 대한 아이디어를 주고, 여학생들에게는 수학에 대한 흥미와 필요성을 인식시켜 긍정적인 태도를 갖게 하는데 도움이 되기를 바라며, 본 연구를 바탕으로 다음과 같은 제언을 한다.

1. 여학생이 남학생보다 성취도에서 차이가 있음을 인식하고 학생들의

흥미를 이끌 수 있고, 사고력 향상에 도움이 되는 여학생을 위한 학습 자료 개발에 힘써야 할 것 이다.

2. 체계적인 내용과 교육과정과의 연계성이 더욱 분명한 자료를 개발하여 재량활동 시간뿐 만 아니라 수업시간 중에도 쓸 수 있는 자료의 개발이 이루어져야 할 것이다.

3. 영역별, 수준별로 구성된 자료의 개발도 이루어 져야 할 것이다.

참고문헌

[1] 강문봉, 황혜정. 수학과 문제 해결력 신장을 위한 교수 학습 자료 개발연구 -중학교를 중심으로- 한국 교육개발원. 1993

[2] 김성숙, 유준희, 서동엽, 이춘식, 임찬빈. 수학 과학 성취도 국제비교 반복 연구 - 국내 평가 결과 분석 연구. 한국 교육 과정 평가원. 1999

[3] 김선희, 고정화, 조영미, 구자형, 이양락, 조지민, 송미영, 시기자, 김수진. 국가수준 학업성취도 평가연구-수학. 한국교육과정 평가원. 2004

[4] 김일광. 실생활과 관련한 수학교수학습 자료 개발연구. 한국교원대학교 석사학위 논문. 1996

[5] 김지현. 흥미 유발을 위한 실생활 관련 수학 학습자료 개발. 목표대학교 석사학위논문. 2006

[6] 권경남. 수학과 학습 흥미 유발을 위한 교수-학습 자료 개발 연구. 경북대학교 교육대학원. 석사학위논문. 2004

[7] 권오남, 김희백, 신동희, 정경아. 여학생의 수학 과학 성취도 제고를 위한 교수학습 과정 혁신방안 연구. 교육인적자원부. 2005

[8] 권오남, 주미경, 김민주. 우리가 만든 수학세상 : 성 인지적 수학학습 프로그램 참여 학습자의 정의적 변화. 한국여성학, 21(3), 169-211. 2005a

[9] 권오남, 박경미. 수학성취도에 있어서의 성별차이에 대한 고찰. 한국여성학,11, 202-232. 1995

[10] 박준수. 중학교 수학학습에 있어서 남녀 학생의 성취도 차이에 대한 고찰. 경남대학교 석사학위논문. 1996

[11] 박윤미. 수학영재를 위한 교수 학습 자료 개발-중학교 수학을 중심으로. 상명대학교 석사학위논문. 2005

[12] 백수연. 성취수준에 따른 남녀 학생의 수학에 대한 태고 연구. 이화여자대학교 석사학위논문. 1999

[13] 송소영. 학교유형에 따른 남녀 학생의 수학에 대한 태도 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문. 1996

[14] 유희식. 수학 교과 재량활동에 대한 학습자료 개발 및 적용에 관한 연구 - 8-가 단계를 중심으로. 공주대학교 교육대학원 석사학위논문. 2003

[15] 윤세연. 프랙탈 학습 프로그램 개발 연구 - 고등학교 2학년을 대상으로. 한국 교원대학교 대학원 석사학위논문. 1999

[16] 윤희선. 수학 문제 상황이 남녀 학생의 문제해결에 미치는 영향. 이화여자대학교 석사학위논문. 2000

[17] 이경환, 김만곤, 임광수, 홍영표, 김동원, 박제윤, 권영민, 김대원, 김승익, 송달용, 이화성, 김연석, 장인영, 한상선. 재량활동 교육과정 편성· 운영의 실제(Ⅵ) - 중학교 교육과정 편성· 운영의 실제. 교육인적자원부. 2001

[18] 이덕호, 이만희. 수학수업의 흥미유발을 위한 수학사 및 예화자료연구-수1을 중심으로. 한국학교수학회논문집. 1999

[19] 이미영. 수학수업의 동기 유발을 위한 예화자료 개발. 한국교원대학교 대학원. 석사학위논문. 1996

[20] 이성애. 수학 클럽활동 자료 개발 연구 - 중학교 2학년을 대상으로. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문. 1999

[21] 이영주. 교내외 수학 성취도 검사에서 나타난 성별차이에 관한 연구. 이화여자대학교 석사학위논문. 1998

[22] 이향란. 남녀간의 수학적 능력차에 관한 연구. 서울대학교 대학원. 석사학위논문. 1990

[23] 정주자. 국민학교 기하학습에서의 게임 학습자료 개발에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문. 1996

[24] 최병철. 중학교 수학에서 실생활 관련 자료분석 및 교수 - 학습자료개발연구 - 방정식 단원 중심으로. 동국대학교 교육대학원 석사학위논문. 2007

[25] 최성일. 여학생의 수학친화력 배양 개입을 위한 방안 연구. 포항공과대학교(교육정책연구). 1999

[26] 허민. 남녀 중학생의 수학적 능력 차이에 관한 연구. 공주대학교 석사학위논문. 1998

[27] 황정원. 중학생의 수학에 대한 태도와 학업성취도에 관한연구. 건국대학교 석사학위논문. 1996

[28] 홍성사 외. 수학과 문화. 도서출판 우성. 2005

[29] Ailken, L.R., Some speculations and Concerning Sex Differences in Mathematical Abilities and attitudes, In Fennema, E. (Ed), Mathematical Learning : What Research Say About Sex Differences. ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, College of

Education, Ohio State University, 1975, pp13-20.

[30] Fennema, E. & Sherman, J. Mathematics achievement and related factors : a further study. Journal for Research in mathematics Education, Vol. 9, 189-203. 1978

[31] Fennema, E. Mathematics, gender and rsearch Paper presented at the International Commission on Mathematics Instruction conference: Gender and mathematics education. Sweden. 1993

[32] Fennema, E. & Hart, L. E. Gender and JRME. Journal for Fesearch in Mathematics Education, Vol. 25, No. 6, 648-659. 1994

[33] Fennema, E. & Carpenter, T. New perspectives on gender differences in mathematics, An introduction. Educational Researcher, 27(5). 4-5. 1998

[34] Hanna, G. Mathematics achievement of girls and boys in grade eight : Results from twenty countries. Educational Studies in Mathematics, 20, 225-232. 1989

[35] Hanna, G. Gender and Instruction. In R. Biehler, R. W. Scholz, Winkelmann(Eds.), Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline (pp. 303-314). Dordrecht, The Netherland : Kluwer Academic Publishers. 1994

[36] Hanna, G. Reaching gender equity in mathematics education. The Educational Forum. 67. 204-214. 2003

[37] John Blackwood. Mathmatics around us . Floris Books. 2006.

김선아, 신유선, 오혜정, 정수진, 정혜진, 조성철, 황선희 옮김. 우리 주변의 수학. 섬돌출판사. 2006

[38] Lyn D. English & Graeme S. Halford. Mathenatics education : models and processes. THE Agency. 1995. 고상숙, 고호경, 박민구, 이중권, 정인철, 황우형 옮김. 수학교육론-인지과학에서 수 체계의 정신 모델, 계산과정, 그리고 문제해결. 경문사. 2003

[39] NCTM. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic.The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 1989. 구광조, 오병승, 류희찬 공역. 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 경문사. 1992

ABSTRACT

Individual activity for mathematics disposition development of female in middle school Data development research

Lee- ji -hye

sung-shin women's university graduate school of education
mathematics educational major

professor Jung- hae- nam

This study is concerned with proposing that male is outstanding more amicable than female about attitude for math on definitive side among various reason about individual in a academic achievement between male and female. It is a goal that is prepared a model for mathematics disposition development a female in middled school.

This is organized the study for a goal achievement.

1. Investigates is focus about a studying data of a textbook on math that can issues a concern, an interest, a participation.
2. To be prepared a data development and a guide program agreed with thinking of female for promoting her thinking power of the

math.

With this in mind, arranges a study about gender differences and search a discrepancy in contents and characters that are appeared a math achievement of male and female students. And sets up a professor studying data development direction.
As the results of contents, fix up a data that is related a math curriculum and is caused a concern, an interest, a participation of female for developing a disposition development of her.
Also, this isn't only contents for solving problem but also focus to develop a improving mathematics thinking attitude and the studying activity which is spontaneous.
This contains the concrete activity that enriches the contents, explains a data of background, looks real life and a game in process solving a problem about middle school mathematics curriculum.
The developed data on the study is expected to develop a mathematics disposition of female through the activity of discretionary activity time, and this is expected to be conjugated as reference materials that teachers develop teaching material.
Finally, develops an interest about math and is thought to improve the efficiency of studying.

부 록

활동지 1-1. 지도색칠 하기

학년 반 번 이름

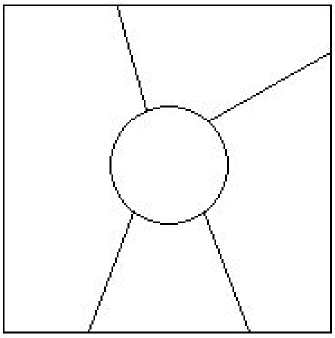
대부분의 지도에서 서로 인접한 나라는 다른 색깔로 되어 있다. 지도는 다음의 조건이 만족되도록 색칠한다.

a. 공통의 경계선을 가진 두 지역은 같은 색깔을 칠할 수 없다.

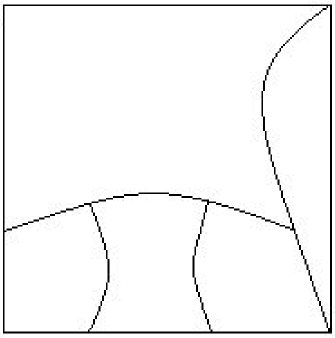
b. 오직 한 점에서만 만나는 지역들은 같은 색깔을 칠할 수 있다.

♣ 위의 규칙에 따라 다음의 지도를 색칠하여라.(사각형 내의 지역은 모두 색칠하되 최소한의 색깔을 사용하여라.)

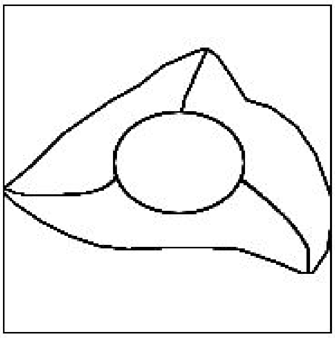
a.



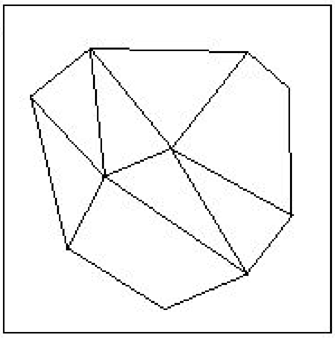
b.



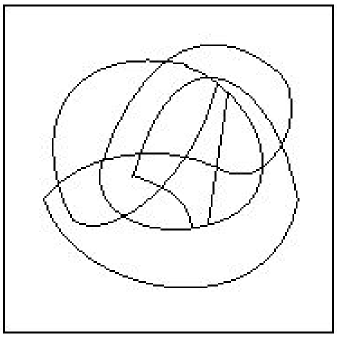
c.



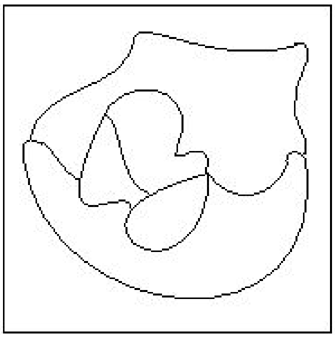
d.



e.



f.

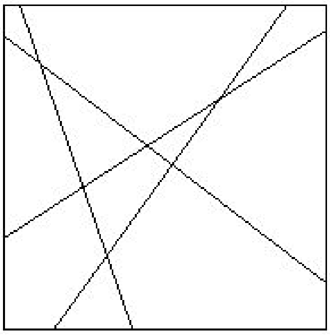


활동지 1-2. 지도색칠하기

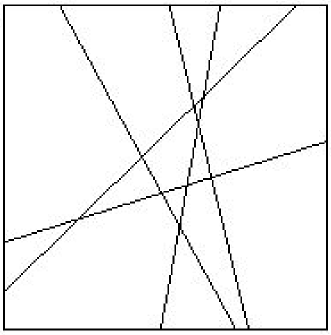
학년　　반　　번　이름

1. 지도가 임의 개의 직선으로 이루어졌을 때, 앞의 규칙에 따라 색칠하여라.

a.

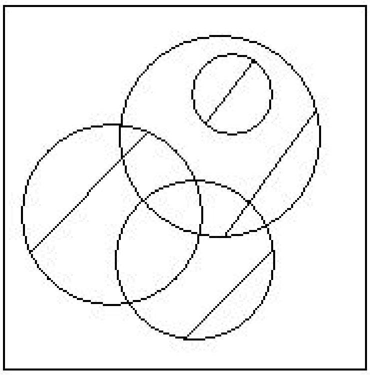


b.

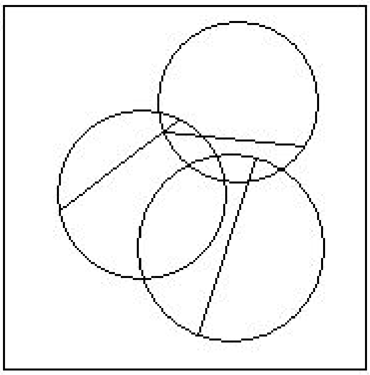


2. 다음의 지도는 원을 그리고, 각 원에 현을 그려넣되, 두 개의 다른 원의 현들은 많아야 한 점에서 만난다. 이러한 지도를 색칠하는데 최소한 몇 가지의 색깔이 필요한가?

a.

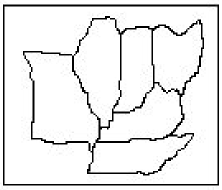


b.

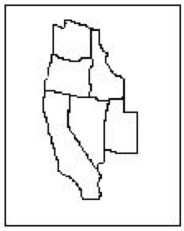


3. 최소한의 색깔을 사용하여 다음의 지도를 색칠하여라.

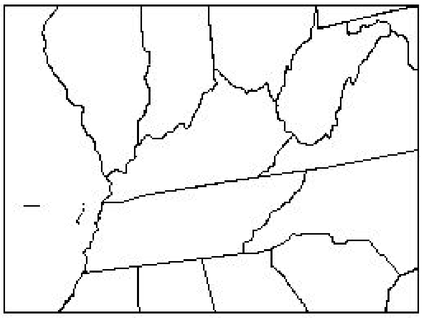
a.



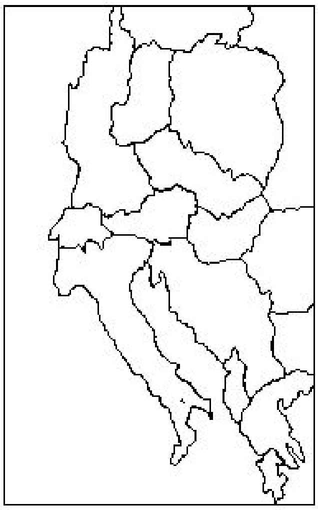
b.



c.



d.



4. 5가지 미만의 색깔로는 색칠할 수 없는 지도를 그릴 수 있는가?

활동지 2. 바코드

학년 반 번 이름 .

◎ 12를 이진법으로 나타내어라.

몫이 0이 될 때까지 12를 2로 나눈다.

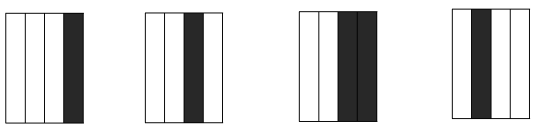
$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \cdots\cdots 0 \\ 2 & 3 \cdots\cdots 0 \\ 2 & 1 \cdots\cdots 1 \\ & 0 \cdots\cdots 1 \end{array} \uparrow$$

$$\begin{aligned} 12 &= 6\times2+0 \\ 6 &= 3\times2+0 \\ 3 &= 1\times2+1 \\ 1 &= 0\times2+1 \end{aligned}$$

∴ $12=1100_{(2)}$……답

◎ 바코드 만들기

이진법의 원리를 이용하여 1,2,3,4.....를 다래 그림과 같이 나타낸 바코드를 만들어 보자.



1 2 3 4

◎ 원리

1 = 0001, 2 = 0010, 3 = 0011, 4 = 0100, …
0은 빈칸으로 1은 검은색으로 채운다.

1. 십진수를 이진법으로 바꿔보기

십진수	이진법
1	00001
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	01010
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	10100
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	11110
31	

2. 미래의 나는 누구? 명함 만들기

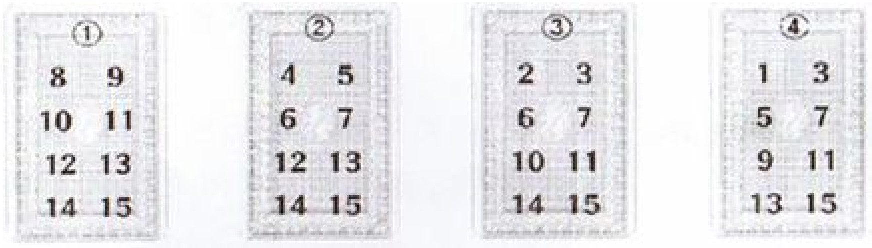
전화번호 :
이　　름 :
직　　업 :

활동지 3. 마법카드 - 2진법의 원리를 이용한 놀이

학년　　반　　번　이름

◎ 내 마음속의 숫자는?

먼저 간단히 4장의 마법카드를 보도록 하자.
아래의 ①, ②, ③, ④ 카드를 이용하면 상대방이 생각한 수를 알아맞힐 수 있다. 다음과 같이 해보자

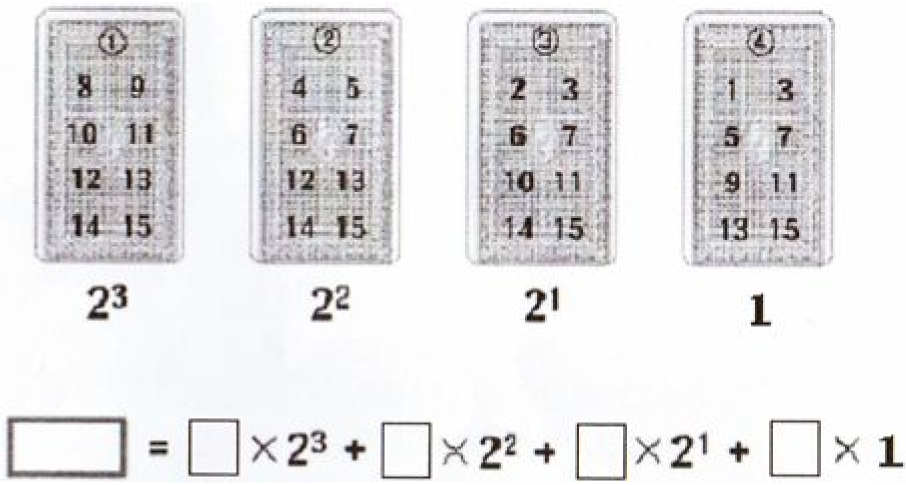


(1). 다른 사람에게 1에서 31까지의 자연수 중 하나를 생각하라고 한다.
(2) 그 수가 쓰여진 카드를 모두 말하게 한다.
(3) (2)에서 말한 카드에 쓰여진 첫 번째 수를 모두 더하여
상대방이 생각한 수를 알아맞힌다.

예를 들어, 상대방이 11을 생각했다고 하자.
11이 쓰여 있는 카드는 ①, ③, ④ 이고, 이 카드들에 쓰여진 첫 번째 수는 각각 1, 2, 8이다. 따라서 1과 2와 8을 모두 더하면 상대방이 생각했던 수 11을 알아맞힐 수 있다.

◎ 마법카드 만들기

마법 카드는 2진법을 이용하여 만든 것이다.



즉, 1에서 15까지의 수를 이진법 수로 나타냈을 때,

① 카드에는 2^3의 자리 숫자가 1인 수

② 카드에는 2^2의 자리 숫자가 1인 수

③ 카드에는 2 의 자리 숫자가 1인 수

④ 카드에는 1 의 자리 숫자가 1인 수

를 써넣어 만들었다.

예를 들면, $5 = 101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$이므로,

5는 2^2의 자리와 1의 자리 카드가 들어간다.

즉, 5는 ②, ④에 적어 넣는다.

이러한 원리를 이용하여 6장의 마법 카드를 완성해 보자.

활동지 4-1. 비밀문서 해독하기 - OSC II 코드 암호

학년　　반　　번　이름　　　　　　　.

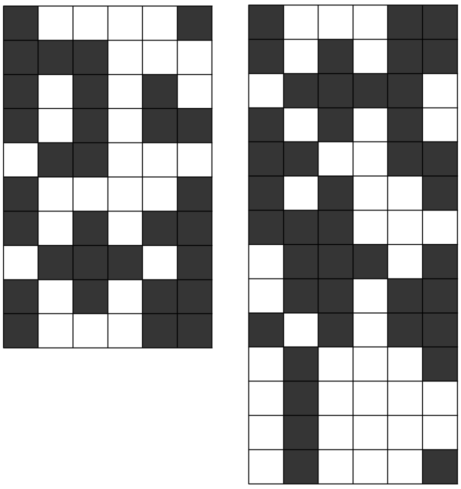
이진코드		000	001	010	011	100	101	110	111
	십진수	0	1	2	3	4	5	6	7
000	0		1	2	3	4	5	6	7
001	8	8	9	0	~	!	?	@	#
010	16	^	*	<	>	;	/	+	=
011	24	ㄱ	ㄲ	ㄴ	ㄷ	ㄸ	ㄹ	ㅁ	ㅂ
100	32	ㅃ	ㅅ	ㅆ	ㅇ	ㅈ	ㅉ	ㅊ	ㅋ
101	40	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㅏ	ㅐ	ㅑ	ㅒ	ㅓ
110	48	ㅔ	ㅕ	ㅖ	ㅗ	ㅘ	ㅙ	ㅚ	ㅛ
111	56	ㅜ	ㅝ	ㅞ	ㅟ	ㅠ	ㅡ	ㅢ	ㅣ

◎ OSC II 코드로 암호 만드는 방법

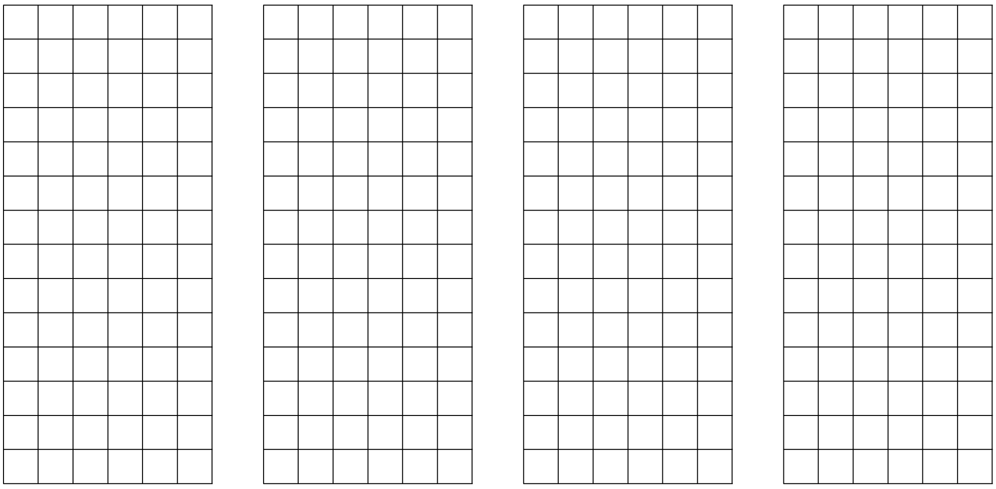
'ㄱ' = 011000
'수' = '100001 111000'
0은 빈칸으로 1은 색칠하여 표현한다.

예를 들면, 'ㅅ' = 100001이므로, | ■ | □ | □ | □ | □ | ■ |

1. 다음 비밀 문서를 해독 해자.



2. 암호를 직접 만들어 보자.



암호를 만든 후 친구와 바꾸어 보기

3. 더 간단히 암호를 만들어 보자

이진코드를 다시 십진 코드로 만들어 보자.

예를 들면 ,‘ㅅ’ = 100001 = 32+ 1 = 33

수학 = 100001, 111000, 101010,101011,011000

= 33, 56, 42, 43, 24

3-1. 그렇다면 다음은 무엇을 말하는 것일까 해독해보자.

35 43 30 42 51 41 56 29 27 43 17 16 16 17

활동지 4-2. 암호 만들기

학년 반 번 이름 .

◎ 폴리비오스스의 암호 - 행렬암호

가장 오래된 비밀문서 중의 하나인 고대 폴리비어스가 사용한 암호표
각 철자에 해당되는 행렬의 행과 열을 숫자로 써서 만든 암호이다
예) 51 = u

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	J
3	K	L	M	N	O
4	P	Q	R	S	T
5	U	V	W	X	Y/Z

1. 다음 암호를 해독해 보자

① 24 32-35-52-15 31-35-43-15-11

② 24 12-24-32-24-15-52-15 24 13-11-34 21-32-55

2. 내가 만드는 폴리비어스 암호

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

(빈칸에 알맞게ㄱ에서 ㅎ 과 ㅏ에서 ㅣ를 적어보자)

◎ **시저 암호**

시저가 사용한 암호로 당시에는 다른 사람이 보아도 알 수 없는 내용을 보냈다. 현재에는 간단한 암호이지만 과연 어떻게 한 것일까?

평문	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
평문	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

암호문	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
x+2 (26진법)													
암호문	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x+2 (26진법)													

1. 영어 알파벳을 숫자0에서 25까지 대응 시켜 정의역과 공역으로 하여 함수로 나타내면?

2. THERE IS A TIME FOR EVERYTHING(모든 일에는 때가 있다.)를 위의 암호를 사용하여 나타내 보자.

3. 내가 만드는 줄리어스 시저 암호

평문	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
평문	ㅎ	ㅏ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ			
x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

암호문	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ
암호문	ㅎ	ㅏ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ			

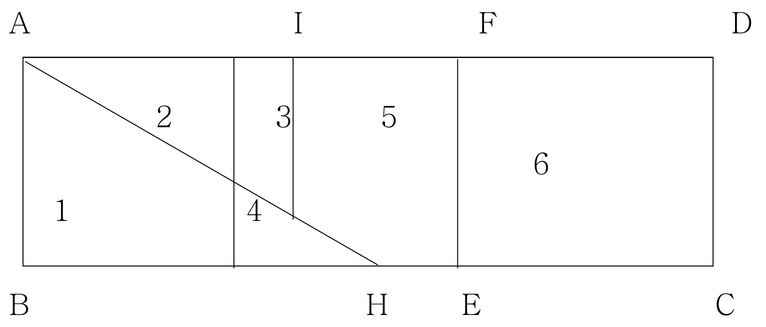
① 내가 만든 암호법은?

ㄱ에서 1를 숫자 0에서 23까지 대응시켜 정의역과 공역으로 하여 함수로 나타내면?

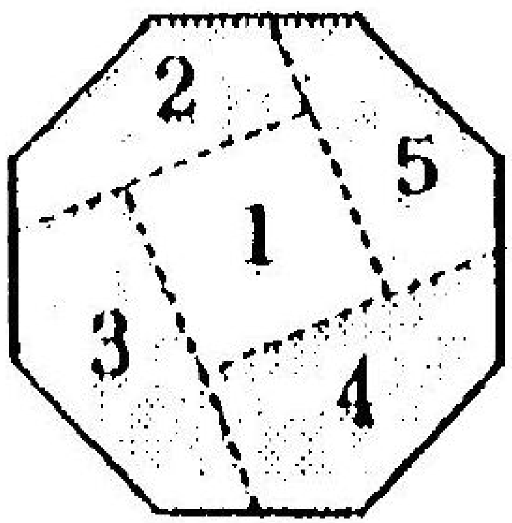
활동지 5. 도형 짜 맞추기

학년　　반　　번　이름

1. 가로, 세로의 길이의 비가 3:1인 직사각형 ABCD를 그림과 같이 6조각으로 잘라서, 정사각형을 짜 맞추어라



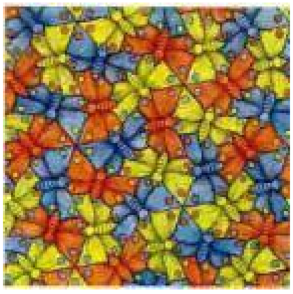
2. 정팔각형을 그림과 같이 5조각으로 잘라서, 정사각형을 짜 맞추어라.



활동지 6-1. 테셀레이션

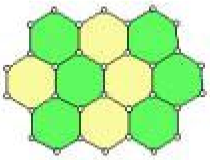
학년　　반　　번　이름

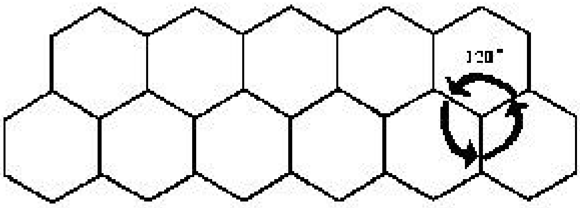
1. 다음 작품은 무엇을 이용한 테셀레이션 일까?



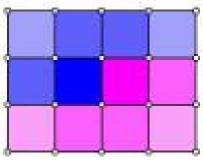
2.공간을 분할하는 능력이 요구되는 작품으로 색깔에 따라 나비 종류가 다르다. 과연 몇 가지 종류일까?

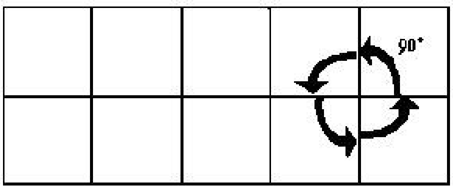
※ 테셀레이션 가능한 정다각형





정육각형 테셀레이션

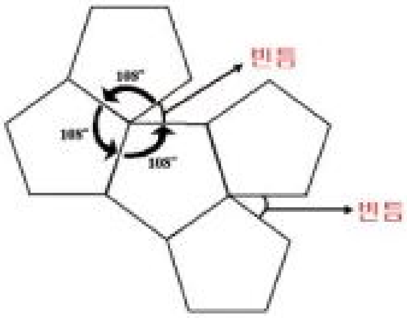




정사각형 테셀레이션

3. 테셀레이션이 불가능한 도형은 무엇일까?

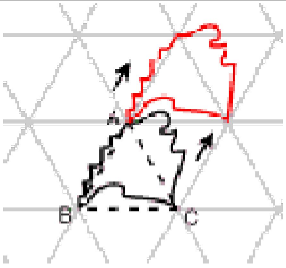
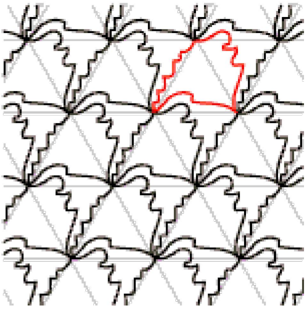
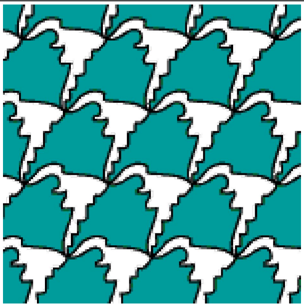
정오각형



다른 것은 무엇이 있을까?

4. 삼각형으로 테셀레이션 만들기

합동인 어떠한 삼각형도 모자이크에 이용될 수 있다. 합동인 삼각형 6개를 세 개의 다른 각이 각각 한 쌍씩 한 개의 공통인 꼭지점에서 만나도록 하면, 합동인 삼각형들은 겹치지 않고, 어떠한 공간도 남기지 않고 표면을 덮을 수 있다.

방법	그림
1단계(기본도형-정삼각형)	 정삼각형을 빈틈없이 그려넣는다. 변형시킬 모양을 도안한다.
2단계	 모든 정삼각형을 반복하여 변형시킨다.
3단계	 원하는 색을 넣어 완성시킨다.

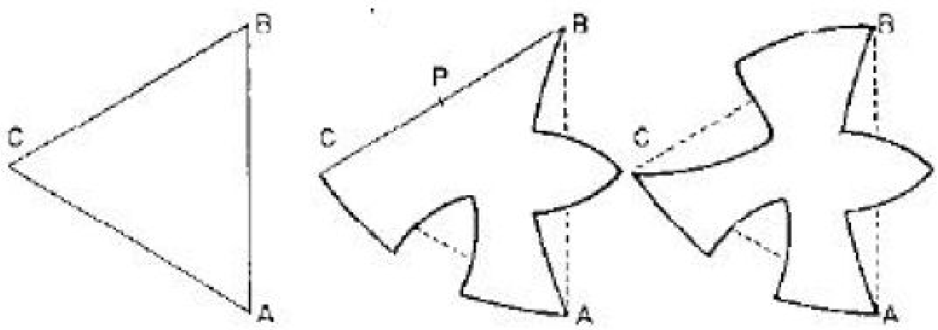
위의 단계와 같이 다른 형태의 모양으로 도안해보자.
나만의 모양을 만들어 보자.

활동지 6-2. 테셀레이션- 에셔의 그림 그려보기

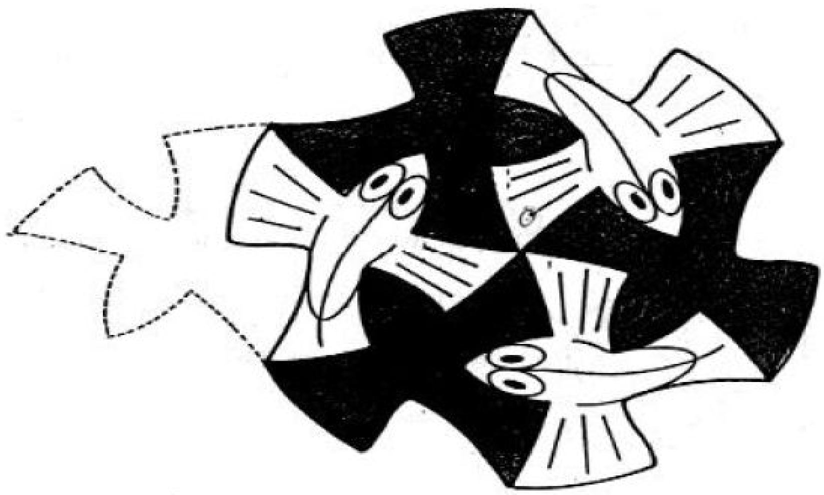
학년 반 번 이름

M.C. Eshcer(1898-1972)는 모자이크의 활용으로 유명한 사람이다. 그는 삼각형이나 육각형과 같은 기본 다각형을 교묘하게 변화시켜 복잡하고, 예술적인 모자이크를 만들었다.
아래에 이용된 그림은 Escher가 그린 것 중의 하나를 바탕으로 한 것이다.

1단계 : 정삼각형 ABC로 시작한다. 아래 그림에서 보는 바와 같이 변 AB와 변 AC에 아래 그림과 같이 곡선을 그린다. 변 BC위에 중점 P에 대하여 대칭인 또 하나의 곡선을 그린다. 여러분도 주의 깊게 곡선을 선택한다면 Escher가 한 것처럼 모자이크를 하기에 적절한 재미있는 그림을 만들 수 있을 것이다.



2단계 : 위와 같이 만든 6개의 그림(날아가는 물고기 모양)은 한 점을 중심으로 정확하게 맞추어져 육각형 배열을 이루게 된다.



1. 1단계의 기본 그림을 이용하여 지면 위에 모자이크를 해보자. (지면에 그려보거나 색종이를 이용하여 아름답게 꾸며보자.)
2. 2단계의 그림에서 한 마리의 물고기 그림이 바로 이웃하는 물고기에 포개어지기 위해서는 점 O를 중심으로 몇 도 회전 이동해야 할까?

<Escher의 작품들>

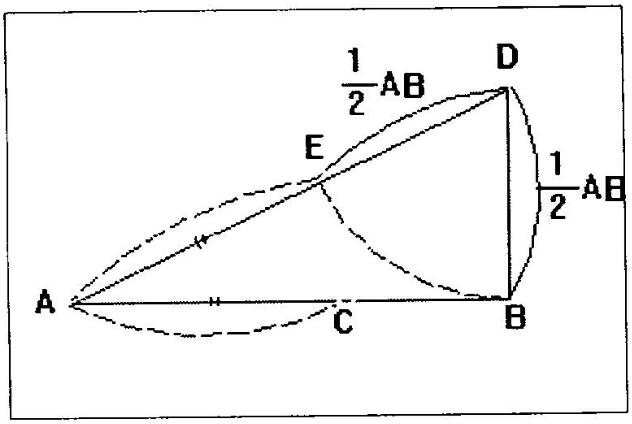
활동지 7-1. 황금분할

학년　　반　　번　이름

황금비를 나타내는 Φ(파이)는 주어진 선분 AB를 C에서 선분 AC(큰쪽)와 선분 BC(작은 쪽)의 비로 나누었을 때

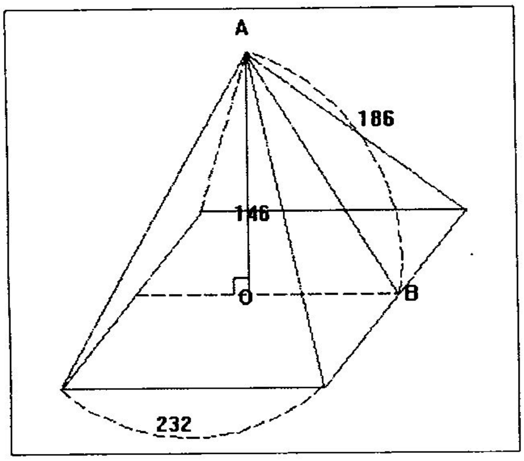
$$\frac{전체의길이(AB)}{큰선분(AC)의길이}=\frac{큰선분(AC)의길이}{작은선분(CB)의길이}$$

즉 $\phi=\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{CB}$



1.이차방정식을 활용하여 황금비를 구해보자.

2. 피라미드속의 황금비

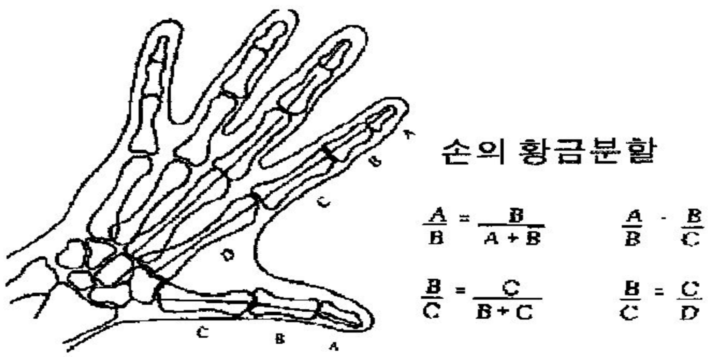


이집트의 피라미드 중에서 최대의 규모라고 일컬어지는 쿠퍼왕의 피라미드는, 한 변의 길이가 232m 인 정사각형의 밑면과 146m의 높이를 가진 각뿔을 이루고 있다.

정사각형의 각 변으로부터 중심에 이르는 거리와 능선의 길이의 비를 구해보자.

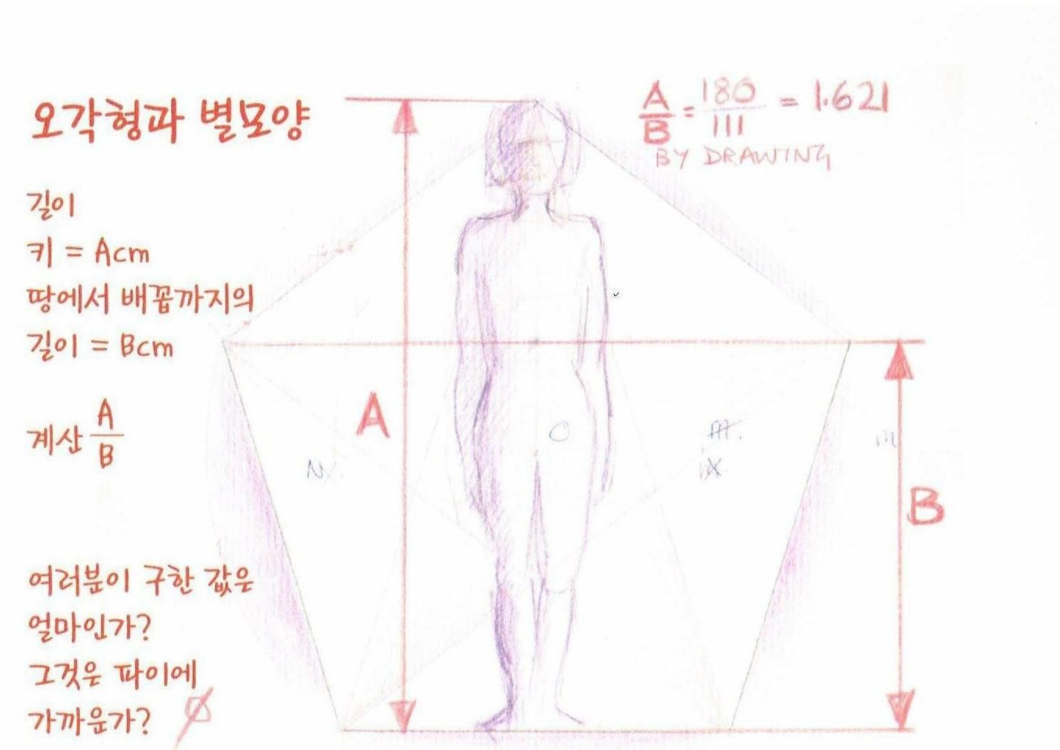
3. 인체에서 찾은 황금비

① 내 손가락의 길이를 재어 비를 구해보자.



② 자신의 신체가 얼마나 황금비에 가까운지를 알아보자.

내 키를 측정한 다음 이것을 A, 땅에서부터 배꼽까지의 길이를 측정한 것을 B라 하자. 그리고 A를 B로 나눈다.

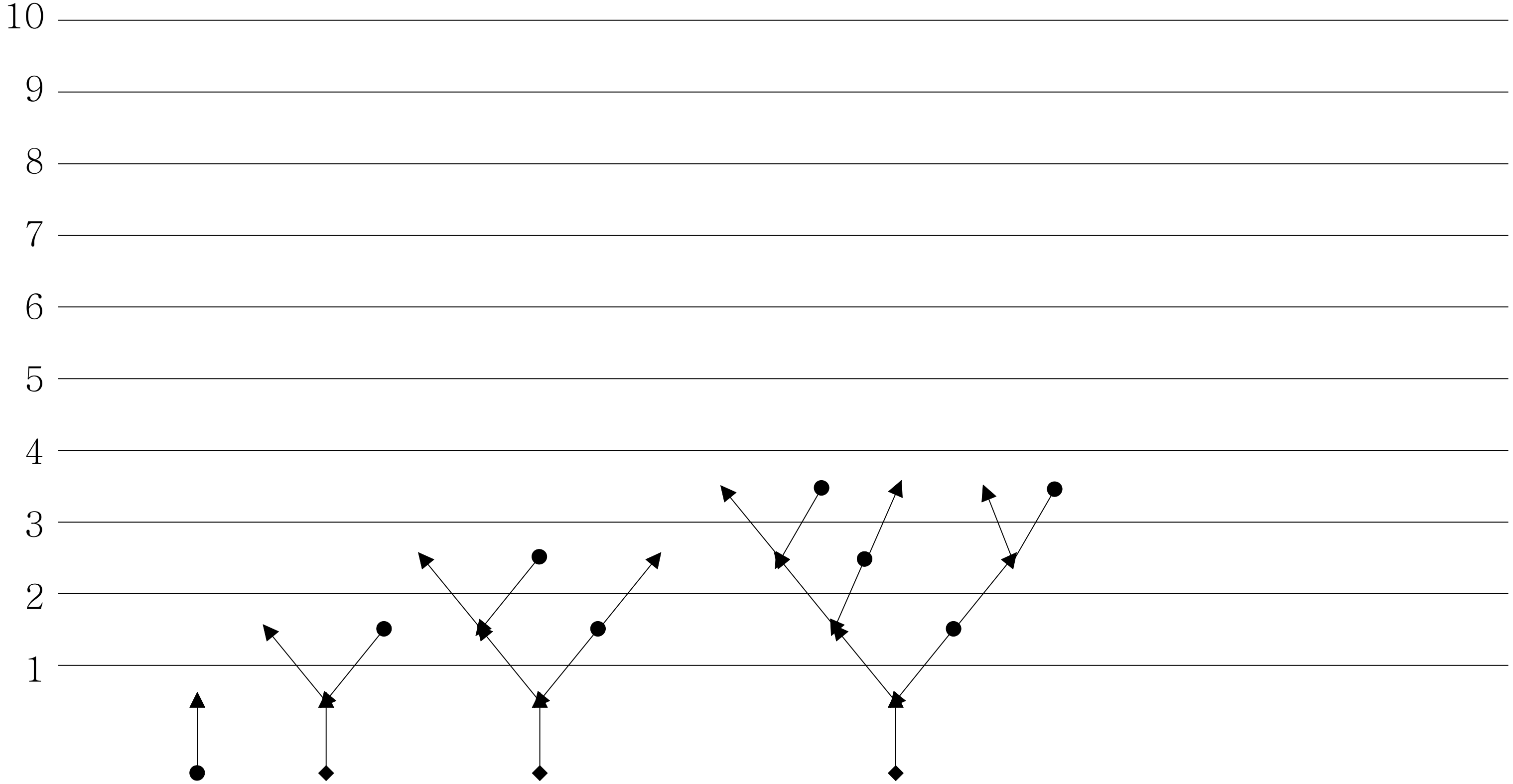


활동지 7-2 여러 가지 황금비

학년　　반　　번　이름

1. 갈라져 가는 나뭇가지

피보나치 수는 토끼의 개체 수에 대한 모델로 만들어 졌다. 이때의 전제 조건은 새로 태어난 항 쌍은 두 달 후부터 암수 한 쌍의 새끼를 낳는다는 것이다. 이러한 조건으로 몇 달, 몇 년 후 토끼의 개체수가 얼마나 늘어나는지 예측해 본 것이다.
피보나치 수는 자연 속에서 흔하게 발견 되는데, 나뭇가지가 갈라지는 과정에서도 발견된다. 가지가 새로운 가지를 만들어 내는 규칙은 토끼가 증가하는 규칙과 같다. 즉, 나뭇가지가 일정기간에 한 단계씩 자란다고 하자. 각 단계마다 갈라지는데, 처음 생겨난 가지는 두 번째 단계부터 갈라지기 시작한다.
규칙 : 줄기가 분열하는 각 단계는 수평선으로 생각한다. 편의상 수평선에 1,2,3,4...의 번호를 붙인다.
수평선 1에 동그란 점을 찍는다. 이 점이 한 단계 지난 것을 수평선 2에 삼각형 전으로 표시한다.
삼각형 점은 한 단계 지난 점 이므로 줄기를 한 개 더 분열한다. 수평선 3에 새로 생긴 점은 동그란 점으로, 원래 있던 줄기위의 점은 그래도 삼각형 점으로 표시한다.
수평선 3 위에서 동그란 점은 수평선 4로 가서 삼각형 점으로 바꾸고, 수평선 3위에서의 삼각형 점에서는 분열이 일어나 삼각형 점, 동그란 점이 한 개 씩 생긴다.

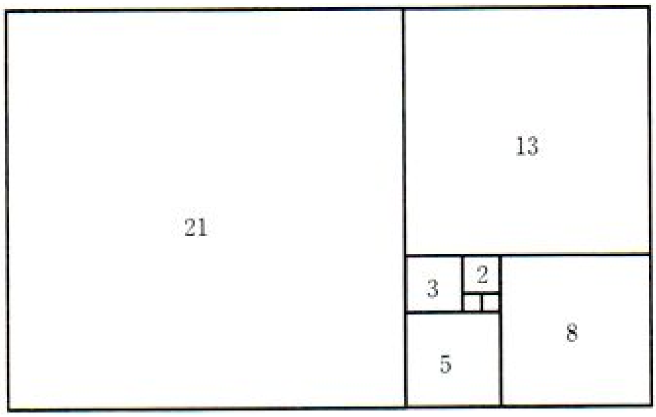

10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

2. 등각 나선

아르키메데스 나선은 나사에서 볼 수 있는 것과 같이 일정한 간격으로 감겨있는 나선으로 DNA의 이중나선 역시 이 구조이다. 베르누이 나선은 로그나선 또는 등각 나선, 황금나선 등의 여러 가지 이름으로 불리는데, 한번 회전할 때 마다 일정한 비율이 곱해져서 생기는 곡선이다. 특히 등각나선의 경우 피보나치 수열과 밀접한 관계가 있으며, 앵무조개 껍질이나 솔방울의 모양 등 자연에서 흔히 찾아 볼 수 있는 자연 생성의 기본원리와 관계가 있기도 한다. 등각나선은 나선의 중심과 나선에서의 접선이 이루는 각이 항상 일정한데, 등각나선을 그리는 손쉬운 방법은 황금 사각형을 이용하는 것이다. 물론 이 과정에서 그려지는 직사각형은 황금 직사각형에 근사하는 사각형이며, 마찬가지로 나선도 등각나선에 근사하는 나선이다.

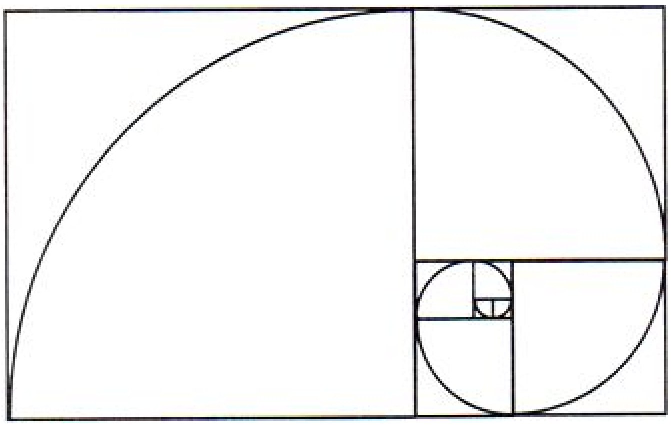
① 모눈종이에 한 변의 길이가 1인 정사각형 두개를 그린다. 여기에 길이가 다른 정사각형을 다음과 같은 규칙에 따라 붙인다.

규칙 : 주어진 단위정사각형에서 길이가 다른 정사각형을 한번만 사용한다.
정사각형을 붙인 모양은 항상 직사각형을 유지한다.



(정사각형 안의 수는 한 변의 길이를 말한다)

② 처음 정삭가형의 한 꼭지점을 중심으로 하여 각 정사각형 안에 사분원을 그려 나선 형태를 만들어 나간다.



활동지 8. 카드그림 맞추기

학년　　반　　번　이름　　　　　　　.

※지수법칙에 관련된 문제들을 풀고 등식이 성립하지 않는 칸을 색칠하시오. [1],[2],[3],[4]를 바르게 색을 칠하고 잘 맞추면 그림이 나옵니다. 무슨 그림일까요?

[1]

$x^2\times x^3 = x^5$	$a^8\div a^2 = a^6$	$x^2\times x$ $x^3 = x^6$	$(y^2)^3 = y^6$	$2^2 = 4$	$(-1)^2 = 1$	$y^2\times y^2 \times x^3 = y^7$
$a^3\times a^4 = a^7$	$(3a^3)^3 = 9a^2$	$(-3a)^2 = 9a^2$	$(2b)^3 = 8b^3$	$x^8\div x^5 = x^3$	$x^5\div x^8 = \frac{1}{x^3}$	$(\frac{a}{3})^2 = \frac{a^2}{9}$
$x^9\div x^3 = x^6$	$x^3\div x^9 = \frac{1}{x^6}$	$(a^3)^3 = a^9$	$a^3\div a^3 = 0$	$(-1)^3 = 1$	$y^8\div y^2 = y^4$	$(y^6)^2\div y^4 = y^8$
$(a^3)^2 = a^6$	$(-a)^2 = a^2$	$a^2\times b^2 = (ab)^2$	$(2x)^3 = 2x^3$	$(x^6y)^3 = x^{18}y^3$	$3^2\times 3^4 = 3^6$	$(\frac{y}{2})^2 = \frac{y^2}{2}$
$(3a)^2 = 9a^2$	$(xy^2)^2 = x^2y^4$	$(3a^2)^3 = 3a^6$	$(2a)^3 = 8a^3$	$(x^2y^{3)^3} = x^6y^9$	$(\frac{x}{y})^2 = \frac{x^2}{y^2}$	$(\frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{4}$
$\frac{x^6\ y^2}{x^5\ y^2} = x$	$x^2\div x^4\times x^2 = 1$	$(-5a^2)^3 = -15a^6$	$(ab)^3 = a^3\ b^3$	$(-1)^2 = (+1)^2$	$a\div a^8 = \frac{1}{a^7}$	$\frac{x^3\ y^5}{x\ y^2} = x^2\ y^3$
$x^7\div x^7\times x^2 = x$	$y^6\div y^3 = y^3$	$a^3\div a^3 = 0$	$y^3\div y^6 = \frac{1}{y^3}$	$3\div 5 = \frac{3}{5}$	$(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$	$(2ab)^2 = 4a^2b^2$

[2]

$x^2 \times x^3 = x^5$	$a^8 \div a^2 = a^6$	$x^2 \times x \times x^3 = x^6$	$(y^2)^3 = y^6$	$2^2 = 4$	$(-1)^2 = 1$	$y^2 \times y^2 \times x^3 = y^7$
$a^3 \times a^4 = a^7$	$(3a)^2 = 9a^2$	$(-3a)^2 = 9a^2$	$x^5 \div x^8 = \dfrac{1}{x^3}$	$(\dfrac{a}{3})^2 = \dfrac{a^2}{9}$	$a^3 \div a^3 = 1$	$(y^6)^6 \div y^4 = y^8$
$(a^3)^2 = a^6$	$(-1)^3 = 1$	$y^8 \div y^2 = y^4$	$(-a)^2 = a^2$	$a^2 \times b^2 = (ab)^2$	$(x^6 y)^3 = x^{18} y^3$	$(2b)^3 = 8b^3$
$(2x)^3 = 2x^3$	$x^8 \div x^4 = x^3$	$(2a)^3 = 8a^3$	$(\dfrac{y}{2})^2 = \dfrac{y^2}{2}$	$(x^2 y^3)^3 = x^6 y^9$	$(\dfrac{x}{y})^2 = \dfrac{x^2}{y^2}$	$(\dfrac{a}{2})^2 = \dfrac{a^2}{4}$
$\dfrac{x^6 y^2}{x^5 y^2} = x$	$x^2 \div x^4 \times x^2 = 1$	$(xy^2) = x^2 y^4$	$3^2 \times 3^4 = 3^6$	$(3a^2)^3 = 3a^6$	$(3a)^2 = 9a^2$	$\dfrac{x^3 y^5}{xy^2} = x^2 y^3$
$x^3 \div x^4 \times x^2 = x$	$y^6 \div y^3 = y^3$	$3 \div 5 = \dfrac{3}{5}$	$(\dfrac{1}{2})^3 = \dfrac{1}{8}$	$(-5a^2)^3 = -15a^6$	$(-1)^2 = (+1)^2$	$a \div a^8 = \dfrac{1}{a^7}$
$(ab)^3 = a^3 b^3$	$(-1)^2 = 1$	$(-2x)^2 = 4x^2$	$(-b)^2 = b^2$	$a^3 \div a^3 = 0$	$b^2 \times b^4 = b^6$	$(\dfrac{x}{2})^3 = \dfrac{x^3}{8}$

[3]

$(-1)^2$ $=1$	$(-2x)^2$ $=4x^2$	$(-2)^2$ $=-2^2$	$(-b)^2$ $=b^2$	$b^2\times b^4$ $=b^6$	$(\frac{x}{2})^3$ $=\frac{x^3}{8}$	$(2ab)^2$ $=4a^2b^2$
$(a^4)^2$ $=a^8$	$\frac{x^6}{x^2}=x^4$	$\frac{2^6}{2^3}=8$	$(x^2)^3$ $=x^5$	$\frac{x^6y^8}{x^2y^2}$ $=x^4y^6$	$a^3\times a^4$ $=a^7$	$\frac{x^4}{x^2}=x^2$
$\frac{y^5}{y^2}=y^3$	$x^5\div x^2$ $=x^3$	$x^4\div x^2$ $=x^2$	$(x^2)^2$ $=x^4$	$(x^6)^2\div x^4$ $=x^4$	$3^3=27$	$(-3)^2=9$
$a\times a^4$ $\times a^5$ $=a^9$	$x^2\div x^4$ $=\frac{1}{x^2}$	$(\frac{1}{2})^2$ $=\frac{1}{4}$	$(a^{4)^5}$ $\times a$ $=a^{21}$	$x^2\times x^3$ $=x^5$	$(x^4)^2\div x^2$ $\times x^2=x^2$	$a^8\div a^2$ $=a^6$
$(y^2)^3$ $=y^6$	$2^2=4$	$(-1)^2$ $=1$	$y^2\times y^2$ $\times y^3$ $=y^7$	$a^3\times a^4$ $=a^7$	$(3a)^2$ $=9a^2$	$x^3\div(x^4)^3$ $=x^9$
$x^8\div x^5$ $=x^3$	$x^5\div x^8$ $=\frac{1}{x^3}$	$(\frac{a}{3})^2$ $=\frac{a^2}{9}$	$x^9\div x^3$ $=x^6$	$x^3\div x^9$ $=a^9$	$(-a)^2$ $=a^2$	$a^2\times b^2$ $=(ab)^2$
$(x^6y)^3$ $=x^{18}y^3$	$(-1)^2$ $=(+1)^2$	$a\div a^8$ $=\frac{1}{a^7}$	$\frac{x^3y^5}{xy^2}$ $=x^2y^3$	$a^3\div a^3=1$	$(xy^2)^2$ $=x^2y^4$	$(2a)^2$ $=8a^2$

[4]

$x^2 \times x \times x^3 = x^6$	$(\frac{x}{y})^2 = \frac{x^2}{y^2}$	$(\frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{4}$	$\frac{x^6y^2}{x^5y^2} = x$	$(x\ y^2)^2 = x\ y^4$	$x^2 \div x^4 \times x^2 = 1$	$3^2 \times 3^4 = 3^6$
$(3a)^2 = 9a^2$	$(-3a)^2 = 9a^2$	$(2b)^3 = 8b^3$	$(-1)^3 = 1$	$(y^6)^2 \div y^4 = y^8$	$(ab)^3 = a^3b^3$	$a \times a^4 = a^5$
$(-1)^2 = 1$	$(2ab)^2 = 4a^2b^2$	$y^8 \div y^2 = y^4$	$(-b)^2 = b^2$	$b^2 \times b^4 = b^6$	$(\frac{x}{2})^2 = \frac{x^3}{8}$	$(x^2y^3)^3 = x^6y^9$
$y^6 \div y^3 = y^3$	$(2x)^3 = 2x^3$	$y^3 \div y^6 = \frac{1}{y^3}$	$3 \div 5 = \frac{3}{5}$	$(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$	$a^3 \times a^4 = a^7$	$\frac{x^6}{x^2} = x^4$
$(\frac{y}{2})^2 = \frac{y^2}{2}$	$\frac{2^6}{2^3} = 8$	$\frac{x^6y^8}{x^2y^2} = x^4y^6$	$x^7 \div x^4 \times x^2 = x^5$	$x^4 \div x^2 = x^2$	$\frac{x^4}{x^2} = x^2$	$\frac{y^5}{y^2} = y^3$
$x^5 \div x^2 = x^3$	$(-2x)^2 = 4x^2$	$a \times a^4$ a^5 $= a^{10}$	$x^2 \div x^4 = \frac{1}{x^2}$	$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$a \times a^4 \times a^5 = a^{10}$	$(x^2)^2 = x^4$
$3^3 = 27$	$(-3)^2 = 9$	$(a^4)^2 = a^8$	$(y^2)^3 = y^6$	$2^2 = 4$	$(-2x)^2 = 4x^2$	$(a^4)^2 = a^8$

활동지 9-1. 수학과 영화

학년　　반　　번　이름　　　　　　　.

1. 영화 <큐브>를 보고 주인공들의 성격을 묘사해보자.

2. 소수를 고르는 체

1이 소수가 아님을 생각한 다음 2 다음에 오는 짝수들을 하나씩 건너뛰며 색을 칠한다. 그 다음에는 색칠되지 않은 수들 중에서 3 다음에 오는 3의 배수들에 각각 색을 칠한다. 또 여전히 색칠되지 않은 수들 중에서 5다음에 오는 배수들을 색칠하고 그 다음에는 7다음에 오는 7의 배수들.. 이와 같은 과정을 반복한다. 그러면 색칠되지 않고 남은 수들이 모두 소수임에 주목하자.

① 100까지의 숫자를 적은 아래의 표에 소수들만이 남도록 색칠을 계속해보자.

② 2에서 100사이의 소수를 모두 적어보자.

③ 2에서 100사이의 수에는 몇 개의 소수가 있는가?

④소수가 아닌 수를 색칠하는데 몇 개의 색연필을 더 사용해야 하는가?

⑤소수의 배열에서 어떤 패턴을 발견할 수 있는가?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

활동지 9-2. 수학과 영화

학년 반 번 이름 .

1. 존 내시의 '요구게임'은 두 사람이 1만원을 나누어 갖는 게임으로 게임 규칙은 다음과 같다.

비협력 게임으로 두 사람은 대화하거나 토의 할 수 없으며, 독자적으로 의사를 결정해야 한다. 각자 자기가 원하는 금액을 상대방이 모르게 적어낸다.
적어낸 금액의 합계가 1만원보다 많으면 누구에게도 돈을 주지 않지만, 1 만원 이하 이면 적어낸 금액만큼 각자에게 지불한다.

내가 이 게임의 참가자면 얼마를 적어내겠는가?
또, 이 게임에서 내쉬 균형은 무엇인가?

2. '내쉬' 게임은 존 내쉬가 프린스턴 시절 만든 게임이다. 이 게임은 완벽한 정보로만 이루어진 2인 제로섬 게임의 한 예다. 또한 이 게임은 체스와 삼목놀이와 달리 무승부가 존재하지 않는다. 게임방법은 다음과 같다.

마름모꼴의 '내쉬' 게임판은 종과 횡이 $n \times n$인 6각형이 타일처럼 깔려 있다. 게임판의 이상적인 크기는 종과 횡이 14×14인 경우지만, 11×11을 가장 많이 사용한다. 게임판의 마주보는 가장자기 두 줄에는 백색, 다른 두 줄에는 흑색을 칠한다. 각각 백색과 흑색의 바둑알을 사용한다. 차례로 한번씩 6각형 위에 돌을 놓으며, 한번 놓은 돌은 움직일 수 없다. 흑을 잡은 사람은 흑색으로 칠해진 가장자리 양쪽을 연결해야 하고, 백을 잡은 사람은 백색으로 칠해진 가장자기 양쪽을 연결해야 한다. 어느 한쪽이 성공할 때 까지 게임은 계속된다.