오 세 열 교수지도

석사학위 청구논문

주가연계증권(ELS)의 가격평가에 관한 연구

An Empirical Study on Pricing Equity Linked Securities

2007

성신여자대학교 대학원

경 영 학 과

황 용 화

주가연계증권(ELS)의 가격평가에 관한 연구

An Empirical Study on Pricing Equity Linked Securities

오 세 열 교수지도

이 논문을 석사학위 논문으로 제출함

2006년 11월

성신여자대학교 대학원

경 영 학 과

황 용 화

인 준 서

황용화의 석사학위 논문을 인준함

심사위원 ____________________ 인

심사위원 ____________________ 인

심사위원 ____________________ 인

성신여자대학교 대학원

논 문 개 요

국내증권회사는 2002년 10월 장외파생거래업무가 인가된 이후 2003년 3월부터 주가연계증권(Equity Linked Securities)을 발행하고 있다. 주가연계증권의 발행은 2003년 증권거래법 개정을 필두로 본격적으로 시작하여 2006년에 들어서는 월평균 발행액이 2조원에 육박할 정도로 단시간 내 급속도의 성장세를 보이고 있다. 이는 저금리시대에 고수익을 낼만한 투자수단으로 장외파생상품 등에 대한 관심이 고조되면서 주가연계증권이 투자자들에게 또 하나의 투자수단으로 자리매김하고 있다는 증거이다.

현재 시장에서 발행되고 있는 주가연계증권의 경우 가격결정은 어떻게 이루어지고 있으며, 가치평가 결과, 시장가격과 어느 정도의 차이를 보이고 있는지 알아보고자 하는 것이 본 연구의 목적이다.

그에 따라 본 논문에서는 파생상품의 가치평가를 위해 사용되는 수치 해석적 방법과 그에 필요한 이자율 프로세스 및 주가 프로세스에 대해 살펴보았다. 또한 국내 증권회사에서 실제 발행한 ELS 상품을 사례분석 함으로써 가격결정이 어떻게 이루어지는지 알아보았다.

특히나 ELS 가치평가를 위해서 구조화증권의 수익을 결정하는 각 요소의 수익률이 서로 독립이 아닌 CIR모형을 통해서 얻어진 동일한 이자율 프로세스를 적용하였고, 또한 촐레스키 분해(Cholesky Factorization)를 통해 이자율과 주가 간의 상관관계를 반영한 평가가 이루어지도록 하였다.

분석 결과, 몬테카를로 시뮬레이션과 유한차분법에 의해 발행시점을 기준으로 평가한 ELS의 가치가 모두 발행시점의 ELS 가격보다 적게 산출되었다. 즉, 실제가격이 분석 결과치에 비해 고평가 되어 있는 것으로 나타났다.

목　　차

표 목 차

그 림 목 차

제 1 장 서 론

제 1 절 연구의 배경 및 목적

국내증권회사는 2002년 10월 장외파생거래업무가 인가된 이후 2003년 3월부터 주가연계증권(Equity Linked Securities)을 발행하고 있다. 주가연계증권의 발행은 2003년 증권거래법 개정을 필두로 본격적으로 시작하여 2006년에 들어서는 월평균 발행액이 2조원에 육박할 정도로 단시간 내 급속도의 성장세를 보이고 있다. 이는 저금리시대에 고수익을 낼만한 투자수단으로 장외파생상품 등에 대한 관심이 고조되면서 주가연계증권이 투자자들에게 또 하나의 투자수단으로 자리매김하고 있다는 증거이다.

시장에 다양한 금융상품이 생겨난다는 건 투자자들의 욕구(needs)에 따라 다양한 선택을 할 수 있다는 것이기도 하지만 어떤 상품이 적합하고 투자할만한 가치가 있는 것인지 가리기에는 많은 어려움이 따른다는 것이기도 하다.

일반적으로 상품의 가격은 상품 자체의 가치에 일정이상의 프리미엄이 붙는다는 점을 감안하여, 현재 시장에서 발행되고 있는 주가연계증권의 경우 가격결정은 어떻게 이루어지고 있으며, 가치평가 결과, 시장가격과 어느 정도의 차이를 보이고 있는지 알아보고자 하는 것이 본 연구의 목적이다.

그에 따른 이자율 프로세스 및 주가 프로세스를 살펴보고, 수치해석적 접근방법에 따라 발행시점을 기준으로 분석대상 상품의 가치평가 결과가 어떻게 나타나는지 비교 분석하고자 한다.

제 2 절 논문의 구성

본 논문은 총 7장으로 다음과 같이 구성되어 있다. 제 1장에서는 본 연구의 배경과 목적을 밝히고, 논문의 구성을 소개한다. 제 2장에서는 주가연계증권의 개념 및 형태, 시장 현황에 대해 살펴본다. 제 3장에서는 본 연구에 필요한 이자율 모형 및 주가 모형에 대해 설명한다. 제 4장에서는 ELS의 가치평가에 사용된 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)과 유한차분법(FDM)에 대해 설명한다. 제 5장에서는 ELS 가치평가에 필요한 모수들을 추정한다. 제 6장에서는 Knock-out Barrier 옵션이 내재된 ELS 상품을 소개하고, 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)과 유한차분법(FDM)에 의해 각각 가치평가를 하여 서로 다른 방법에 의해 평가된 가치를 비교 분석한다. 마지막으로 제 7장에서는 본 연구에 대한 결론을 맺고, 본 논문의 한계와 앞으로의 연구 과제를 제시한다.

제 2 장 주가연계증권

제 1 절 주가연계증권의 개념 및 형태

주가연계증권(Equity Linked Securities)의 개념을 살펴보려면 먼저 주가연계채권(Equity Linked Note)을 언급해야 한다. 주가연계채권(ELN)이란 채권의 이자를 개별주가나 지수에 연동해 지급하는 구조설계증권(structured security)의 일종이다. 주가연계증권(ELS)은 채권에 주식파생상품이 결합되는 경우가 대부분이기 때문에 외국에서는 주로 주가연계채권(ELN)으로 불린다.[1)] 국내에서는 이러한 ELN을 은행에서 발행하는 ELD(Equity Linked Deposit)와 투신운용사가 펀드 형태로 발행하는 ELF(Equity Linked Fund), 그리고 증권사가 유가증권의 형태로 발행하는 ELS로 통상 분류하고 있다.

이러한 ELS는 기초자산인 특정 주권의 가격이나 주가지수의 변동에 연동되어 투자수익이 결정되는 유가증권으로 투자자는 발행회사의 운용성과와는 무관하게 주가 또는 주가지수의 움직임에 따라 사전에 약정된 수익률을 얻게 된다. 또한 ELS는 채권이나 예금에 비해서는 고위험·고수익 상품이나, 주식에 비해서는 저위험·저수익 상품으로, 2003년 발행이 시작된 이후 계속해서 높은 증가 추세를 보이고 있다.

이처럼 ELS가 각광을 받게 된 이유는 위험과 수익간의 다양한 조합이 가능하다는 것이다. 채권처럼 원금을 보장하면서 주가에 연동된 수익을 얻을 수

1) 각종 해외논문에서는 ELS(Equity Linked Securities)보다 ELN(Equity Linked Note)이나 ELI(Equity Linked Instrument)라는 명칭이 훨씬 많이 사용되고 있다.

있는 상품도 있고, 원금은 보장되지 않지만 직접 주식에 투자하는 것처럼 높은 수익을 추구하는 형태도 있다. 즉, 위험과 수익의 조합으로 다양한 형태의 금융상품을 만들어 낼 수 있다는 것이다.

ELS는 2003년 발행초기에는 원금보장형 ELS가 주류를 이루었으나 2004년 6월 이후에는 높은 수익률을 제시하기 위한 원금비보장형 ELS가 주로 발행되었다. 그러나 최근의 주가조정으로 원금손실 위험이 높아지자 2006년 8월 이후부터 다시금 원금보장형 상품들이 발행되고 있다.

최근 발행되는 ELS의 전형적인 구조는 기초자산이 개별주식인 경우가 많고, KOSPI200지수 이외에 Nikkei225지수 등 4개의 지수가 기초자산으로 이용되고 있다. 특히 시가총액 상위 9개 기업의 주식과 KOSPI200지수가 하나 또는 그 이상이 연계되어 기초자산을 이루는 ELS 상품이 전체 상품의 과반수 이상(61.8%)을 차지하고 있다.[2]

한편, 초기에는 공모위주로 발행되었으나 최근에는 자산운용사, 공제회 및 상장기업을 상대로 한 사모방식의 맞춤형 상품이 많아지고 있다.[3]

무엇보다도 우리나라 시장에 도입된 ELS의 형태를 구분 짓는 가장 큰 특징은 수익구조에 따른 분류이다. ELS상품에 어떠한 이색옵션(exotic option)이 내재되어 있느냐에 따라 수익구조가 결정되고, 그러한 이색옵션의 명칭을 따서 ELS의 형태를 구분 짓는다. 도입 초기에는 크게 넉아웃(Knock-out)형, 불스프레드(Bull Spread)형, Reverse Convertible형, 디지털(Digital)형으로 분류되었고, 2004년부터 시장에 소개되기 시작한 조기상환(Callable)형이 현재 주류를 이루고 있으며, 최근 새롭게 등장한 상품으로 스텝다운(Step-down)형 ELS도 있다.

---

2) 금융감독원 정례브리핑자료(2006.8.1)

3) 상게자료.

이상에서 보는 바와 같이 ELS는 금융시장 환경에 따라 다양한 상품들이 발행되었다. 여러 가지 방법으로 분류가 가능하겠지만 앞서 말한 내용을 간단히 정리하면, ELS의 형태를 크게 다음의 <표 1>과 같이 분류할 수 있다.

<표 1> 특징에 따른 ELS의 분류

1.원금보장 여부에 따른 구분	1) 원금보장형
	2) 원금비보장형
2. 수익구조에 따른 구분 (내재된 이색옵션별)	1) 넉아웃형 - 도입초기에 많았던 형태
	2) 불스프레드형
	3) 리버스 컨버터블형
	4) 디지털형
	5) 조기상환형 - 요즘 가장 많은 형태
	6) 스텝다운형 - 최근 시도되고 있는 형태
3. 기초자산에 따른 구분	1) KOSPI200지수를 기초자산으로하는 ELS
	2) One Stock을 기초자산으로 하는 ELS
	3) Two Stock이상을 기초자산으로 하는 ELS
4. 모집형태에 따른 구분	1) 공모용 ELS
	2) 사모용 ELS

제 2 절 주가연계증권의 시장 현황

국내증권회사는 2002년 10월 장외파생거래업무가 인가된 이후 2003년 3월부터 ELS(Equity Linked Securities)를 발행하고 있다. 유가증권으로 지정된 ELS는 장외파생거래업무를 인가받은 국내증권회사[4]만이 발행 가능하다.

4) 2006.5월 현재 총 10개사.(2003년도 도입 초기에는 4개사에 불과했음)

2006년 8월 현재 ELS 발행 잔액이 총 11.7조원에 이르고 있는 가운데 2006년 1월~6월중에만 10.8조원이 발행되는 등 최근 ELS의 월평균 발행액이 2조원에 육박하고 있다. 또한 2006년 3월 현재 ELS 발행 누계액은 27.7조원으로 ELS 도입 후 시장이 급속도로 확대되고 있다. 이는 <표 2>의 월평균 발행액 추이를 살펴보아도 알 수 있다. ELS 월평균 발행액은 2003년 0.3조원에서 2004년 0.5조원으로, 2005년에는 1.2조원으로 2년 새에 빠른 증가 추세를 보이더니, 2006년에는 월평균 발행액이 1.8조원에 이르며 2003년에 비해 무려 6배가량이나 증가하였음을 보여주고 있다.

<표 2> ELS 월 발행액 추이

(단위 : 억원, P)

연도		발행총액	월평균발행액	KOSPI(평균)
2003년*		34,591	3,459	680
2004년		56,064	4,672	837
2005년		142,959	11,913	1,088
2006년 1~6월		107,665	17,944	1,374
	1월	9,927	-	1,400
	2월	12,634	-	1,372
	3월	21,165	-	1,360
	4월	17,312	-	1,420
	5월	25,882	-	1,318
	6월	20,745	-	1,295

자료: 금융감독원 정례브리핑자료(2006.8.1) 주) * : 2003.3월부터 발행 시작

제 3 장 이자율 프로세스 및 주가 프로세스

제 1 절 이자율 기간구조 모형 : Cox-Ingersoll-Ross 모형

이자율 기간구조의 추정 및 예측에는 주로 통계적 접근방법과 이론적 접근방법을 사용한다. 먼저 통계적 접근방법은 만기에 대한 일반화된 함수형태를 이용하여 할인함수나 현물이자율 함수의 근사치를 구하는 방법으로 스플라인(spline) 방법과 비스플라인(non-spline) 방법이 있다. 스플라인 방법은 전체구간을 뾰족점(knot)을 기준으로 몇 개의 구간으로 나누어 각 구간별로 다른 함수를 이용하여 추정하는 방법으로 MacCulloch(1975)의 3차 스플라인(cubic spline) 방법과 Vasicek & Fong(1982)의 지수 스플라인(exponential spline) 방법 등을 예로 들 수 있다. 반면 비스플라인 방법은 전 구간을 단순한 하나의 함수를 통해 추정하는 방법으로 Nelson-Siegel(1987) 방법 등이 있다. 이러한 통계적 접근방법은 실제 거래된 채권에 대한 높은 설명력을 지니고 있으나 이자율 기간구조의 동적 변화에 대한 일관성 있는 설명을 할 수 없다는 약점을 갖고 있다.

다음으로 이론적 접근방법은 채권가격에 영향을 미치는 요인들의 동적 모형을 이론적으로 설정하고, 이에 따라 추계적 과정에 내재되어 있는 모수를 추정하여 이자율 기간구조를 얻는 방법이다. 이러한 이자율 기간구조 모형은 크게 균형모형과 무차익 모형으로 나눌 수 있다. 둘 다 단기이자율의 행태방정식을 통해 모든 이자율의 움직임을 확률적으로 표시한다. 균형모형은 모형을

통해 초기 이자율 기간구조를 도출하여 사용하고, 무차익 모형의 경우는 현실에서 주어진 초기 이자율 기간구조를 바탕으로 분석한다. 균형모형에서의 모수는 시간에 무관한 상수이며 이자율 기간구조가 결과물인 반면, 무차익 모형에서의 모수는 시간에 대한 함수이며 특정시점의 이자율 기간구조가 초기 입력치라는 것이 두 모형간의 기본적인 차이점이다.

균형모형의 예로는 Vasicek(1977), Cox, Ingersoll and Ross(1985) 모형 등이 있고, 무차익 모형으로는 Ho-Lee(1986), Black, Derman, and Toy (1990), Hull and White(1990) 모형 등이 있다.

균형모형 중 Vasicek 모형은 단기이자율이 음이 될 수 있고, 이자율의 변동성이 일정하다는 약점을 갖고 있는데 반해, Cox, Ingersoll and Ross(CIR) 모형은 이자율의 변동성이 이자율 수준 $\sqrt{r}$에 비례한다고 가정하여 이자율이 항상 양이 되도록 함으로써 Vasicek 모형의 약점을 극복하였다.

CIR 모형은 그 형태상 이자율의 평균회귀 현상을 고려하고, 변동성 부분은 상수에 단기이자율의 제곱근이 곱해져 있기 때문에 이자율 수준이 높아짐에 따라 변동성이 높아지고, 이자율 수준이 낮아짐에 따라 변동성이 작아진다. 또한 이로 인해 이자율이 음수가 될 가능성도 없어진다.

본 연구에서는 균형모형 중 단기이자율의 확률과정에 이자율의 평균회귀성향과 이자율 수준에 따라 달라지는 변동성을 반영한 Cox, Ingersoll, and Ross 모형을 사용한다. CIR모형에서는 현실세계에서 단기이자율이 확률과정을 따르는 확률미분방정식을 다음의 식 (1)과 같이 정의한다.

$$dr = \kappa(\theta - r)dt + \sigma_1 \sqrt{r}\, dz_1 \ : \ \text{under p-measure} \qquad (1)$$

단, r : 순간이자율(instantaneous forward rate)

κ : 장기평균인 Θ에 회귀하는 조정속도(speed of adjustment)

θ : 순간이자율의 장기평균(instantaneous mean)

σ_1[5] : 순간이자율의 변동성(volatility)

dz_1[6] : 위너과정(Wiener process)

본 논문에서는 주가프로세스를 q-measure하에서 정의하고 있기 때문에 식 (1)의 이자율 프로세스를 식 (2)와 같이 위험중립 하에서 정의하고 이를 적용하여 ELS의 가치를 평가하고자 한다.

$$dr = \{\kappa(\theta - r) - \lambda r\}dt + \sigma_1 \sqrt{r}\, dz_1^* \text{ : under q-measure} \tag{2}$$

단, λ : 위험의 시장가격(market price of risk)

dz_1^* : 위험중립 위너과정(Wiener process under q-measure)

q-measure하에서의 모수를 추정하기 위한 식 (2)의 CIR 모형을 식 (3)과 같이 다르게 표현할 수도 있다.

$$dr = (\kappa + \lambda)\left\{\frac{1}{\kappa + \lambda}\kappa\theta - r\right\}dt + \sigma_1 \sqrt{r}\, dz_1^* \text{ : under q-measure} \tag{3}$$

이를 다시 정리해서 나타내면 식 (4)와 같다.

---

5) 이자율 프로세스와 주가 프로세스의 변동성(σ)을 구분하기 위해 하첨자로 표시하였다.
6) 변동성(σ)과 동일하게 각 프로세스의 위너과정(dz)을 구분하기 위해 하첨자로 표시하였다.

$$dr = \kappa^*(\theta^* - r)dt + \sigma_1 \sqrt{r}\, dz_1^* \text{ : under q-measure} \tag{4}$$

단, $\kappa^* = \kappa + \lambda$, $\theta^* = \dfrac{\kappa\theta}{\kappa + \lambda}$

제 2 절 주가 모형 : Geometric Brownian 모형

우선 주가는 마코브 과정(Markov process)을 따른다고 가정한다. 마코브 과정은 어떤 변수의 현재가치가 미래의 예측치들에 의해서만 결정되는 확률과정(stochastic process)의 한 형태이다. 또한 마코브 과정은 미래 특정 시점의 가격 확률분포가 과거의 확률분포와는 독립적임을 가정한다. 이러한 마코브 과정의 특수한 한 형태로 연간 평균변화율(drift rate)이 0(zero)이고 분산이 1인 확률과정을 위너과정(Wiener process)이라고 한다. 위너과정은 물리학에서 많은 횟수의 작은 충격에 따른 분자의 운동을 묘사하는 데 이용되고 있다. 이러한 분자의 운동을 Brownian motion이라고 한다. Brownian motion과 같은 확률과정은 일반적으로 식 (5)와 같이 변수 a와 b가 상태변수 s와 시간 t의 함수인 일반화된 위너과정으로 표현할 수 있으며, 이를 Ito의 확률과정(Ito process)이라고 한다.

$$dS = a(s,t)dt + b(s,t)dz_2 \tag{5}$$

단, $dz_2 = \epsilon\sqrt{dt}$ 는 위너과정이고, $\epsilon \sim N(0,1)$은 표준정규분포를 따르는 난수.

$$E(\delta S) = a(s,t)\delta t$$

$$Var(\delta S) = b^2(s,t)\delta t \tag{6}$$

$$\sigma(\delta S) = b(s,t)\sqrt{\delta t}$$

위의 식 (5)에서 drift rate($a(s,t)$)이 0(zero)이고, volatility($b(s,t)$)가 1인 것을 Standard Brownian Motion이라고 하고, drift rate과 volatility가 상수인 것을 Arithmetic Brownian Motion이라고 한다.

그러나 이 두 가지 과정은 현실에서의 주가의 움직임을 보여주기에는 한계가 있다. 따라서 전기의 주가수준을 반영한 주가의 움직임을 표현하기 위해서는 drift rate과 volatility가 상수가 아닌 기초자산(underlying asset)과 시간의 함수가 되도록 하는 Geometric Brownian Motion을 고려해야 한다.

이러한 Geometric Brownian Motion은 옵션가치평가에서 가장 널리 사용되는 Black-Scholes model에서 이용되고 있는 확률과정으로써 순간적인 주가의 변화율은 주식의 순간기대수익률(instantaneous expected return)과 순간변동성(instantaneous volatility)의 합으로 식 (7)과 같이 표현된다.

$dS = \mu S dt + \sigma_2 S dz_2$: under p-measure

$$\text{또는 } \frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma_2 dz_2 \tag{7}$$

단, μ : 주식의 기대수익률(expected return)

σ_2 : 주식의 변동성(volatility)

dz_2 : 위너과정(Wiener process)

여기서 주식의 기대수익률(μ)과 주가의 변동성(σ)이 상수라 하더라도, drift rate과 variance term에 모두 전기의 주가가 들어가 있어, 각각을 주가와 시간의 함수로 놓은 것과 같아진다.

ELS를 비롯한 각종 주가관련 파생상품의 가격평가 시에는 투자자의 기대수익이 리스크의 증가와 무관하게 일정하다는 위험중립 가치평가의 개념을 적용해서 평가하게 된다. 결국 주가의 움직임도 q-measure하에서 정의되며 이에 따라 위의 식 (7)을 변형하면 식 (8)과 같이 된다.

$$dS = rSdt + \sigma_2 S dz_2^* \text{ : under q-measure} \tag{8}$$

단, dz_2^* : 위험중립 위너과정(Wiener process under q-measure)

r : 무위험이자율(risk-free rate)

제 4 장 가격결정을 위한 수치해석 방법론

제 1 절 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)

몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation, MCS)은 파생증권의 가격을 평가하는데 널리 사용되는 방법으로 주가가 변하는 과정을 무작위로 선택하는 것이다. 다음과 같이 몬테카를로 시뮬레이션을 통하여 ELS의 가치를 구할 수 있다. 먼저 위험중립 가정 하에서 기초자산의 가격의 움직임을 발생시킨다. 이 때 주가의 프로세스에 있는 이자율을 상수가 아닌 CIR 모형에 의해 얻어지는 이자율로 계속 변동시켜준다. 실현된 경로(path)에서 주어진 ELS의 payoff를 계산한다. 평가하고자 하는 시간의 범위 안에서 앞의 두 과정을 N번 반복한다. 모든 실현치의 평균을 구한다. 마지막으로 실현치의 평균값을 만기까지의 기간을 감안한 무위험이자율로 할인하여 현가를 계산한다.

식 (8)에서 가정한 주가 모형을 바탕으로 시뮬레이션을 위해 변형한 주가 모형은 다음의 식 (9)와 같다.

$$d\ln S = (r - q - \frac{1}{2}\sigma_2^2)dt + \sigma_2 dz_2^* \tag{9}$$

단, q : 배당수익률

dz_2^* : 위험중립 위너과정(Wiener process under q-measure)

시뮬레이션을 위해 식 (9)를 다음과 같이 이산적인 형태로 바꿔서 이용한다.

$$S(t+\delta t)=S(t)\exp\left[\left\{r(t)-q-\frac{1}{2}\sigma_2^2\right\}\delta t+\sigma_2\sqrt{\delta t}\,\phi_2(t)\right] \tag{10}$$

이 때 식 (4)의 이자율 프로세스도 시뮬레이션을 위해 다음과 같이 이산적인 시간형태로 변형하여 사용한다.

$$r(t+\delta t)=r(t)+\kappa^*\{\theta^*-r(t)\}\delta t+\sigma_1\sqrt{r(t)}\,\sqrt{\delta t}\,\phi_1(t) \tag{11}$$

단, $\phi_1(t)=\epsilon_1(t)$

$\phi_2(t)=\epsilon_1(t)\rho+\epsilon_2(t)(1-\rho^2)^{1/2}$

위의 식 (10)과 식 (11)을 보면 이자율 프로세스와 주가 프로세스의 위너과정(Wiener process)에서 난수(random number)를 발생시켜야 한다. 이 때, 이자율과 주가는 서로 상관관계가 존재하므로 두 프로세스의 난수들이 서로 상관관계를 가지고 생성될 수 있도록 촐레스키 분해(Cholesky Factorization)를 해야 한다. 이 부분은 제 5장의 모수 추정에서 자세히 알아보도록 하겠다.

몬테카를로 시뮬레이션은 보편성, 사용상의 편의성, 유연성 등이 장점이다. 예를 들어 확률적인 변동성과 이색옵션 등의 복잡한 특성을 수치화하는데 이용할 수 있고, 편미분방정식으로는 풀지 못하는 고차방정식을 해결하는데도

이용 가능하다. 따라서 변수가 여러 개 있는 유러피언 옵션에도 쉽게 적용할 수 있고, Barrier option과 같은 경로의존형(path dependent) 옵션에도 적용이 가능하다. 그러나 아메리칸 옵션의 경우에는 만기일 이전에 어떤 시점에서 옵션을 행사하는 것이 최적인지를 알 수 없기 때문에 몬테카를로 방법을 적용하는 데 한계가 있고, 만약 추정치의 신뢰구간을 정밀하게 추정하려고 한다면 시행횟수를 늘려야 하는 단점이 있다. 시행횟수를 증가시키면 컴퓨터 연산 상에 부담이 되어 효율성의 문제 등이 생길 수도 있다.

제 2 절 유한차분법(Finite Difference Methods)

유한차분법(Finite Difference Method, FDM)은 파생상품이 만족시켜야 하는 미분방정식의 해를 구함으로써 파생상품의 가치를 평가하는 방법이다. 이 방법은 미분방정식(differencial equation)을 차분방정식(difference equation)으로 변환시키고 이 차분방정식을 반복 절차에 의해 풀어서 해를 구함으로써 파생상품의 가치를 평가한다.

이 때 파생상품이 만족시켜야 하는 미분방정식을 차분방정식으로 변환하는 방식에 따라서 암묵적 유한차분법과(implicit FDM)과 명시적 유한차분법(explicit FDM), 그리고 Crank-Nicolson 방법으로 나눌 수 있다.

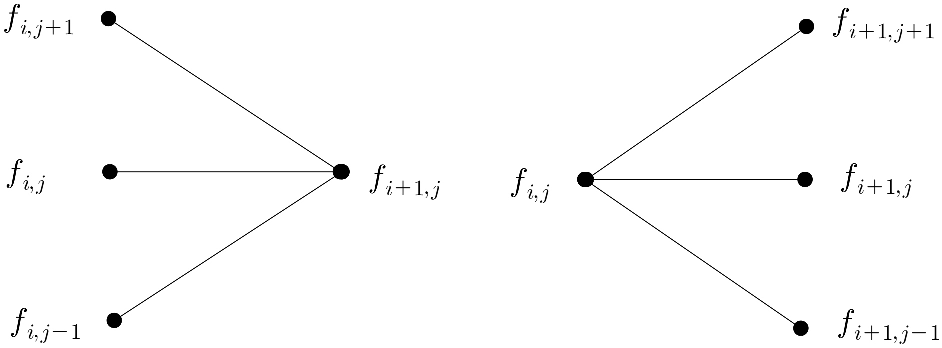
암묵적 유한차분법(implicit FDM)[7]은 하나의 기지의 값($f_{i+1,j}$)을 세 개의 미지의 값($f_{i,j-1}, f_{i,j}, f_{i,j+1}$)에 연결하여 차분방정식을 푸는 반면 명시적 유한

---

7) $\frac{f_{i+1,j}-f_{i,j}}{\delta t}+rj\delta S\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j-1}}{2\delta S}+\frac{1}{2}\sigma^2 j^2\delta S^2\frac{f_{i,j+1}+f_{i,j-1}-2f_{i,j}}{\delta S^2} = rf_{i,j}$

차분법(explicit FDM)[8]은 하나의 미지의 값($f_{i,j}$)을 세 개의 기지의 값($f_{i+1,j-1}, f_{i+1,j}, f_{i+1,j+1}$)과 연결하게 된다.

<그림 1> 암묵적 유한차분법과 명시적 유한차분법의 차이



마지막으로 Crank-Nicolson Method는 명시적 유한차분법(explicit FDM)과 암묵적 유한차분법(implicit FDM)의 평균을 이용하여 정확성(accuracy)을 높인 방법으로 이것의 장점은 명시적 유한차분법이나, 암묵적 유한차분법보다 더 빠르게 최종 파생상품의 가치로 수렴하게 된다는 점이다.

Crank-Nicolson Method를 Black-Scholes equation에 적용하면 다음의 식 (12)와 같은 격자 방정식(grid equation)을 얻을 수 있다.

8)
$$\frac{f_{i+1,j}-f_{i,j}}{\delta t}+rj\delta S\frac{f_{i+1,j+1}-f_{i+1,j-1}}{2\delta S}+\frac{1}{2}\sigma^2 j^2\delta S^2\frac{f_{i+1,j+1}+f_{i+1,j-1}-2f_{i+1,j}}{\delta S^2}=rf_{i,j}$$

$$\frac{f_{i,j}-f_{i-1,j}}{\delta t}+\frac{rj\delta S}{2}\left(\frac{f_{i-1,j+1}-f_{i-1,j-1}}{2\delta S}\right)+\frac{rj\delta S}{2}\left(\frac{f_{i,j+1}-f_{i,j-1}}{2\delta S}\right)$$

$$+\frac{\sigma^2 j^2(\delta S)^2}{4}\left(\frac{f_{i-1,j+1}-2f_{i-1,j}+f_{i-1,j-1}}{(\delta S)^2}\right)+\frac{\sigma^2 j^2(\delta S)^2}{4}\left(\frac{f_{i,j+1}-2f_{i,j}-f_{i,j-1}}{(\delta S)^2}\right)$$

$$=\frac{r}{2}f_{i-1,j}+\frac{r}{2}f_{i,j} \tag{12}$$

이 방정식을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$-\alpha_j f_{i-1,j-1}+(1-\beta_j)f_{i-1,j}-\gamma_j f_{i-1,j+1}=\alpha_j f_{i,j-1}+(1+\beta_j)f_{i,j}+\gamma_j f_{i,j+1} \tag{13}$$

여기서, $\alpha_j = \frac{\delta t}{4}(\sigma^2 j^2 - rj)$, $\beta_j = -\frac{\delta t}{2}(\sigma^2 j^2 + r)$, $\gamma_j = \frac{\delta t}{4}(\sigma^2 j^2 + rj)$.

결국 이 방법은 방정식을 푸는데 다소 복잡하고 어렵다는 단점이 있으나, 안정성(stability)과 정확성(accuracy)이 높다는 장점이 있다. Crank-Nicolson Method에서 연립방정식을 푸는 방법을 두 가지로 구분할 수 있는데 하나는 LU분해법(decomposition)이고 다른 하나는 반복법(iterative method)이다.

본 연구에서는 Crank-Nicolson Method를 이용하여 Knock-out barrier 옵션이 내재된 ELS의 가치를 평가하였다. 그리고 연립방정식을 푸는 방법으로는 LU분해법을 사용하였다.

제 5 장 모수 추정

제 1 절 CIR 모형의 모수 추정

일반적으로 이자율 기간구조(term structure)에 대한 추정 방법은 최우추정법(maximum likelihood method, ML)과 적률법(method of moment, MM)으로 구분된다. 최우추정법(ML)은 우도 함수를 도출하고, 이 함수를 최대화하는 모수를 추정하는 것이고, 적률법(MM)은 이론적 모형이 시사하는 금리변동의 적률 형태가 실제 관측자료에 잘 부합되도록 모수를 추정하는 방식으로 일반화적률법(Generalized Method of Moment, GMM)이 대표적이다. GMM은 고려중인 이론적 모형에 적합한 적률조건을 구한 후, 이 조건에 도구변수를 추가하여 모형 속의 모수를 추정하는 기법이다. 이러한 GMM은 모형 속의 오차항이 자기상관(autocorrelation)이나 이분산(heteroscedasticity)이 존재할 경우에 효율적이고, 일치성을 갖는 추정치를 얻을 수 있게 한다. 또한 변수들 간에 다변량 정규분포를 가정하지 않아도 된다. 이 밖에도 이자율 기간구조의 모수 추정방법에는 실제 채권 가격과 추정된 모수로 구한 채권 가격의 차의 제곱을 최소화하는 모수를 구하는 방식인 평균제곱오차(Mean Square Error, MSE)가 있다.

Hansen(1982)에 의해서 제시된 GMM은 모수(parameter) 추정 시 확률분포를 가정하지 않고도 직교조건만을 이용하여 추정할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서는 정규분포를 따르지 않고 non-central χ^2 분포를 따르는 CIR

모형을 가정하므로 GMM을 이용하여 이자율 기간구조를 추정하였으며 MATLAB으로 개발된 도구를 이용하였다.

이자율의 기간구조를 추정하기 위해서 이자율의 시계열 자료와 횡단면 자료를 이용해서 모수를 추정한다. 식 (4)에서 추정할 모수는 $\kappa^*, \theta^*, \sigma_1$이며, 시장의 위험 가격인 모수 λ는 추정할 세 개의 모수에 포함되어 추정된다.

모수를 추정하기 위해서 분석하고자 하는 ELS 상품의 발행일을 기준으로 과거 1년간인 2005.9.1~2006.8.31까지의 국고채 현물이자율(spot rate)을 사용하였다. GMM을 적용하여 CIR 모수 추정에 사용된 단기이자율은 3개월 만기 국고채 현물이자율(spot rate)의 연속복리수익률이라고 가정하였다. 본 자료는 민간 채권평가사인 한국채권평가(주)의 홈페이지(www.koreabp.com)에서 다운로드 받아 사용하였다.

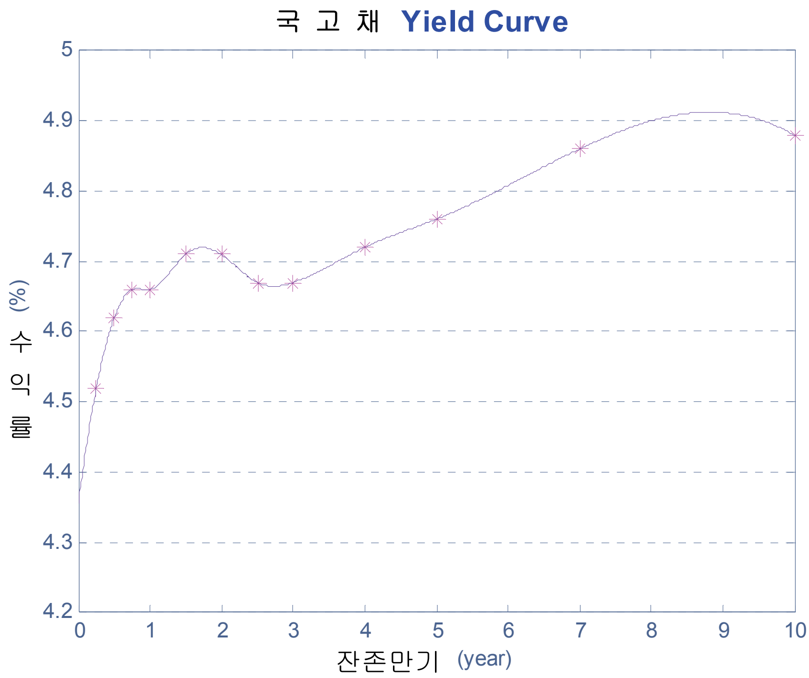
다음은 모수 추정에 사용된 국고채 3개월 현물이자율 데이터의 기초 통계량이다.

<표 3> 현물이자율의 기초 통계량

	3개월	6개월	9개월	1년	2년	3년	5년	7년	10년
Mean	4.08	4.3116	4.4726	4.56	4.8157	4.8738	5.0669	5.2437	5.3234
Median	4.12	4.33	4.48	4.57	4.83	4.9	5.05	5.24	5.32
Max	4.55	4.71	4.86	4.86	5.15	5.27	5.57	5.75	5.82
Min	3.39	3.6	3.78	3.86	4.08	4.17	4.43	4.7	4.79
Std.	0.30117	0.22975	0.19501	0.16861	0.16521	0.1819	0.20559	0.21536	0.22836
Skewness	-0.29747	-0.70614	-0.9025	-1.6261	-1.5868	-0.96967	0.12385	0.061291	-0.1487
Kurtosis	2.1431	3.4712	4.9208	7.5899	7.7822	5.1899	3.3422	2.7466	2.53

다음은 이자율 기간구조 추정방법 중 통계적 접근방법인 cubic spline에 의해 추정된 수익률 곡선으로 이를 통해 오늘의 term structure를 살펴보았다.

<그림 2> cubic spline function을 이용하여 추정된 수익률 곡선[9)]



다음의 <표 4>는 GMM방법을 이용하여 CIR 모형을 통해서 산출된 모수의 추정 결과이다.

<표 4> CIR 모수 추정결과

모수(parameter)	추정치(estimate)
κ^*	0.0060
θ^*	0.0473
σ_1	0.0011

9) 평가하고자 하는 ELS의 발행시점(2006.9.1)의 잔존만기별 국고채 수익률 곡선을 추정한 것이다.

제 2 절 주가의 변동성과 배당수익률

1. 주가의 변동성

주가의 변동성은 주가 데이터의 로그수익률을 이용하여 표준편차를 구하는 역사적 변동성을 이용한다. 본 연구에서는 주가지수 수익률의 변동성 추정치로 ELS 발행일 이전 1년간의 KOSPI200지수 일별 종가를 가지고 역사적 변동성 구했다. 역사적 변동성은 1년을 252일로 가정하였으며, 이를 위해 2005.9.1~2006.8.31까지의 KOSPI200지수 데이터를 이용하여 매일의 일간수익률을 구한 후 이를 기초로 주가지수의 표준편차를 일간 수익률의 변동성으로 간주하였다.

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \tag{14}$$

단, u_i : 일간수익률

S_i : i번째 기간 말 시점의 주가

식 (14)에서 얻어진 u_i의 표준편차의 추정치 s는 다음과 같이 구하였다.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(u_i - \overline{u}\right)^2} \tag{15}$$

단, $\overline{u}$: u_i의 평균

n : 관측 자료의 수

u_i의 표준편차는 $\sigma\sqrt{\tau}$이므로, 변수 s는 $\sigma\sqrt{\tau}$의 추정치이다. 따라서 $\hat{\sigma}$을 σ_2의 추정치로 사용할 수 있다.

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \qquad (\text{단}, \quad \tau = 1/252) \tag{16}$$

2. 주식의 배당수익률

본 논문에서 사용한 배당수익률은 KOSPI200의 가중 평균 배당수익률이다. 가중 평균 배당수익률은 다음과 같이 산출한다.

$$\text{KOSPI200 가중 평균 배당수익률}(\%) = \frac{\text{구성종목의 시가총액}}{\text{지수의 시가총액}} \times 100$$

$$= \sum\left(\text{개별 배당수익률} \times \frac{\text{개별 시가총액}}{\text{지수의 시가총액}}\right) \times 100 \tag{17}$$

배당수익률은 ELS의 발행일을 기준으로 한국증권선물거래소(KRX)에 공시된 배당수익률을 이용하였다.

다음의 <표 5>는 분석하고자 하는 ELS 상품의 가치평가를 위해 사용된 주가 변동성과 배당수익률 자료이다.

<표 5> 주가지수 수익률의 역사적 변동성과 배당수익률

기초자산	KOSPI200	
역사적 변동성	252일(1년 기준)	20.23%
	180일	17.18%[10)]
배당수익률	1.87%*	

자료: KRX 주식통계 자료.　주) * : 2005.9.1~2006.8.31의 배당수익률의 평균치

제 3 절 이자율과 주가의 상관관계

주가 프로세스와 이자율 프로세스를 모두 감안한 ELS의 평가를 위해서는 두 프로세스의 상관관계를 고려하여 시뮬레이션을 해야 한다. 이렇게 하기 위해서는 두 프로세스의 Wiener process에서 필요로 하는 난수(random number)들이 서로 상관관계를 가지고 생성되도록 해야 하며, 이를 위해 각 프로세스에서 생성된 난수는 다음과 같은 절차를 거쳐 새로이 생성된다.

$$\begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\epsilon_1\\ \epsilon_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\epsilon_1\\ \epsilon_1\rho+\epsilon_2(1-\rho^2)^{1/2}\end{bmatrix} \tag{18}$$

단, ϕ : 상관관계를 반영하여 발생된 난수

ϵ : 상관관계를 고려하지 않고 발생된 난수

ρ : 두 프로세스의 상관관계

10) 본 논문에서는 1년 기준(252일)의 역사적 변동성을 사용하였으나, 주로 역사적 변동성은 180일을 기준으로 한다. 따라서 180일은 1년 기준(252일)과 비교를 위해 제시하였다.

이처럼 상관관계를 가지는 난수를 발생시키는 과정을 촐레스키 분해(Cholesky Factorization)라고 한다.

두 프로세스 간의 상관관계 ρ 는 다음과 같이 상관관계를 구하는 일반식에 의해 구해질 수 있다.

$$Cov(d\ln S, d\sqrt{r}) = \rho\sqrt{var(d\ln S)}\sqrt{var(d\sqrt{r})}$$

$$\therefore\ \rho = \frac{Cov(d\ln S, d\sqrt{r})}{\sqrt{var(d\ln S)}\sqrt{var(d\sqrt{r})}} \tag{19}$$

주가연계증권(ELS)의 발행일을 기준으로 과거 1년간 데이터를 가지고 주가는 일일 종가를 바탕으로 로그수익률을 이용하며, 이자율 또한 일별 이자율을 이용하여 주가와 단기이자율 프로세스의 상관계수(ρ, rho)를 계산하였다.

이에 따라 이자율과 주가수익률의 상관관계는 <표 6>과 같이 산출되었다.

<표 6> 주가와 이자율의 상관관계

$\sqrt{var(d\ln S)}$	$\sqrt{var(d\sqrt{r})}$	$Cov(d\ln S, d\sqrt{r})$	상관계수(ρ)
0.0127680	0.0053929	0.000002566	0.037267311)

11) $d\ln S$와 $d\sqrt{r}$ 의 피어슨 상관계수를 구하면 거의 근사한 값(0.0372679)이 나온다.

제 6 장 주가연계증권의 가치평가 및 비교분석

제 1 절 분석대상 상품 개요

본 연구의 사례분석에 사용한 ELS 상품은 2006년 9월에 국내 증권사에서 발행한 만기 1년, 이익참여율이 45%인 Knock-Out Barrier option이 내재된 「Knock-Out Partial Rebate 원금보장형 ELS」 상품이다. 기초자산은 한국증권거래소 KOSPI200 지수이고, 베리어는 130%, Knock-Out시 리베이트 수익률은 연 5%이며, 최초기준지수 결정일은 2006년 9월 1일이다. 만기상환금액은 KOSPI200의 만기기준지수가 최초기준지수의 105%이상 ~ 130%미만이면, 원금의 102%+{(기초자산 가격상승률-5%)×이익참여율}을 지급하고, 투자기간 동안 장중 또는 종가에 1회라도 barrier 이상 상승한 적이 있으면, 만기일의 상승, 하락 여부에 관계없이 원금*(100%+5% 리베이트수익률)로 지급이 확정되고, 그 이외의 경우에는 최종기준가격이 최초기준가격 대비 105%이하 일 경우에도 원금의 102%를 보장하는 상품이다.

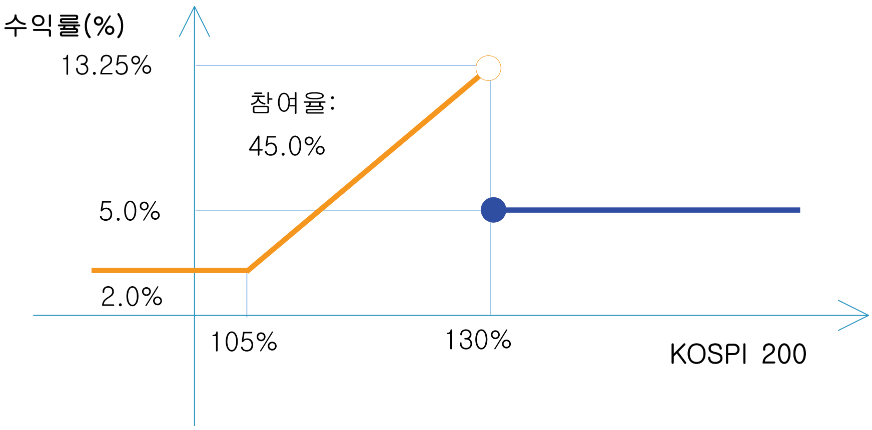
이러한 상품 이외에도 현재 시장에는 매우 다양한 종류의 ELS 상품이 발행되고 있으나 사례분석을 위해 Knock-out Barrier Option이 내재된 ELS 상품을 선택한 이유는 평가 방법론에 따라 발행시점을 기준으로 한 ELS의 가치가 어떻게 다르게 나타나는지 살펴보기 위해 복잡한 상품 구조에서 오는 여러 요인들을 제거하고자 하는 것이 첫 번째 이유이고, 또 다른 이유는 Barrier Option을 다룬 기존논문에서는 이자율과 주가의 상관관계를 고려하지 않고

채권과 옵션부분을 분리하여 가치평가를 하였는데 이러한 한계점을 극복해보고자 한 것이다.

<표 7> ELS 상품 개요

구분	원금보장 Knock-Out Partial Rebate형 ELS
기초자산	KOSPI200
만기	1년
원금보장률	102%
Rebate	5.0%
이익참여율	45.0%
최대가능수익률	13.25%
최초기준지수 결정일	2006.09.01

<그림 3> ELS 상품의 수익구조 및 수익률 그래프



제 2 절 가격 비교

앞서 말했듯이 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)과 유한차분법(Finite Difference Method)을 적용하여 앞 절에서 언급한 ELS 상품의 가치를 발행시점을 기준으로 평가하였다. 그 중 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 평가에 있어서는 시뮬레이션 시행횟수에 따라 각각의 값을 구하였고, 방법론에 따른 효율성 검토를 위해 각각의 방법마다 연산시간도 함께 구하였다. 그에 따른 분석 결과는 다음의 <표 8>과 같다.

<표 8> 산출가격 결과 비교

시장가격		몬테카를로 시뮬레이션(MCS)			유한차분법(FDM)
100(원)	시행횟수(M)	1,000	10,000	100,000	-
	ELS 가치	97.894	97.881	97.902	97.356
	연산시간(초)	0.9840	7.9299	78.5254	0.5475

<표 8>의 결과를 분석해 보면, 시장 발행가격을 100(원)으로 볼 때 발행가격이 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)과 유한차분법(FDM)으로 평가한 가격에 비해 고평가 되어 있다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 이유는 ELS 발행회사의 증권발행 및 판매에 따른 거래비용과 위탁수수료, 헤징비용 등이 포함된 것으로 볼 수 있다.

또한 <표 8>의 결과를 수치해석 방법에 따라 비교해보면, 우선 몬테카를로

시뮬레이션에 의한 가치평가 결과에서 시행횟수에 따른 ELS 가치는 그 차이가 미미하였다. 그러나 시행횟수가 증가할수록 연산시간은 급격히 증가하는 현상을 보였다. 이를 통해 앞의 제 4장에서 언급한 몬테카를로 시뮬레이션의 단점을 확인할 수 있다. 그리고 유한차분법에 의한 가치평가 결과와 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 ELS의 평가 결과를 비교해보면 그 가격이 약 0.536정도의 차이를 보임을 알 수 있다. Barrier option이 내재된 상품의 경우, 두 가지 수치해석 방법에 따라 산출된 가격은 유한차분법으로 평가했을 때에 더 작은 값이 얻어짐을 확인할 수 있다. 이는 시장 발행가격에 대한 기준가격을 100(원)으로 했을 때에는 그 차이가 작아 보이지만, 실제 ELS는 최저 청약금액이 100만원이고 청약단위 또한 100만원이므로, 만약 실제 거래되는 금액에 대해 산정한다면 ELS의 가치를 평가함에 있어서 어떠한 수치해석 방법을 사용하느냐에 따라 큰 손실이 발생할 수도 있다. 물론 이 결과는 이론적 모형과 가정에 근거하여 추정된 결과로 단언할 수는 없지만, 투자자가 거래비용 등을 고려한 투자 전략을 세울 때에 고려해야 할 요소로서 영향을 미칠 수 있다고 생각된다.

제 7 장 결 론

본 논문에서는 파생상품의 가치평가를 위해 사용되는 수치 해석적 방법과 그에 필요한 이자율 프로세스 및 주가 프로세스에 대해 살펴보았다. 또한 국내 증권회사에서 실제 발행한 ELS상품을 사례분석 함으로써 가격결정이 어떻게 이루어지는지 분석하고자 한 것이 목적이었다. 특히나 ELS 가치평가를 위해서 구조화증권의 수익을 결정하는 각 요소의 수익률이 서로 독립이 아닌 CIR 모형을 통해서 얻어진 동일한 이자율 프로세스를 적용하였고, 이자율과 주가 간의 상관관계를 반영한 평가가 이루어지도록 하였다.

사례분석 결과, 몬테카를로 시뮬레이션과 유한차분법에 의해 발행시점을 기준으로 평가한 ELS의 가치가 ELS의 발행가격과 약간의 차이가 있음을 알 수 있었다. 즉, 본 논문에서 소개한 ELS 상품은 실제가격이 분석에 의한 결과값보다 고평가 되어 있는 것으로 나타났다. 이것은 기존의 연구에서도 나타난 결과로 그 차이는 발행사의 판매마진이나 보수, 거래비용 등으로 볼 수 있다.

본 연구는 이자율과 주가 프로세스에만 시간에 따른 변화를 고려하여 가치평가를 하였는데, 변동성이나 배당수익률 등의 요소들은 상수로 가정하고 시뮬레이션을 한 한계가 있다. 주가와 이자율 간의 상관관계에서도 과거의 데이터를 통해 얻어진 값을 넣어 시뮬레이션을 했기 때문에 실제 미래에 발생하는 이자율과 주가의 상관관계와 일치하지 않을 수도 있다는 문제점 등이 있다.

이러한 문제점 등을 극복하여 즉, 이자율 및 변동성 모두를 확률 과정으로 놓거나, 또는 주가의 분포를 로그정규분포로 가정하는 대신 점프를 고려한 주가프로세스를 사용하는 등 더욱 다양한 방법을 시도해 본다면 보다 정교한 가치평가가 이루어질 수도 있을 것이라 생각된다.

참 고 문 헌

김상문, (2006), 최소자승법을 이용한 주가연계증권 가치평가에 관한 연구, 석사학위논문, 한국과학기술원.

김형태 · 선정훈, (2003), 주가연계증권(ELS) 현황분석과 활성화 방안, 한국증권연구원, p.14-15.

박상신, (2004), CIR 이자율 모형하에서의 주가연계채권의 가격평가, 석사학위논문, 한국과학기술원.

박정민, (2006), 주가연계증권의 발행가격에 대한 연구 : 조기상환 주가연계증권을 중심으로, 석사학위논문, 한국과학기술원.

신일용, (2004), 주가연계증권(ELS)의 가치평가와 헤징에 관한 연구-Barrier Option을 중심으로, 석사학위논문, 한국과학기술원.

Black, F., Derman, E. and Toy, W., (1990), "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options", *Financial Analysts Journal*, Vol.46, Iss.1, p.33-39.

Brandimarte, P., *Numerical Methods in Finance : A MATLAB-Based Introduction*, John Wiley & Sons, Inc.

Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., and Sanders, A. B., (1992), "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate", *The Journal of Finance*, Vol.41, Iss.3, p.1209-1227.

Cox, J. C., Ingersoll, J. E. and Ross, S. A, (1985), "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, Vol.53, Iss.2, p.385-408.

Greene, W. H., *Econometric Analysis* (5th ed.), Prentice Hall.

Hansen, L. P., (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moment Estimators", *Econometrica*, Vol.50, Iss.4, p.1029-1054.

Ho, T. S. Y. and Lee, S-B., (1986), "Term Structure Movements and Pricing Interests Rate Contingent Claims", *Journal of Finance*, Vol.41, Iss.5, p.1011-1029.

Hull, J. and White, A., (1990), "Pricing Interest-Rate-Derivative Securities", *Review of Financial Studies*, Vol.3, Iss.4, p.573-592.

Hull, J. C., *Options, Futures and Other Derivatives* (5th ed.), Prentice Hall.

James, J. and Webber, N., *Interest Rate Modeling*, John Wiley & Sons, Inc.

Matyas, L., *Generalized Method of Moments Estimation*, Cambridge.

McCulloch, J. H., (1975), " The Tax-Adjusted Yield Curve", *Journal of Finance*, Vol.30, Iss.3, p.811-830.

Nelson, C. R. and Siegel, A. F., (1987), " Pasimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business*, Vol.60, Iss.4, p.473-489.

Vasicek, O. A., (1977), "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, Vol.5, Iss.2, p.177-188.

Vasicek, O. A. and Fong, H. G., (1982), "Term Structure Modeling Using Exponential Splines", *The Journal of Finance*, Vol.37, Iss.3, p.339-348.

ABSTRACT

An Empirical Study on Pricing Equity Linked Securities

Hwang, Yong Hwa
Dept. of Business Administration
Graduate School of
Sungshin Women's University

This thesis proposes a convenient method to price the Equity Linked Securities embedded with the Knock-out Barrier Option. In order to evaluate the Equity Linked Securities, this study uses the Monte Carlo Simulation and the Finite Difference Method. This paper compares the prices calculated by the Monte Carlo Simulation with those by the Finite Difference Method, which is more accurate to price the financial instruments.

The result shows that both of theoretical prices of the Equity Linked Securities using for an empirical study in this thesis by two different methods are a little lower than issue price, respectively. The gap between issue price and theoretical price is customization cost including sales fee, trading cost, hedging cost, and so on.