



저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

沈 聖 娥 教授指導

碩士學位 請求論文

수학 프로그램을 활용한

중학교 함수 지도 연구

(Winplot, GrafEq, Equation Grapher)

2009

誠信女子大學教 教育大學院

教育學科 數學教育專功

安 소 라

수학 프로그램을 활용한

중학교 함수 지도 연구

(Winplot, GrafEq, Equation Grapher)

沈 聖 娥 教授指導

이 論文을 碩士學位 論文으로 提出함

2009년 5월

誠信女子大學敎 敎育大學院

敎育學科 數學敎育專功

安 소 라

認 准 書

安 소 라 의 碩士學位 論文을 認准함

審査委員_____ 印

審査委員_____ 印

審査委員_____ 印

誠信女子大學教 教育大學院

논문 개요

본 연구는 교사 중심의 일방적이고 정적인 함수 학습 지도를 탈피하여 활동을 통한 함수 학습 지도에 초점을 두고 그에 적절한 공학적 도구를 활용하여 수업자료를 개발하는데 그 목적이 있다. 이러한 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 교구를 활용하여 수업자료를 개발하였다.

1. Winplot 프로그램을 활용하여 중학교 수학 1학년 1학기의 함수 단원 중 “함수의 그래프”의 지도를 위한 자료를 개발하였다.
2. GrafEq 프로그램을 활용하여 중학교 수학 2학년 1학기의 함수 단원 중 “일차함수의 그래프(1)”의 지도를 위한 자료를 개발하였다.
3. Equation Grapher 프로그램을 활용하여 중학교 수학 3학년 1학기의 함수 단원 중 “이차함수와 그 그래프”의 지도를 위한 자료를 개발하였다.

공학적 도구를 활용한 함수 학습의 지도를 위해 소단원별로 학습 지도안을 작성하고, 그에 적절한 도구의 활용을 통해 실생활과 관련된 문제 및 예제들을 제시하였다. 제시된 문제들이 교실에서 현실적

으로 적용될 때에는 수업의 진행 방식에 따라 다소의 변화가 있을 수 있다.

본 연구에서 개발된 자료가 실제 학교 현장에서 함수 학습 지도 시 잘 적용되어 기존의 교사 중심의 일방적이고 정적인 함수 학습과는 다르게 학생의 흥미를 높이고 동기를 유발하는 데 도움이 될 것으로 기대한다.

목 차

논문 개요

I. 서 론	1
1. 연구의 목적 및 필요성	1
2. 연구 내용	2
3. 기대되는 효과	3
II. 이론적 배경	4
1. 제 7차 수학과 교육과정과 개정안 내용 비교	4
2. 함수와 관련된 수학교육학의 이론	8
3. 수학교육에서 컴퓨터의 활용	11
4. 함수지도와 관련된 수학프로그램	17
5. 그래픽 프로그램의 활용과 제 7차 중학교 수학과 교육과정	29
III. 그래픽 프로그램을 활용한 교수-학습자료	32
1. Winplot을 이용한 교수-학습자료	32
2. GrafEq를 이용한 교수-학습자료	42
3. Equation Grapher를 이용한 교수-학습자료	46
IV. 결 론	59

참고 문헌

ABSTRACT

I. 서론

1. 연구의 목적 및 필요성

수학적 의사소통을 강조하는 세계적 경향을 반영하여 개정 교육과정에서는 수학과 교육 목표뿐만 아니라 내용, 교수-학습 방법, 평가 등에서도 수학적 의사소통 능력의 신장을 강조한다. 이를 위하여 교수-학습 방법에서는 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하여 정확히 사용하게 하고, 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 하며, 수학을 표현하고 토론하는 것을 통해 자신의 사고를 명확히 하고 반성해 보도록 하여야 한다. 또한, 수학 과목에서 학생들의 성취도에 비해 수학에 대한 관심과 흥미가 적고 수학에 대한 자신감이 부족하며 수학에 대한 부정적인 태도 갖고 있으므로 이를 개선하기 위하여 학생들에게 관심과 흥미를 유발할 수 있는 소재나 상황을 적극적으로 활용하도록 하고, 수학이 활용되는 다양한 사례를 경험하거나 수학이 인류 문명의 발전에 기여하고 있음을 알게 하며, 타 교과와의 연계성 및 실생활 연관성을 강조해야 한다. 이를 통해 수학의 유용성과 수학 학습의 필요성을 인식할 수 있게 하며, 학생들이 수학 학습에 흥미를 느끼고 지속적으로 수학을 탐구하고 활용할 수 있도록 안내되어야 한다.

수학교육에서 컴퓨터는 수학학습의 동기유발 및 형식적이고 추상적인 대상을 시각적으로 탐구할 수 있는 환경을 제공한다. 미국수학교사협의회(NCTM, 1989, 2000)에서는 수학교육과정에 계산기와 컴퓨터의 활용을 적극 권장하였으며, 컴퓨터를 이용한 학생들의 문제 해결 능력을 강조하였다. 나아가 수학교육에서 컴퓨터와 인터넷의 보급이 보편화되면서 여러 가지 수학 관련 소프트웨어의 개발과 인터넷 활용을 통한 교수-학습 방법에 대한 연구

도 증가하고 있다(황우형, 2005).

그러나 수학교육용 프로그램을 활용한 교수-학습에서 지식의 이해와 탐구보다는 단순한 수학적 지식의 재생, 수학교육용 프로그램의 사용법을 익히는데 많은 시간을 허비하는 경우도 있다. 따라서 수학교육용 프로그램의 활용은 단순한 지식의 재생이 아니라 응용력, 창의력, 상상력을 필요로 하는 문제 해결 경험의 과정이 되어야 한다.

수학교육용 프로그램(Winplot, GrafEq, Equation Grapher)을 활용한 그래프 탐구 활동은 수학시간에 배운 내용을 총체적으로 활용할 수 있는 기회를 제공할 것이다. 자신이 표현하고자 하는 다양한 이미지를 수학으로 표현하기 위하여 스스로 디자인을 설정하고, 설정한 디자인을 어떻게 표현할 것인가 생각하고 수정하면서 해결 방법을 모색하기 된다. 이러한 교수-학습 과정은 학생들이 수학을 좀 더 가까이 접함으로써 수학의 정신 도야성, 문화적 가치 및 심미성을 느낄 수 있을 것이다.

본 연구의 목적은 수학교육용 프로그램인 Winplot, GrafEq, Equation Grapher를 중학교 함수단원을 중심으로 활용하여 학생들의 흥미를 유발하고 참여방식의 수업이 될 수 있도록 하는 교수-학습방법 지도안을 제시하는데 있다.

2. 연구 내용

1) 학생들이 수업에 직접 참여하여 다양한 수학적 표현을 이해하고 그것을 정확히 사용할 수 있게 함으로써 함수에 관한 수학적 지식을 습득할 수 있는 교수-학습 지도 방법을 고안한다.

2) 함수학습을 위한 교수-학습 방법에서는 중학교 수학 1학년 1학기의 「함수의 그래프」 단원은 Winplot 프로그램을, 중학교 수학 2학년 1학기의 「일차함수의 그래프(1)」 단원은 GrafEq 프로그램을, 중학교 수학 3학년 1

학기의 「이차함수와 그 그래프」 단원은 Equation Grapher 프로그램을 활용한 교수-학습 지도방법을 제시하였다.

3. 기대되는 효과

1) 다양한 색상을 이용하고 질관에서 표현하기 어려운 세밀한 부분을 쉽게 나타냄으로써 현실성 있는 학습을 가능하게 할 수 있다.

2) 함수와 관련된 문제들을 실생활의 문제들과 연관시켜 줌으로써 학생들이 수학에 대한 유용성을 인식하도록 하고, 수학학습에 대한 흥미와 관심을 이끌어 낼 수 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 제 7차 수학과 교육과정과 개정안 내용 비교[3]

(중학교 함수단원을 중심으로)

1) 중학교 1학년

함수 영역에서 함수와 그래프 항목에서는 ‘정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.’, 그리고 심화과정, 교수-학습상의 유의점에서는 ‘생활 장면에서 변화하는 두 양을 조사하여 비례관계를 이해하게한다’는 서술들이 삭제되었다. 일부가 수정되었는데 ‘함수 관계의 도입은 비례 관계를 이용한다.’는 서술은 ‘함수 개념은 실생활에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다.’로 수정되었다. 그 이유는 함수라는 용어는 사용하지만 중학교에서 대응 용어를 사용하지 못하게 하고 비례 관계로만 도입하게 함으로써, 중학교 2학년에서 일차함수, 중학교 3학년에서 이차함수를 도입할 때, 1학년에 학습한 함수의 정의와 맞지 않는 경우가 발생하였기 때문이다. 따라서 개정 교육과정에서는 비례관계로 제안하지 않고 종속 관계를 바탕으로 한 좀 더 일반적인 정의를 사용하도록 하고, 초등학교에서 사용했던 일상 언어 수준에서의 ‘대응’ 개념에 기초하여 도입하는 것은 아니다. 수학적 ‘대응’ 개념에 기초하여 일반적인 함수개념을 정의하는 것은 제 7차 교육과정에서와 같이 계속 고등학교에서 지도하도록 하고 있다.

또한, 정비례와 반비례의 관계가 초등학교 6학년으로 이동함에 따라 용어가 삭제되었다. 이는 초등학교 과학 교과에서 취급하는 개념인데 수학이 타학문 학습의 기초 역할을 제대로 하지 못한다는 비판이 제기되었기 때문이다.

제 7차 교육과정과 개정안의 주요 변화는 아래의 표와 같다.

<중학교 1학년 함수 영역 주요 변화>

항목	제 7차 교육과정	개정안
함수와 그래프	함수와 그 그래프 - 함수의 그래프를 그릴 수 있다.	함수와 그래프 - 함수를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.(수정)
	- 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	(삭제)
심화 과정	- 실생활의 다양한 소재에서 함수 관계가 있는 것을 찾아보고, 이를 식으로 나타낼 수 있다.	(삭제)
교수 학습 상의 유의점	- 함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다.	- 함수 개념은 실생활에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다. (수정)
	- 생활 장면에서 변화하는 두 양을 조사하여 비례 관계를 이해하게 한다.	- 함수 개념의 지도에서 대응의 의미는 직관적인 수준에서 다르다.(추가)
		(삭제)

2) 중학교 2학년

중학교 2학년의 함수 영역은 ‘직선의 방정식’이라는 용어가 문자와 식에서 이동되었으며 심화 과정의 서술 삭제 이외에도, 교수-학습상의 유의점에서 일부 공식에 대한 서술이 삭제되었는데 자칫 형식적으로 일차함수를 가르치게 되지 않을지 염려된다.

제 7차 교육과정과 개정안의 주요 변화는 아래의 표와 같다.

<중학교 2학년 함수 영역 주요 변화>

항목	제 7차 교육과정	개정안
일차 함수	<p>일차함수와 그 그래프</p> <ul style="list-style-type: none"> - 일차함수의 뜻을 안다. - 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다. 	<p>일차함수와 그래프</p> <ul style="list-style-type: none"> - 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.(수정)
일차 함수의 활용	<p>일차함수의 활용</p> <ul style="list-style-type: none"> - 일차함수를 나타내는 식과 일차방정식의 관계를 이해한다. 	<p>일차함수의 활용</p> <ul style="list-style-type: none"> - 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.(추가)
		(삭제)
심화 과정	<ul style="list-style-type: none"> - 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다. 	(삭제)
교수 학습 상의 유의점	<ul style="list-style-type: none"> - 일차함수의 식을 구할 때 $y - y_1 = m(x - x_1),$ $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ 과 같은 공식은 사용하지 아니한다. 	(삭제)

3) 중학교 3학년

제 7차 교육과정 개정안의 주요 변화는 아래의 표와 같다.

<중학교 3학년 함수 영역 주요 변화>

항목	제 7차 교육과정	개정안
이차 함수	이차함수와 그 그래프 - 이차함수의 뜻을 안다. - 이차함수의 그래프를 그릴 수 있다.	이차함수와 그래프 - 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.(수정)
심화 과정	- 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프개형을 보고 a, b, c 의 부호를 알 수 있다.	(삭제)

중학교 3학년의 함수 영역은 제 7차 교육과정의 함수 영역과 변화가 없다.

2. 함수와 관련된 수학교육학의 이론

전통적으로 일반적인 수학 수업 방식은 학생이 교사의 설명을 듣고 교사로부터 새로운 지식을 전달받는 것이다. 구성주의는 이러한 종래의 통념을 부정하고, 학습자는 스스로의 능동적인 구성 활동을 통해 자신에게 의미 있는 지식을 구성해 나간다고 본다.

1) 조작적 구성주의

조작적 구성주의는 피아제(Piaget)의 발생학적 인식론을 기초로 한 것으로 인식 주체의 능동적 활동을 강조한다. 조작적 구성주의는 일반적으로 교육의 목표를 학생의 흥미와 필요에 맞게 학생 개개인을 교육시키는 것이다. 결국 학생이 학습의 주체이며, 개인적인 인지 과정이 강조된다. 이것은 학생 중심의 교육방법이며 인지발달의 자연스러운 경로이다. 즉, 학생들은 자신의 독특한 기존의 지식, 경험, 신념 및 이해를 바탕으로 수업에 참여하게 되지만, 나중에 이러한 것은 교사의 도움으로 변환되고 수정된다. 이렇게 하기 위하여 교사는 학생들에게 인지적 갈등을 유발할 수 있는 과제를 제시하거나 발문을 한다. 지식의 구성은 이러한 인지적 갈등을 통해서 나타난 결과이다. 구성주의 학습의 특징은 발견학습과 구체물을 사용하는 활동 학습이라고 할 수 있다. 결국 조작적 구성주의는 피아제가 주장한 반영적 추상화를 통한 학습이 강조되는 것이다.

2) 피아제(Piaget)의 인지발달의 4단계

(1) 감각운동기와 전조작기

사고방식에 있어서 전조작기 단계에 속한 학생들이 필요로 하는 능력을 피아제는 조작 또는 행위라고 했는데 감각운동기처럼 육체의 움직임에 의한 수행이 아니라 정신에 의해서 행동을 하는 것을 말한다. 그런데 전조작기는

이러한 정신에 의한 활동을 막 습득하기 시작하는 시기이기 때문에 전조작기라는 이름을 붙였다.

(2) 구체적 조작기

구체적 조작기란 ‘손을 사용한 사물의 조작을 통한 사고’라는 특징을 기술하기 위해서 피아제가 붙인 이름이다. 이 인지발달단계에 필요한 인지적 조작능력은 가역성, 분류하기, 순서 짓기 등을 들 수 있다. 이 단계의 학생들은 물체를 여러 가지 특징에 따라 여러 집합으로 분류하고 동시에 한 물체에 대해서도 여러 가지 특징을 생각할 수 있다. 사물이나 집합 사이의 복잡한 관계를 파악해서 다룰 수 있으며 어떤 작용이나 절차를 거꾸로 행할 수 있다. 또한 다른 사람들의 관점을 이해할 수 있으며 이 시기의 말기에는 구체적인 예를 통하여 귀납적, 연역적 추론도 가능하게 된다. 학생들은 구체적인 물리적 대상을 조작하는 능력은 충분히 발달되었지만 언어적 기호와 추상적 아이디어를 다루고, 형식적 지적 과정을 적용하는 데는 어려움이 있다. 따라서 구체적 조작기에서의 중요한 인지발달은 ‘조작’능력의 획득이다. 이 단계의 학생들이 형식적 조작단계로 옮겨가기 위해서는 사회화라는 과정을 통한 다양한 의사소통활동이 필요하다. 새로운 추상적인 개념의 경우에는 반드시 구체적인 물리적 대상과 이들의 사전 경험과 연관시키는 노력이 교사에게 요구된다. 수학수업에서 새로운 주제나 원리, 개념을 도입할 때 구체적인 다양한 예와 직관적인 실험 활동을 통해서 도입되어야 한다.

(3) 형식적 조작기

형식적 조작기의 학생들은 정신의 추상적인 활동을 표현하고, 예시하는데 더 이상 구체물을 사용하지 않는다. 다양한 관점을 이해할 수 있고, 자신의 행동을 객관적으로 생각할 수 있고, 자신의 사고 과정을 반성할 수 있다.

3) 브루너(Bruner)의 EIS이론

브루너에 의하면 아동들은 성장을 하면서 그들을 둘러싼 세상에 대한 이

해를 표현하는 적절한 표상 형태를 습득해야한다고 주장한다. 그는 사람들이 세상을 이해하는 세 가지 표상 형태를 다음과 같이 제시하였다.

(1) 활동적 표상

이 표상 형태는 경험한 것이나 이미 알고 있는 사실을 적절한 행위와 동작을 통해서 표상하는 것을 말한다. 이해의 어느 측면은 완전히 사람의 근육에 의한 행위와 동작에 의해서 표상되어질 수 있다.

(2) 영상적 표상

이 표상 형태는 경험한 것이나 알고 있는 사실을 이미지의 형태로 표상하는 것을 의미한다. 예를 들면, 도식을 이용하여 표현하는 것으로서 수도(數圖)를 이용하여 수를 나타내는 것은 자연수에 대한 영상적 표현이며, 벤다이어그램은 집합에 대한 영상적 표현이고, 여러 가지 함수의 그래프는 함수에 대한 영상적 표현이다,

(3) 상징적 표상

이 표상 형태는 경험한 것이나 알고 있는 사실 또는 사물의 특징 등을 기호를 사용해서 표상하는 것을 말한다. 언어는 인간이 경험을 해석해서 표상하는 가장 주요한 기호체계이다. 그러나 언어만이 대상, 사물, 아이디어를 표상하는 기호적 표상 형태가 아니며 다른 기호체계(수학에서의 수 체계)도 역시 이러한 표상의 형태에 해당된다.

3. 수학교육에서 컴퓨터의 활용

오늘날 수학교육현장에서는 테크놀로지의 효율적인 활용과 그 효과에 관심을 모으고 있다. 미국수학교사협회(NCTM; National Council of Teachers of Mathematics)에 의하면 현대 정보화 사회에서 수학적 소양의 중요성이 더욱 증대되었음을 지적하면서 학생들의 '수학적 힘'의 획득을 보장하기 위해서는 문제 해결 능력을 중시하고 수학적인 문제를 탐구하는 과정에서 계산기와 컴퓨터를 적절히 활용하도록 제안한다(NCTM, 1992). 이러한 제안은 2000년에 NCTM의 「학교수학의 원리와 기준」에서 '테크놀로지의 원리'로 더욱 구체화되어 제시하고 있다[10].

1) 수학교육에서 시각화의 중요성

Steen(1988)은 수학을 패턴(pattern)의 과학으로 설명하고 있다. 수학자는 수와 공간에서 패턴을 탐구한다. 패턴을 사용하여 새로운 패턴이나 패턴의 패턴들을 만들어 낸다. 수학적 이론은 패턴들 사이의 관계이며, 수학의 응용은 패턴을 사용하여 자연적인 현상이나 수학적 현상을 예상하는 것이다. 패턴은 시각화를 함의한다. 수학의 성격이 이러하다면 시각화는 수학교육에서 가장 중요시되어야 할 학습방법일 것이다[5].

그러나 그 동안 수학교육에서는 시각적인 측면이 소홀히 다루어져 왔다. 그 이유는 적절한 시각화의 수단이 없었기 때문이다. 컴퓨터를 활용하면 수학적 개념을 시각화함으로써 교수-학습 방법론상의 한계를 없앨 수 있도록 한다. 수학적 시각화에서 우리가 흥미를 가져야 하는 것은 설명을 위한 보조적인 위치로서의 시각화가 아니라 수학적 개념을 이해하고 표현하기 위해 적절한 도형을 그릴 수 있고 이를 보고 문제해결을 할 수 있는 학생들의 능력이다. 수학적 시각화는 모호한 종류의 직관이나 이해에 대한 표면적인 대

응이 아니라, 이해에 깊이와 의미를 부여하고 문제 해결에 믿음직한 안내자를 제공하며 창조적인 발전을 고취시키는 마음의 눈에서 형성된 그림을 통한 직관이다. 따라서 시각화는 수학적 행동의 모든 측면에 걸쳐 도움을 줄 수 있다.

2) 컴퓨터를 이용한 수학 교수-학습 양식

컴퓨터를 활용한 교수-학습의 양식은 크게 4가지 종류로 분류를 할 수 있다[2].

(1) 개인교사형

전통적인 교사의 역할을 컴퓨터가 대신하는 양식으로 컴퓨터 보조학습(CAI: Computer Assistant Instruction)용 소프트웨어가 여기에 속하는데, CAI란 학습목표에 따라 논리적이고 체계적으로 구성된 학습 과정이 컴퓨터에 의해 제공되는 개별화된 교수 체계이다.

그러나 개인교사형 시스템은 그 속에 들어 있는 지식에 대한 학생들의 견해를 표현할 수 없고, 학생들이 선택할 수 있는 조작의 수가 한정되어 있어서 수학기념에 대한 명확한 이해 없이도 학습이 진행될 수 있다.

(2) 학생 주도형

학생이 컴퓨터를 지도하는 역할을 하는데, 이 경우에 컴퓨터의 역할은 개인교사형의 경우와 반대가 된다. 학생은 자신이 구성하여 입력하는 일련의 논리적인 단계를 통해 컴퓨터가 행동을 수행하도록 컴퓨터를 프로그램(지도)하고 그 결과를 살펴봄으로써 자신의 사고과정을 반성하고 나중의 수학 학습에 도움을 얻게 된다.

학생들은 자신의 수학적 아이디어를 검증하기 위해서 짧은 시간을 할애하여 간단한 과제를 해결하기 위한 프로그래밍 기능을 학습할 수 있으며, 과제에서 의도하는 수학적 개념과 프로그램(절차)사이의 연관성이 쉽게 드러나는 LOGO나 BASIC과 같은 간단한 프로그래밍 언어를 이용하여 프로그램

을 작성한다.

(3) 보조도구형

컴퓨터를 보조도구로서 사용하는 양식은, 그래프를 그릴 수 있고 문자 연상이 가능하며 데이터를 분석하고 수학적인 절차를 수행하는 소프트웨어를 사용하는 것을 의미한다. 이러한 예로 Maple이나 Mathematica 와 같은 기호 조작 소프트웨어(CAS: Computer Algebra System)를 들 수 있다. 이러한 소프트웨어는 수학적 개념을 이해하기 위하여 반복적인 과정을 필요로 하는 경우에 중간과정을 신속하게 처리해 줌으로써 시간을 효율적으로 사용할 수 있게 해주지만, 학생들이 기호 조작과 같은 기능을 충분히 숙달하기 전에 사용하는 것은 오히려 학습에 장애가 될 수 있으므로 주의해야 한다.

한편, 수학교육용 소프트웨어뿐만 아니라, 스프레드시트, 워드프로세서, 데이터베이스, 그래픽 패키지 등 일반적인 소프트웨어를 수학 교수-학습에 이용할 수 있다. 워드프로세서에서의 수식 작성 과정은 학생들이 수식에서 연산 순서와 괄호의 중요성 등을 이해할 수 있는 경험이 될 수 있으며 스프레드시트의 한 예인 Excel은 수학 문제해결 과정에 유용한 도구로 사용되는데 그 이유는 스프레드시트에 수치를 입력하고 사용자가 만든 공식이나 메뉴에 있는 공식을 이용하여 입력된 수치들을 계산할 수 있기 때문에, 수 패턴을 조사하거나 문제해결과정에서 얻어진 많은 자료를 신속하게 처리하는데 이용할 수 있다.

(4) 탐구 학습형

탐구 학습형은 학생 주도형과 보조도구형이 결합된 양식으로서 학생들이 대상간의 관계를 탐구할 수 있도록 해 준다. LOGO는 대표적인 탐구 학습 환경을 제공하는데, LOGO에서 학습자는 몇 가지 기본 명령어를 가지고 출발해서 보다 정교한 대상을 구성할 수 있으며, 추후의 탐구 활동을 위해 복잡한 여러 가지 도구를 정의할 수 있다. 이러한 탐구 학습 환경에서는 학습자의 지식이 증가함에 따라 그 탐구 영역이 확장된다.

또한, Cabri-Geometry와 Geometer's SketchPad(GSP)는 기본적인 명령어로부터 출발해서 매크로 작성을 통하여 학습자가 새로운 대상과 도구를 구성할 수 있게 해 주는 컴퓨터 기하 탐구 학습 환경이다. Cabri-Geometry와 Geometer's SketchPad(GSP)는 기본 대상(점, 직선, 선분, 원 등)으로부터 도형을 작도하는 것을 가능하게 해 주며 메뉴를 사용하여 학습자가 명기하는 관계(중점, 수직선, 평행선 등)를 구성할 수 있게 해준다. 도형을 그린 후에는, 기본대상인 점을 움직여서 도형이 어떻게 변하는가를 컴퓨터 화면상에서 관찰할 수 있다.

3) 수학교육에서 활용될 수 있는 컴퓨터의 기능

(1) 그래픽과 애니메이션

컴퓨터의 그래픽과 애니메이션이 학습에 주는 효과는 크다. 기존의 교과서나 다른 매체와 달리 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 수 있을 뿐 아니라 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 구체화로 이루어질 수 있다는 점에서 학습의 어려움을 완화시켜 줄 수 있다. 특히 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계로써 그래픽이나 애니메이션을 통한 직관적인 지도는 대단히 효과적이다.

(2) 시뮬레이션

컴퓨터에서 시뮬레이션은 시각적·공간적인 이유로 실제 제작할 수 없는 경우, 실제와 유사한 상황을 제시함으로써 학생들에게 직접적인 참여자로서의 역할을 수행하도록 하는 것을 의미한다. 또한, 시뮬레이션은 수학의 연역적인 성질을 귀납적인 성질로 바뀌게 한다는 점에서 다시 말해 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다는 점에서 수학교육에서 중요한 위치를 차지한다.

(3) 계산속도와 능력

컴퓨터의 가장 기본적인 기능이 바로 계산 처리의 신속성이라 할 수 있

다. 만약 컴퓨터가 인간의 계산 능력을 상당 부분 대체할 수 있다면 교육과정을 계산 기능 위주로 편중되지 않게 운용할 수 있을 것이다.

(4) 오류 수정

프로그래밍을 작성하는데 있어 대개 오류가 생기기 마련이며 이러한 오류가 수정됨으로써 완벽한 프로그래밍으로 발전하고, 이러한 과정은 수학교육에서 사고력 향상을 위한 기회로 사용될 수 있다. 또 오류는 예상치 못한 곳에서 일어나기 때문에 학생들의 흥미를 끌 수 있으며, 컴퓨터 환경에서는 오류를 제거하기 위해 반드시 무엇을 해야 하기 때문에 학생들로 하여금 자신의 행동에 대한 통찰을 이끌 수 있다.

4) 수학교육에서 컴퓨터 활용 시 유의점

수학교육에서 공학적 도구를 활용할 때 유의해야 할 점은 다음과 같다[8].

첫째, 교육공학적 도구를 수학 교수-학습에 도입함에 있어서 그 목적을 명확하게 할 필요가 있다. 수학교육의 방법을 개선하기 위해 교육공학적 도구를 도입한다면, 방법론적인 면에서 시도되는 교육공학적 도구 활용 방안이 가르치고자 하는 내용, 즉 수학 지식의 성격을 변형하거나 왜곡할 위험성은 없는지에 대해 끊임없이 감독하고 통제해야 한다.

둘째, 수학 교수-학습의 어느 단계에서 어떤 교육공학적 도구를 어떻게 사용할 것인가의 문제가 중요하게 부각된다. 여기에서 교사의 역할이 더욱 중요하게 부각되는데, 이는 교육공학적 도구를 수학 교수-학습의 어느 단계에서 어떤 방식으로 활용할 것인가 하는 문제를 가장 구체적으로 고민하고 판단해야 할 책임이 교사에게 주어지기 때문이다. 이러한 의미에서 교육공학적 도구가 교사를 대체할 수 있을 것이라는 주장은 공학적 도구에 대한 지나친 낙관론이라고 할 수 있다.

셋째, 교육공학적 도구의 교육적 한계를 분명하게 인식해야 한다. 그 적용이 타당하지 않는 영역에 까지 교육공학적 도구를 무리하게 활용하려는 시

도는 교육적으로 바람직하지 못하다.

넷째, 교육공학적 도구를 더욱 적극적으로 활용할 수 있는 제도적이고 현실적인 여건이 시급히 마련되어야 한다. 교육공학적 도구로 인하여 수학교육은 새로운 단계로 진입하고 있지만, 국내의 현실은 수학 전용 실험실의 부재, 과도한 학급 당 인원수, 국산 소프트웨어의 부재 등 매우 열악한 상황인 바, 이러한 상황은 시급히 개선되어야 한다.

다섯째, 교육공학적 도구를 적극적으로 활용하기 위한 환경은 활성화 되었지만 교사들의 준비는 아직 미흡하다고 할 수 있다. 교육공학적 도구를 효과적으로 사용하기 위해서는 교사들의 의식을 변화시킬 수 있는 교사들의 재교육이 이루어져야 할 것이다.

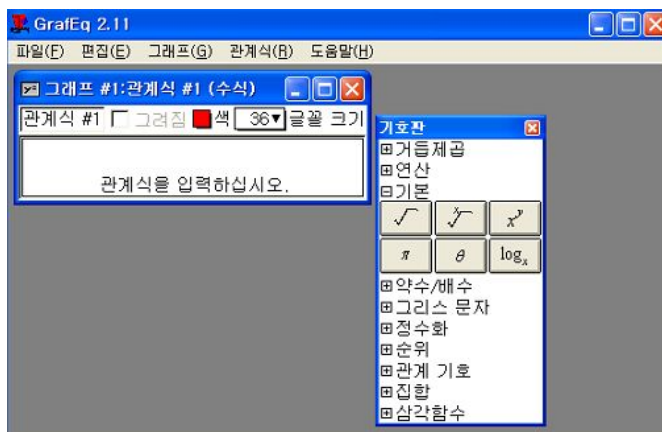
4. 함수지도와 관련된 수학프로그램[4]

1) GrafEq

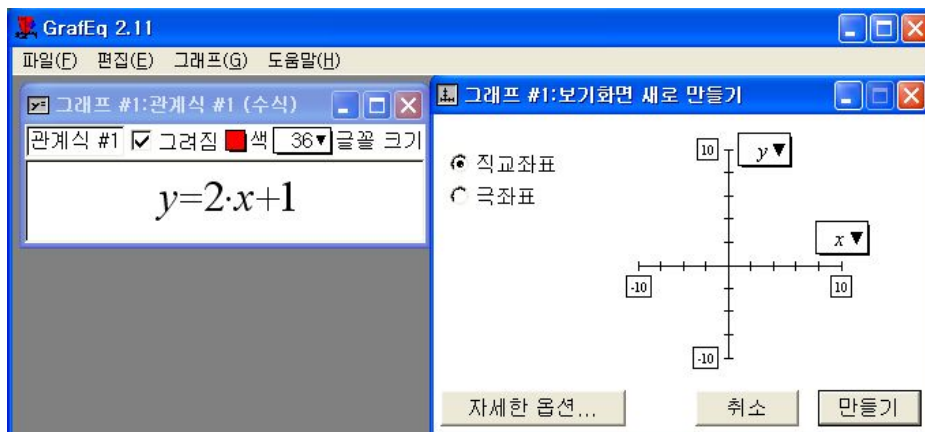
GrafEq는 graphic과 같은 발음이며, Graph Equation의 약자이다. 강력한 시각화와 탐구를 지원하기 위해 캐나다 Pedagoguery Software Inc.사가 개발하였고 모든 형식의 그래프와 부등식의 영역을 표현하는 즉각적이고, 융통성이 있고, 엄밀하고, 강력한 프로그램이다.

(1) 사용방법

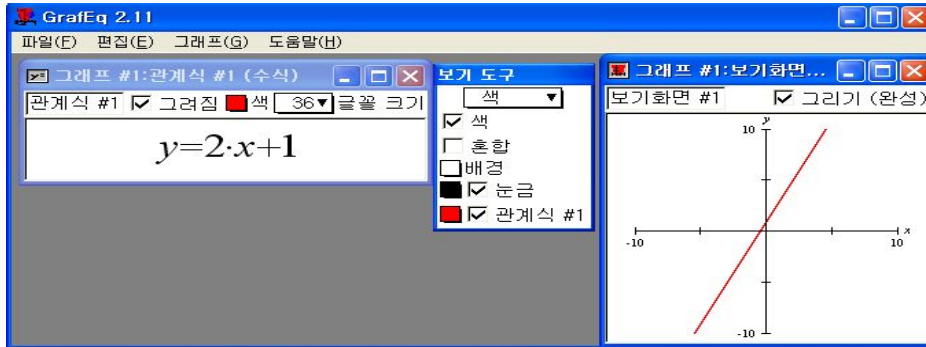
① 관계식에 그리고자하는 함수식을 쓴다.



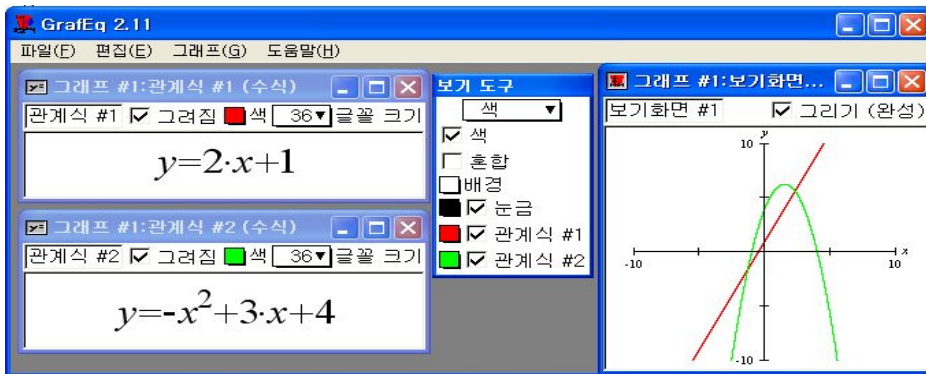
② 관계식을 적고 직교좌표를 선택하고 만들기를 클릭한다.



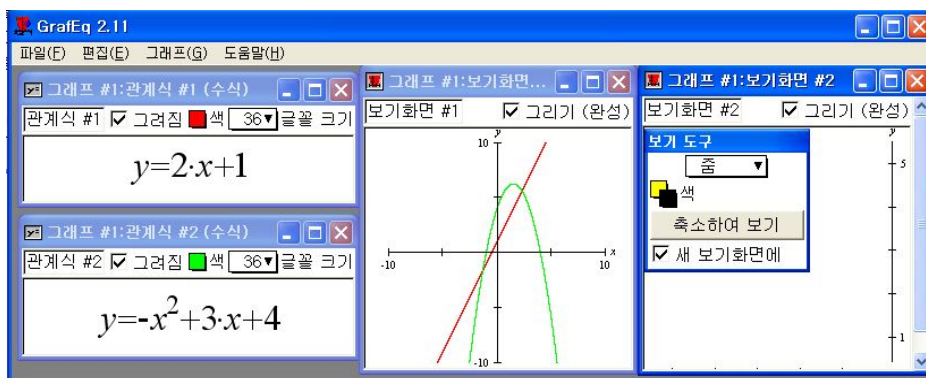
③ 그래프의 색을 선택하여 그래프를 그린다.



④ 새 그래프를 그릴 때: 그래프에서 새 관계식을 선택하여 하나의 좌표 평면에 그릴 수 있다.



⑤ 그 외의 다양한 기능: 보조도구 창을 클릭하여 줌을 선택하고 좌표 평면의 눈금을 조절할 수 있다.



(2) GrafEq를 활용함으로써 수학학습에 주는 효과[1]

GrafEq의 특징을 활용해서 얻을 수 있는 수학학습의 가능성은 다음과 같다.

■ 다양한 수학적 표현의 이해와 활용

: 수식표현이 자유롭고 양함수, 음함수의 표현, 매개변수를 이용한 함수식의 표현, 절댓값, 부등식, 최대공약수, 팩토리얼, min, max 등 다양한 함수를 입력할 수 있다.

■ 시각화를 통한 함수식의 구체적인 의미와 그래프 개형 파악

: 입력한 함수식의 그래프 표현에서 계수나 차수 등의 몇 가지 요소들을 수정해 보면서 식의 변화에 따른 그래프의 다양한 변화를 쉽게 관찰할 수 있다.

■ 식과 그래프에 대한 세밀한 연구

: 포인터 위치의 좌표알림, 좌표평면이 특정 위치에 눈금선 표시, 줌 기능 등 다양한 기능을 제공할 수 있다.

■ 좌표계의 의미와 활용에 대한 이해

: 좌표계 형식과 그래프의 영역, 가로축, 세로축을 학습자가 선택할 수 있다.

■ 부등식의 영역의 개념 이해

: 색을 선택할 수 있으므로 부등식의 영역을 표시할 수 있다.

■ 집합개념의 활용

: $y = \{-1, 1, 3\}x + \{1, 2, 3\}$ 과 같이 각 경우를 조합하여 한 번에 표현할 수 있는 기능이 있다.

■ 다양한 생활 디자인 구성 및 표현수단으로서의 수학의 언어적 특성에 대한 인식

: 여러 함수의 그래프를 동시에 그릴 수 있고 구간별로 나누어진 그래프를 쉽게 그릴 수 있다. 또한 그래프에 수식, 문자열, 간단한 그림,

배경색을 추가하는 기능이 있다.

- 메타 인지적 이동이 최소화된 상태에서 개인화/배경화 된 수학학습 : 한글화되어 있어 편리하고, 프로그램 사용법을 익히는데 소요되는 시간이 10~20분 정도로 극히 적으며, 학생들의 관심사에 맞는 그래프를 쉽게 그려줄 수 있다.

2) Winplot

Winplot은 평면이나 입체의 그래프를 그리는데 특화된 기능을 가진 프로그램이다. 그래프를 그리는데 있어서 2차원과 3차원으로 구분되며 중등수학부터 대학에서 배우는 고등수학(미적분이나 선형대수)에 까지 활용될 수 있다. 이를 통하여 추상적학문인 수학을 시각화함으로써 사고 작용에 도움을 주고 이해를 도울 수 있다. 중등수학 함수단원이나 고등수학의 미적분학에 특히 도움을 줄 수 있다.

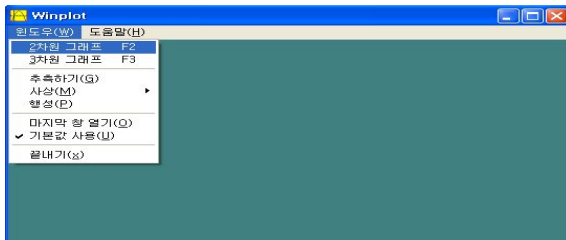
(1) 사용방법

일차함수의 그래프를 그림으로써 사용방법을 살펴보기로 한다.

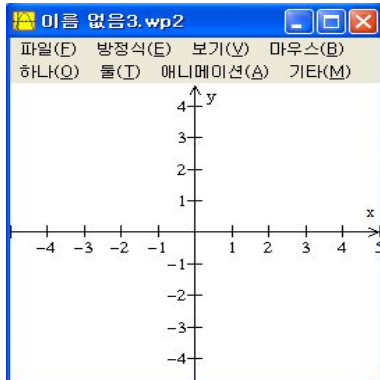
① Winplot의 초기화면이다.



② 메뉴의 '윈도우'를 누른다.



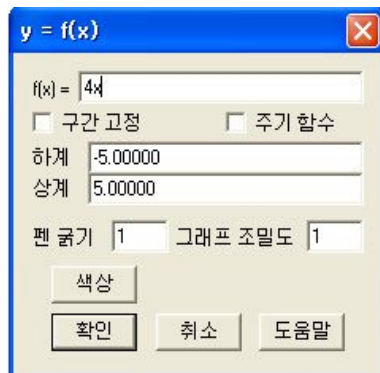
③ '2차원 그래프'를 누른다.



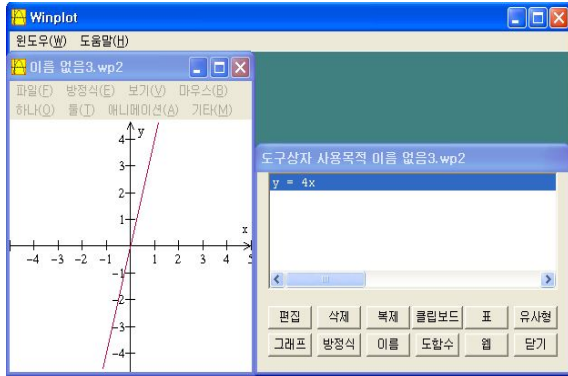
④ 메뉴의 '방정식'을 누른다.



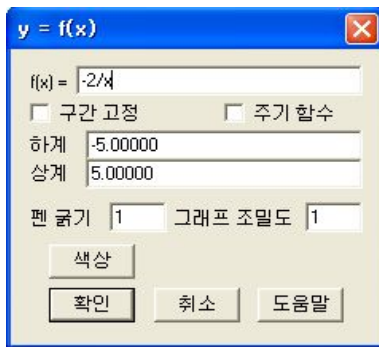
⑤ '양함수'를 누르고, $4x$ 을 입력한다.



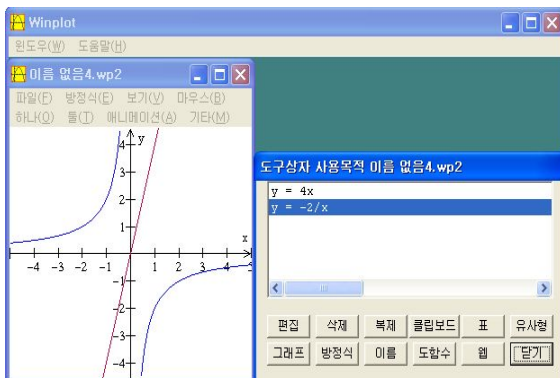
⑥ ‘확인’을 누르면 다음의 그림이 나타난다.



⑦ 메뉴 ‘방정식’의 ‘양함수’를 누르고, $-\frac{2}{x}$ 을 입력한 다음 ‘확인’을 누른다.



⑧ 다음은 $y = 4x$ 와 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프이다.



(2) 중등수학에서의 Winplot 활용방안

앞서 언급하였듯이 Winplot은 다양한 그래프를 그릴 수 있는 유용한 프로그램이다. 넓게 본다면 복잡한 수식이나 추상적인 수학개념을 시각적으로 제시하여 추상적인 수학적 지식에의 접근을 용이하게 함으로써 그 의미의 이해에 기여할 수 있다. 이러한 직관적인 교수-학습 활동은 실제 현장에서 수학 수업의 역동적인 측면을 부각시킬 수 있다. 구체적으로 본다면 방정식(일차, 이차방정식), 함수(중등수학이나 고등수학에서 다루는 거의 모든 함수), 접선, 미분, 적분 등 중등교과에서 다루는 수학내용 중 많은 부분을 다룰 수 있다.

7단계에서는 정비례와 반비례의 관계를 평면상에 나타내어 비례관계를 이용하여 함수의 의미를 설명할 수 있다. 그에 앞서 좌표와 순서쌍의 개념을 지도하고 사분면의 개념을 알려줄 수 있다.

8단계에서는 일차함수를 설명하고 그래프를 그려 시각화를 통해 이해를 도울 수 있으며 그 성질(특히 기울기나 절편)에 대하여 설명할 수 있다.

9단계에서는 이차함수를 도입하여 그 의미와 형태를 알기 쉽도록 설명할 수 있다.

제 7차 수학과 교육과정에서는 문제해결력 신장을 강조하고 있다. 문제해결력 신장에 도움이 되는 사고활동(문제의 이해→ 계획 수립→ 계획 실행→ 반성)단계를 증진 시키는데 컴퓨터의 활용이 도움이 될 수 있다. 따라서 컴퓨터를 통하여 학생들이 직접 참여하고 경험이나 통제를 통해 사고능력이 신장될 수 있을 것이다.

3) Equation Grapher

Equation Grapher는 함수를 그리고 해석하는 프로그램이다. $y=2x$ 또는 $y=\sin(x+10)-\cos(x)$ 등의 그래프를 그리는데, 가능한 12개의 그래프까지 같이 그릴 수 있다. 함수를 그리게 되면 최댓값, 최솟값, 교점 등을 자동적

으로 구할 수 있는 기능이 있으며 또한 계산과 적분영역을 볼 수 있다.

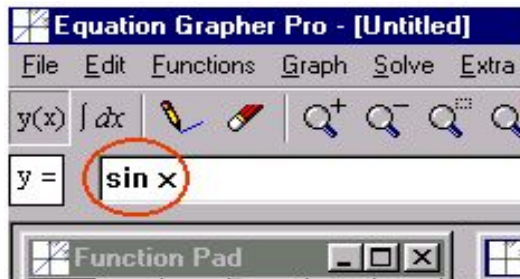
줌 함수(zoom functions)를 사용하거나 값의 범위를 대입해서 그래프의 범위를 지정할 수 있고 윈도우에서 그래프를 복사해서 다른 워드프로세서에 붙일 수 있는 기능도 가지고 있다. 저장시키고 불러오는 것도 물론 가능하다.

(1) 사용방법

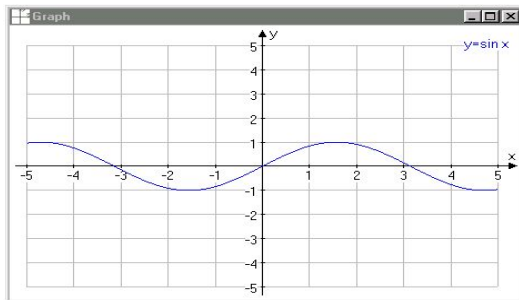
① 그래프 그리는 방법

■ 그래프 그리기

원하는 함수를 아래와 같이 창 위의 공간에 입력하고 Enter를 누르면,



그래프 창에 방정식이 그려진다.



■ 함수를 더 그리거나 지우는 방법

만약 같은 창에 다른 방정식을 그리기를 원한다면 같은 방법으로 다시 반복하면 된다. 12개의 그래프까지 가능하다.

한편 그래프 창에서 방정식을 지우고자 할 때에는 맨 위에 있는 지우게 버

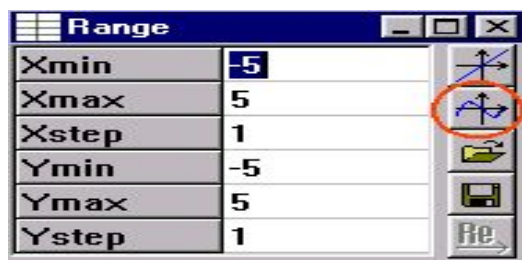
튼을 클릭하면 되고, 모든 프로그램을 없애고자 할 때에는 file/new를 선택하면 된다.

- x 범위

만약 $y = \sin x, -1 \leq x \leq 3$ 함수를 그리려면, $y = \sin x [-1,3]$ 과 같이 입력하면 된다.

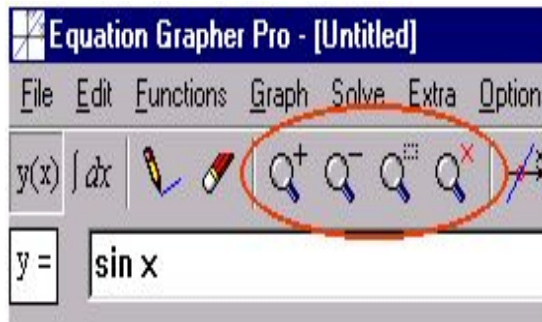
- 좌표축의 값(The Range Window)

만약 그래프 창에 그래프를 더 잘 나타내기를 원한다면, range 창에서 범위 값을 바꾸면 된다.



- 화면의 크기(The Zoom Functions)

빠른 방법으로 값을 바꾸려면 위에 있는 줌 기능(zoom functions)을 사용하면 된다.



zoom in과 zoom out은 어디서나 사용할 수 있다. zoom box function은 그래프 창에서 마우스로 직사각형 공간을 잡으면 고른 범위 값으로 변한다. 마지막으로 undo zoom function은 마지막 zoom전의 범위 값으로 회복시켜 준다.

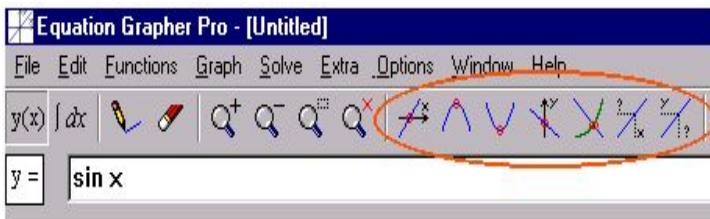
■ Supported Functions to Plot

사칙연산(+, -, ×, ÷)외에도 function expression에 있는 모든 연산자를 사용할 수 있다.



② 함수값의 계산(How to Analyze Functions)

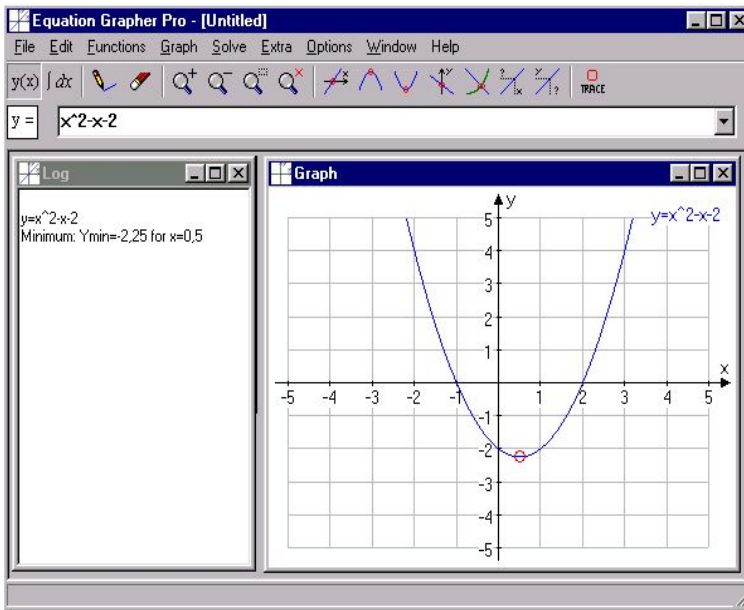
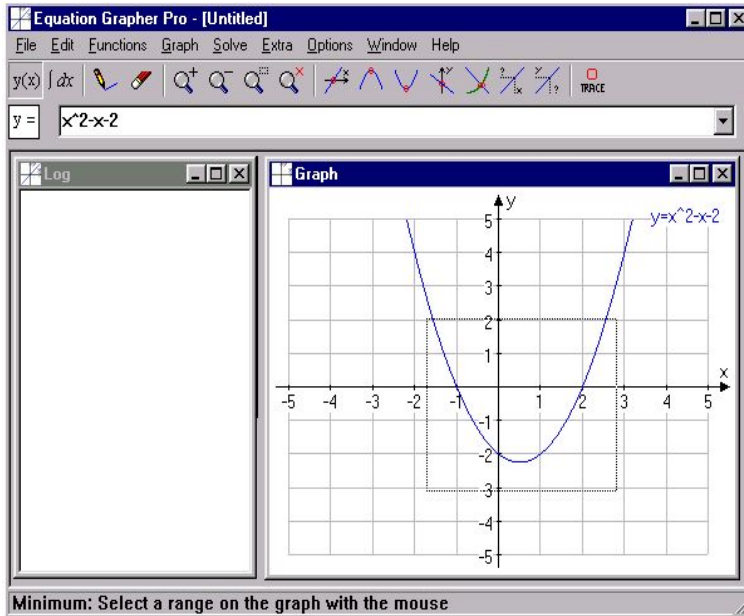
함수를 그리면 Equation Grapher는 자동적으로 최댓값, 최솟값, 교점 등을 구한다.



다음과 같은 표시 버튼으로 그 값을 구할 수 있다.

Root, Maximum, Minimum, Y-Intersection, Intersection, Y-Calc, X-Calc

예를 들어, $y = x^2 - x - 2$ 의 최솟값을 구하려면 solve/min을 클릭하고 마우스로 방정식의 그래프에서 그 값 부분을 대략 선택하면 된다. 그리고 마우스를 풀어주면 그래프에 빨간색 원으로 최솟값이 표시된다. 또한 그 값은 Log창에 나타나게 된다.



③ 그래프를 워드로 옮기는 방법

Equation Grapher에서 word processor 또는 paint program으로 복사하는 것은 매우 간단하다.

- Equation Grapher를 시작하고 함수를 그린다.
- 메뉴에서 Edit(Copy Graph As BMP Picture)을 선택한다.



- word processor 또는 paint program을 시작한다. 그리고 메뉴에서 Edit(Paste)를 선택한다.

(2) Equation Grapher의 이점과 단점

다른 수학교육용 프로그램에 비해 가장 뛰어난 점은 그래프에서 단순히 마우스 드래그만을 사용하여 교점, x, y 절편의 값, 최대·최솟값을 구할 수 있다는 것, 점 적분 넓이를 보여준다는 것, 점 모눈종이가 표현된다는 것, 그리고 점 좌표축에서 π 라는 것도 표현가능하다는 것이었다.

그러나 한글판이 없어 영어를 해석하여 해결해야 한다는 점이 어려웠고, 에러(error)메시지와 'no found'라는 메시지가 자주 떠서 곤란한 상황이 많았고, 최댓값을 구하는 데 최솟값이 표시되고, 그래프에서 축과의 교점을 구하는 데 한쪽만 표시된다는가 하는 점들은 프로그램에 대해 불안정한 이미지를 갖도록 하였다.

5. 그래픽 프로그램의 활용과 제 7차 중학교 수학과 교육과정[7]

1) 수학교육의 목적에서 찾아본 그래픽 프로그램의 활용 영역

수학교육의 목적	그래픽 프로그램의 활용 가능성
수학의 실용성	수학을 공부하면서 어떻게 도움이 되는가를 그래픽 프로그램을 이용하여 함수식의 그림을 그리는 방법을 통해 수학의 필요성을 찾아볼 수 있다.
수학의 정신도야성	그래픽 프로그램을 통하여 하나의 그림을 완성하기 위해 함수식이 어떻게 변형되는지를 연구하고 발견하며 수학을 배워야하는 이유를 느끼도록 하는 자료로 활용할 수 있다.
수학의 심미성	그래픽 프로그램에 나타난 그림을 활용하여 디자인하는 수학적 표현방법을 통해 아름다움을 찾아가며 수학의 심미성을 지도할 수 있다.
수학의 문화적 가치	인류의 문화와 더불어 발전해 온 수학을 연계하여 수학이 어떻게 발전하였는지를 찾아 수학의 가치를 깨닫도록 할 수 있다.

2) 수학과 평가방법에 따른 그래픽 프로그램의 활용 영역

현재의 평가방법	개선방안	그래픽 프로그램의 활용영역
목표지향의 결과 중심의 평가	과정중심의 평가로 학생의 수학적 전개 능력을 평가	각 단원별 활용가능 내용을 정선하여 학생의 사고 과정이 나타나도록 표현할 수 있는 자료 가능
객관식 선다형 위주의 평가	주관식, 지필평가, 프로젝트, 포트폴리오, 관찰 및 면담의 학생 자기 주도적 학습 내용평가	한 주제를 주어 학생들이 직접 이 프로그램을 이용하여 개념을 이해하고 결과를 도출하도록 하는 프로젝트나 자신의 결과물을 발표할 수 있는 평가
인지적 능력의 평가	인지적 능력 및 정의적 성향	수학 지식뿐만 아니라 수학에 대한 흥미를 느낄 수 있도록 하는 방안
학생의 심리적 요인 고려 안함	학생의 발달단계에 심리적 요소를 고려	난이도가 큰 수학 교과에서 기초교육이 부족한 학생들의 학습흥미를 돋우는 프로그램을 활용하여 지도 가능

3) 학년 별 그래픽 프로그램 활용 영역

(1) 1학년 1학기: IV. 함수 2. 함수의 그래프

정비례와 반비례를 나타내는 그래프 그리기

$y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프, $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프

(2) 2학년 1학기: V. 일차함수 1. 일차함수와 그 그래프

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프 그리기

(3) 3학년 1학기: IV. 이차함수

1. 이차함수와 그 그래프

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프 그리기

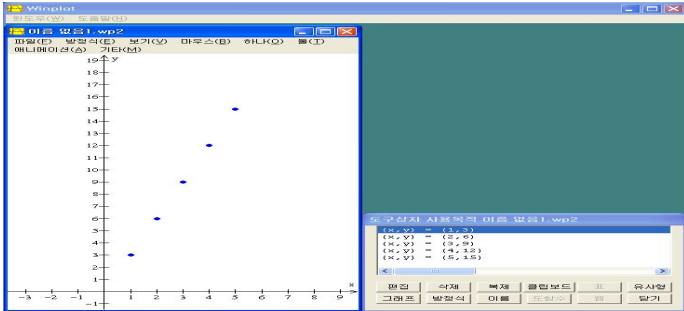
이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프 그리기

Ⅲ. 그래픽 프로그램을 활용한 교수-학습자료[9], [6]

1. Winplot을 이용한 교수-학습자료

수학과 Winplot 학습지		분류	1학년 1학기
대단원	Ⅳ. 함수	중단원	2. 함수의 그래프
학습목표	1. 함수 $y = ax(a \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있다. 2. $y = \frac{a}{x}(a \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있다.		
탐 구 활 동			
<p>■ 솔이네 교내 우리말 퀴즈 대회에 출전하기 위해 대회 날까지 하루에 새 단어씩 우리말 공부를 하려고 한다. 솔이가 x일 동안 공부한 단어의 수를 y개라고 할 때, 물음에 답하여 보자.</p> <p>(1) x와 y사이의 관계식을 구하여 보자. 하루에 세 단어씩 우리말 공부를 하고 있으므로, x일 동안 공부한 단어의 수를 y개라고 할 때, $y = 3x$이다.</p> <p>(2) 정의역이 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$일 때, x, y의 값을 순서쌍 (x, y)로 나타내어 보자. 정의역이 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$이므로 $x = 1$일 때 $y = 3$, $x = 2$일 때 $y = 6$, $x = 3$일 때 $y = 9$, $x = 4$일 때 $y = 12$, $x = 5$일 때 $y = 15$이다. 이것을 순서쌍으로 나타내면 $(1, 3), (2, 6), (3, 9), (4, 12), (5, 15)$이다.</p> <p>(3) (2)에서 구한 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면위에 나타내면 아래의 그림과 같다.</p>			
			

전 개 단 계 1

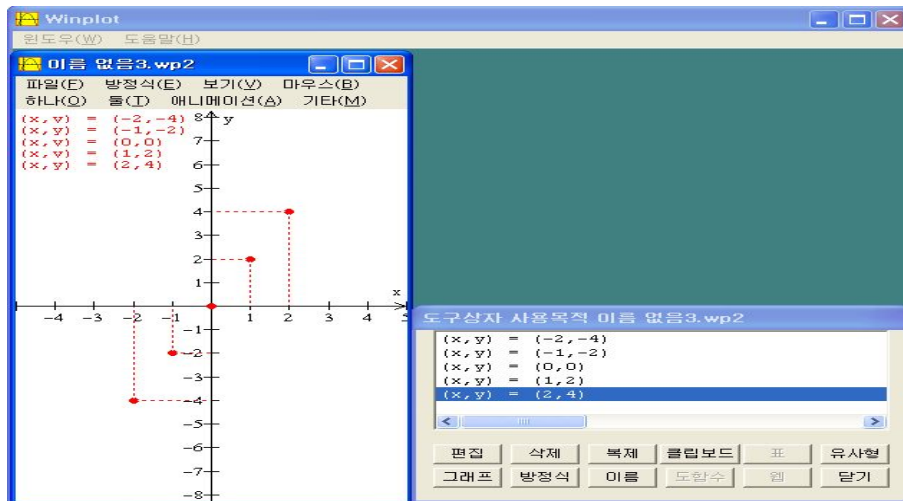
(1) 정의역이 수 전체의 집합일 때, 함수 $y=2x$ 의 그래프는 어떻게 그리는지 알아보자.

함수 $y=2x$ 의 정의역이

① $X=\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 이면, X 의 각 원소 x 에 대응하는 함수값 y 를 다음과 같이 표로 나타낼 수 있다.

x	\dots	-2	-1	0	1	2	\dots
y	\dots	-4	-2	0	2	4	\dots

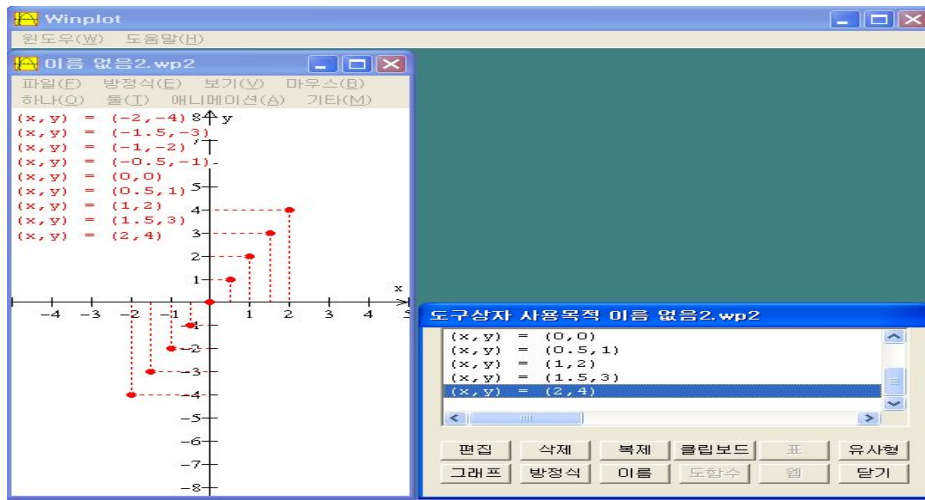
위의 표에서 대응하는 x, y 의 값의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표 평면 위에 나타내어보자.



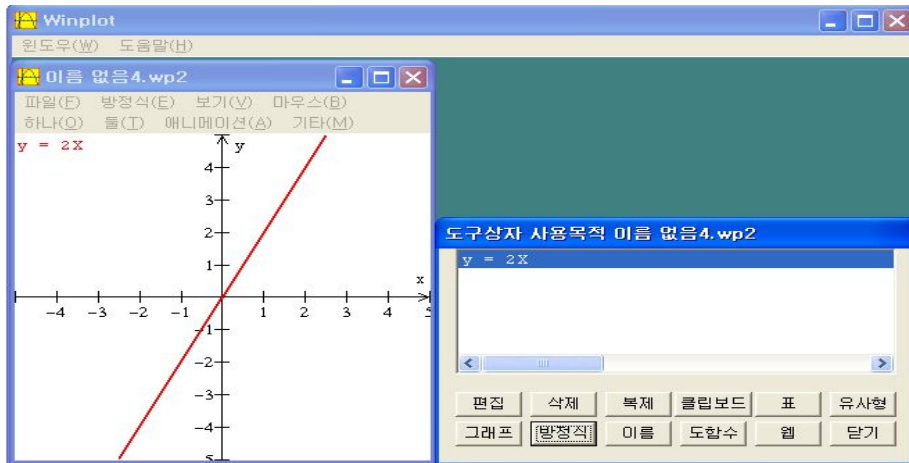
② $X=\{\dots, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, \dots\}$ 이면, X 의 각 원소 x 에 대응하는 함수값 y 를 다음과 같이 표로 나타낼 수 있다.

x	\dots	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	\dots
y	\dots	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	\dots

위의 표에서 대응하는 x, y 의 값의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표 평면 위에 나타내어보자.



③ 함수 $y=2x$ 에서 정의역의 원소 x 의 값 사이의 간격을 점점 더 작게 하여 정의역을 수 전체의 집합으로 하면, 함수 $y=2x$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이 된다.

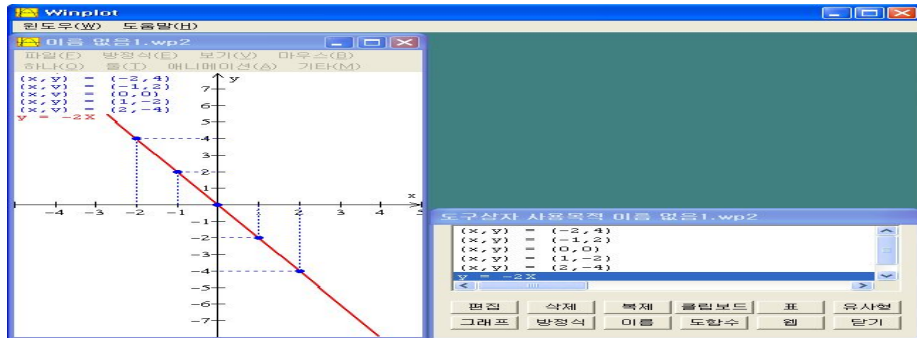


(2) 함수 $y=-2x$ 의 그래프를 그려보자.

x 에 대응하는 함수값 y 를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

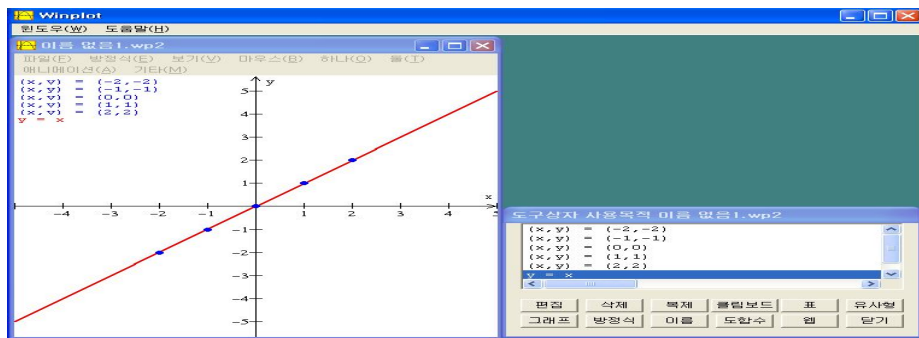
x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	4	2	0	-2	-4	...

이들 x, y 의 값의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸다. 정의역이 수 전체의 집합인 $y = -2x$ 의 그래프는 아래의 그림과 같이 이 점들을 모두 이은 직선이다.

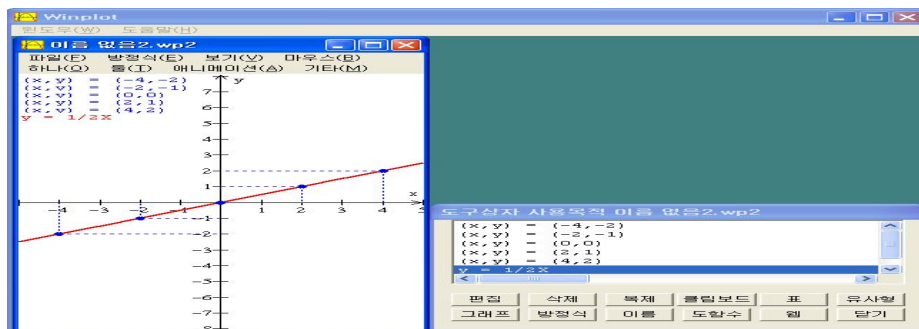


(3) 다양한 예제를 통하여 그래프를 그린다.

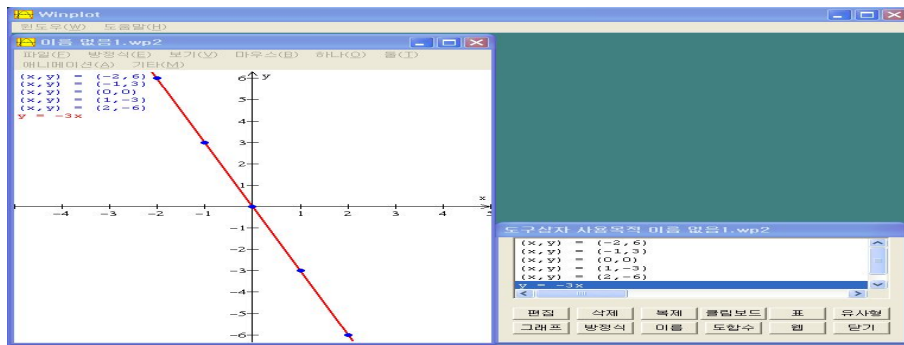
① $y = x$



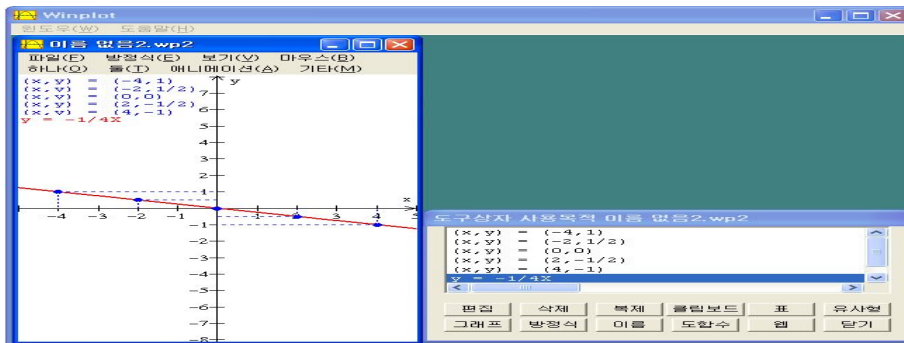
② $y = \frac{1}{2}x$



③ $y = -3x$

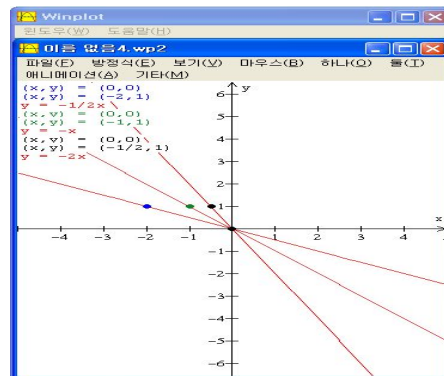
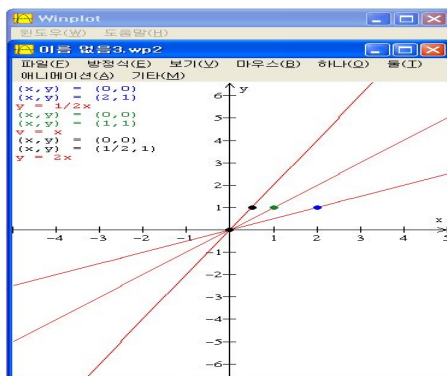


④ $y = -\frac{1}{4}x$



정 리 단 계 1

- 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프의 성질을 파악한다.
- 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프는 원점 O 를 지나는 직선이다.
- (1) $a > 0$ 일 때, (2) $a < 0$ 일 때,



* $a > 0$ 일 때, 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a < 0$ 일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

* $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가하고, $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소한다.

* a 의 절댓값이 클수록 y 축에 가깝고, 작을수록 x 축에 가깝다.

※ 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이므로 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프는 원점과 이 그래프가 지나는 원점 이외의 한 점을 찾아 직선으로 이으면 쉽게 그릴 수 있다.

전 개 단 계 2

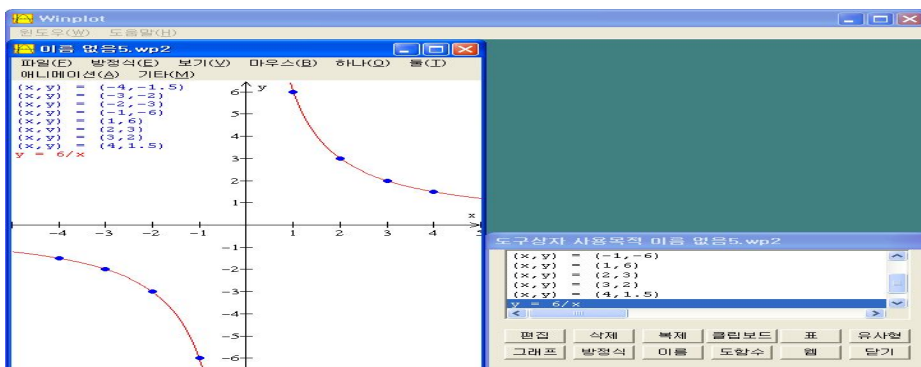
(1) 정의역이 0을 제외한 수 전체의 집합일 때, 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프는 어떻게 그리는지 알아보자.

함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 정의역이

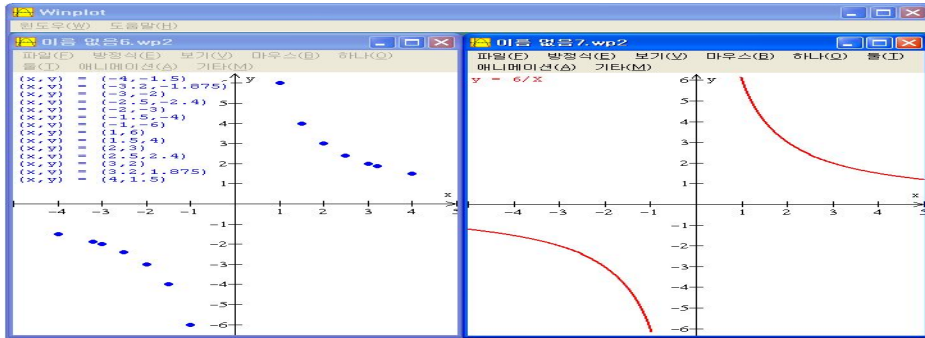
① $X = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ 이면, X 의 각 원소 x 에 대응하는 함수값 y 를 구하여 다음과 같이 표로 나타낼 수 있다.

x	...	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	...
y	...	-1.5	-2	-3	-6	6	3	2	1.5	...

위의 표에서 대응하는 x, y 의 값의 순서쌍을 좌표로 하는 점들을 좌표 평면 위에 모두 나타내어 보자.



② 함수 $y = \frac{6}{x}$ 에서 정의역의 원소 x 의 값 사이의 간격을 점점 더 작게 하여 정의역을 0을 제외한 수 전체의 집합으로 하면, 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프는 아래와 같이 좌표축에 접근하면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이 된다.

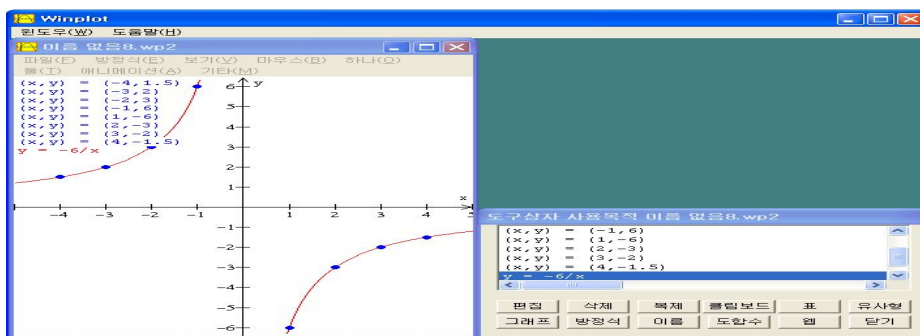


(2) 함수 $y = -\frac{6}{x}$ 의 그래프를 그려보자.

x 에 대응하는 함수값 y 를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

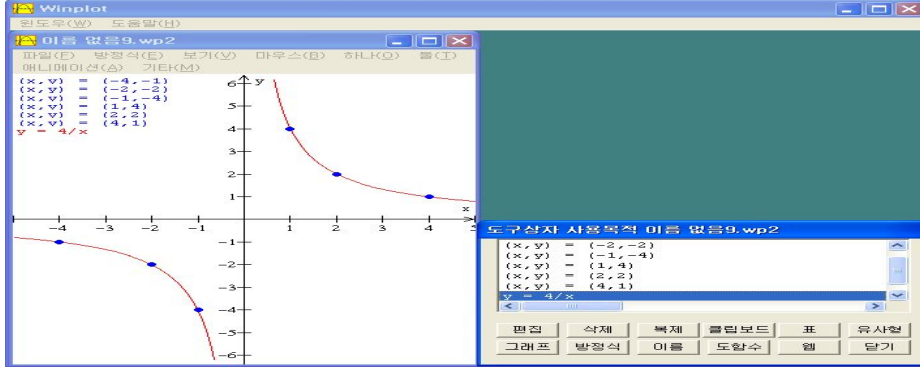
x	...	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	...
y	...	1.5	2	3	6	-6	-3	-2	-1.5	...

이들 x, y 의 값의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸다. 정의역이 0을 제외한 수 전체의 집합인 $y = -\frac{6}{x}$ 의 그래프는 아래의 그림과 같이 이 점들을 모두 이은 곡선이다.

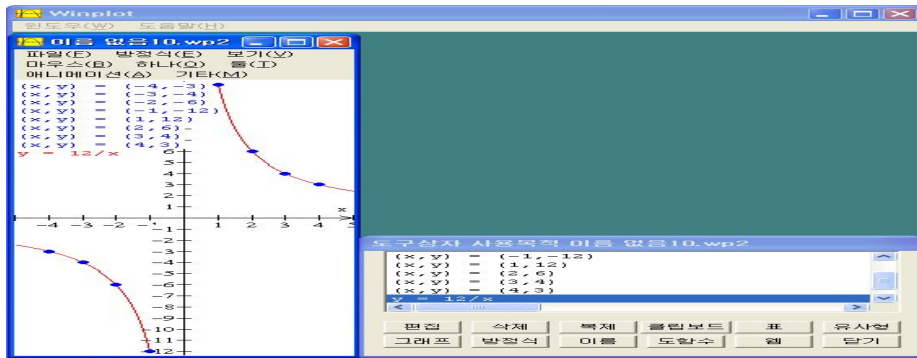


(3) 다양한 예제를 통하여 그래프를 그린다.

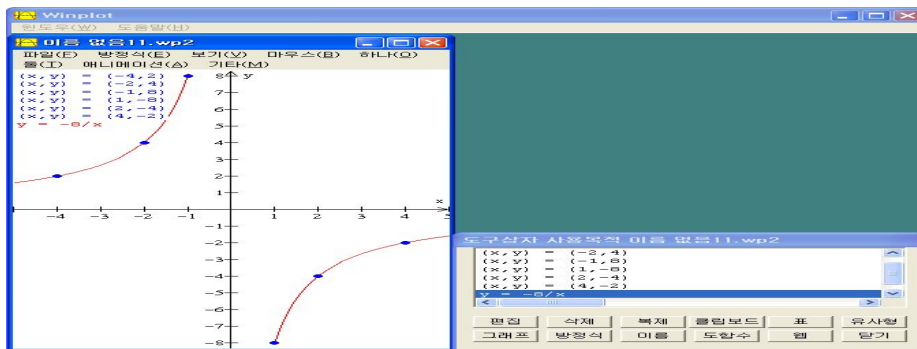
① $y = \frac{4}{x}$



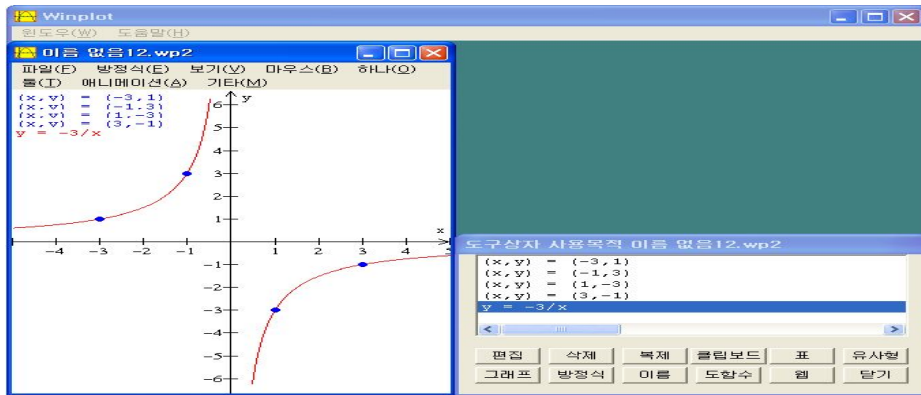
② $y = \frac{12}{x}$



③ $y = -\frac{8}{x}$



④ $y = -\frac{3}{x}$

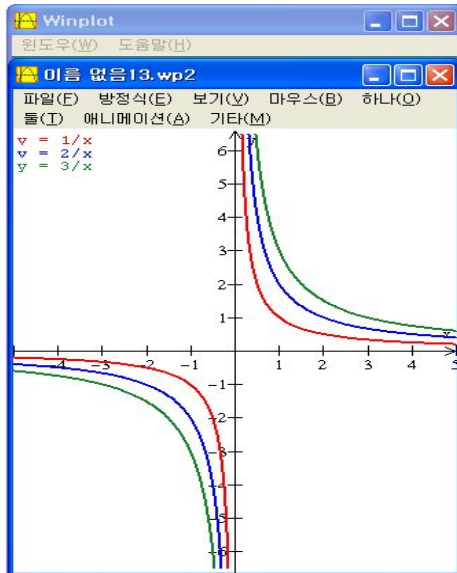


정 리 단 계 2

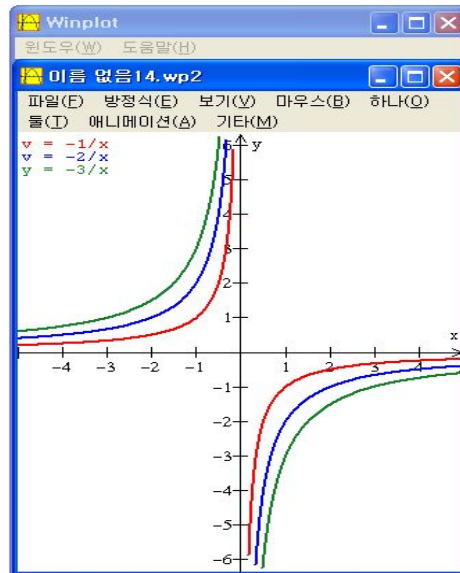
- 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0, x \neq 0$)의 그래프의 성질을 파악한다.

함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0, x \neq 0$)의 그래프는 좌표축에 접근하면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

(1) $a > 0$ 일 때,



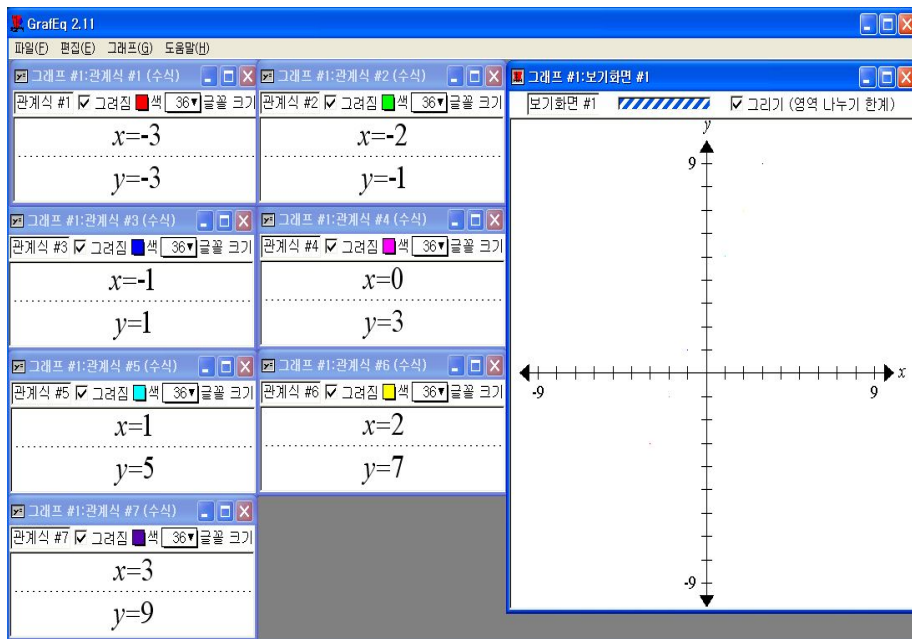
(2) $a < 0$ 일 때,



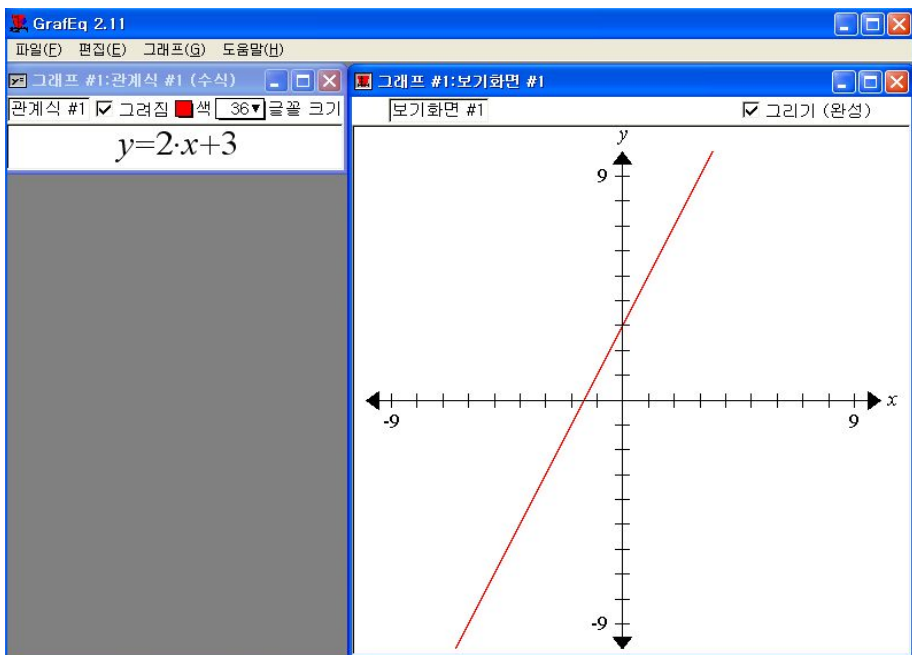
- * $a > 0$ 일 때, 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a < 0$ 일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
- * $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소하고, $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.
- * a 의 절댓값이 작을수록 원점에 가깝다.

2. GrafEq를 이용한 교수-학습자료

수학과 GrafEq학습지			분류	2학년 1학기																					
대단원	V. 일차함수	중단원	1. 일차함수와 그 그래프	소단원	2. 일차함수의 그래프(1)																				
학습목표	1. $y = ax + b$ 의 그래프를 그릴 수 있다.																								
탐 구 활 동																									
<p>■ 강원도 영월에 위치한 동강은 때 묻지 않은 경관이 아름답고 희귀한 동식물이 많은 곳이다. 어느 학교의 환경사랑반 학생들이 동강의 생태계를 조사하기 위하여 배를 빌리기로 하였다. 배를 빌리는 요금은 기본 요금이 3000원이고, 한 시간에 500원씩 추가된다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.</p> <p>(1) 다음은 배를 빌린 시간과 요금의 관계를 나타낸 표이다. 이 표를 완성해 보자.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>시간</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>요금(원)</td> <td>3000</td> <td>3500</td> <td>4000</td> <td>4500</td> <td>5000</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>(2) x시간 동안 배를 빌린 요금을 구해 보자. 기본요금이 3000원이고, 한 시간에 500원씩 추가되므로 x시간 동안 사용하였을 때의 요금은 $3000+500x$(원)이다.</p> <p>(3) x시간 동안 배를 빌린 요금을 y원이라 할 때, x와 y사이의 관계식을 구하여 보자. $y = 3000 + 500x$</p>						시간	0	1	2	3	4	...	요금(원)	3000	3500	4000	4500	5000	...						
시간	0	1	2	3	4	...																			
요금(원)	3000	3500	4000	4500	5000	...																			
진 개 단 계																									
<p>(1) 일차함수 $y = 2x + 3$의 그래프를 그려보자.</p> <p>① x의 값에 대한 함숫값 y를 수하여 표로 나타내면 다음과 같다.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>② 위의 표에서 x값과 y값으로 이루어진 순서쌍(x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면위에 나타내어 보면 아래의 그림과 같다.</p>						x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...	y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...																
y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...																

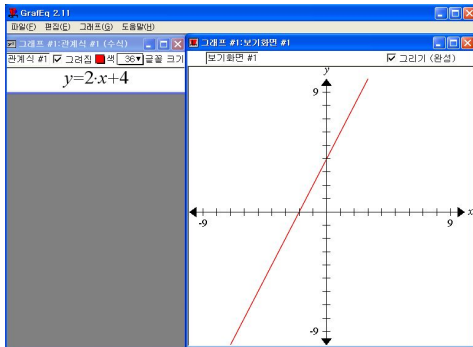


③ x 값의 간격을 더 작게 하여 나타내면 아래와 같은 직선이 됨을 알 수 있다.

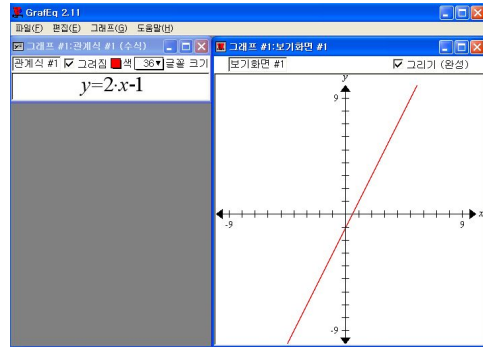


(2) 다양한 예제를 통하여 그래프를 그린다.

① $y = 2x + 4$



② $y = 2x - 1$

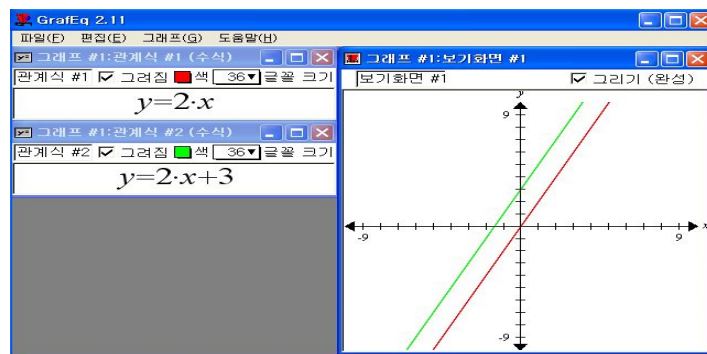


(3) 두 일차함수 $y = 2x$ 와 $y = 2x + 3$ 의 그래프는 어떤 관계가 있는지 살펴보자.

다음은 두 일차함수 $y = 2x$, $y = 2x + 3$ 에 대하여 x 의 값에 대한 y 의 값을 구하여 표로 나타낸 것이다.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$2x$...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
$2x + 3$...	-3	-1	1	3	5	7	9	...

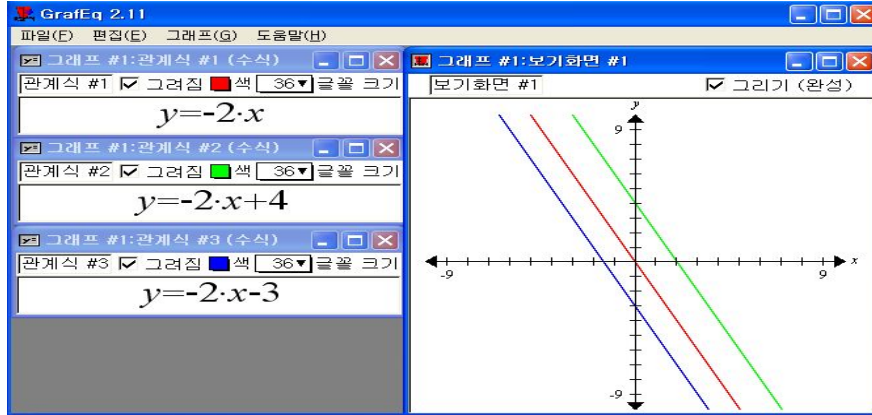
위의 표에서 x 의 각 값에 대하여 $y = 2x + 3$ 의 값은 $y = 2x$ 의 값보다 항상 3만큼 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 아래의 그림과 같이 두 일차함수의 그래프를 그려 보면 $y = 2x + 3$ 의 그래프는 $y = 2x$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 것과 같음을 알 수 있다.



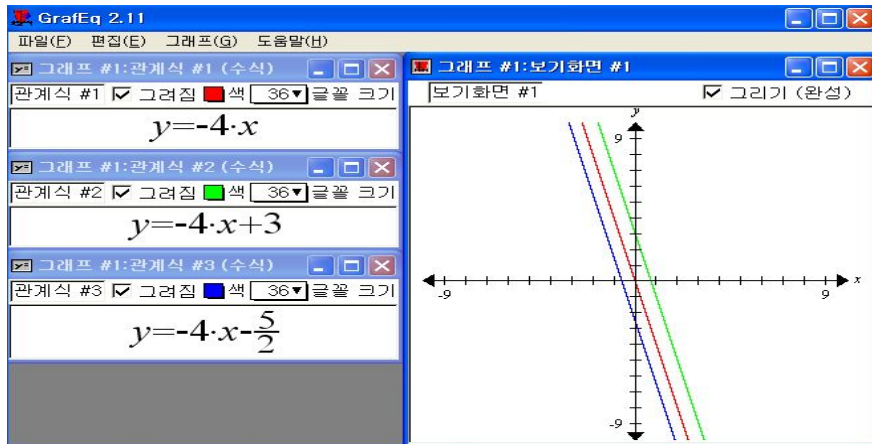
정 리 단 계

■ 일차함수 $y = ax$ 와 $y = ax + b$ 그래프 사이의 관계를 파악한다.

(1)



(2)

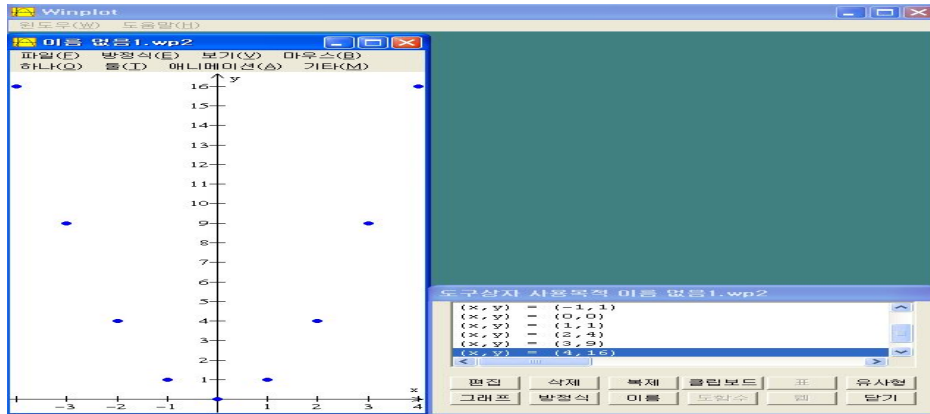


* 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 일차함수 $y = ax$ 의 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선이다.

3. Equation Grapher를 이용한 교수-학습자료

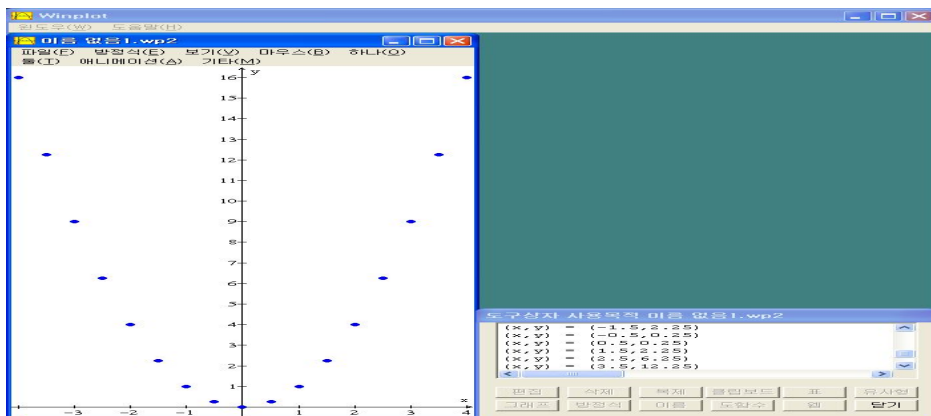
수학과 Equation Grapher 학습지 1			분류	3학년 1학기																										
대단원	IV. 이차함수	중단원	1. 이차함수와 그 그래프	소단원	2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프																									
학습목표	1. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 그릴 수 있다. 2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그릴 수 있다.																													
탐 구 활 동 1																														
■ 눈썰매가 출발하여 아래의 그림과 같이 움직였다고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.																														
(1) 눈썰매가 움직인 시간에 따른 이동거리를 표로 나타내어 보아라.																														
<table border="1"> <tr> <td>시간(초)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>이동거리(m)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>25</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>이동거리(m)</td> <td>0</td> <td>1^2</td> <td>2^2</td> <td>3^2</td> <td>4^2</td> <td>5^2</td> <td>...</td> </tr> </table>							시간(초)	0	1	2	3	4	5	...	이동거리(m)	0	1	4	9	16	25	...	이동거리(m)	0	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	...
시간(초)	0	1	2	3	4	5	...																							
이동거리(m)	0	1	4	9	16	25	...																							
이동거리(m)	0	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	...																							
(2) 눈썰매가 x 초 동안 ym 를 움직였다고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라. $y = x^2$																														
전 개 단 계 1																														
(1) 다음 표는 이차함수 $y = x^2$ 에서 정수 x 값에 대한 함숫값 y 를 나타낸 것이다.																														
<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>16</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>...</td> </tr> </table>							x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...	y	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...																			
y	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...																			

(2) x 값과 y 의 값으로 이루어진 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표 평면 위에 나타내어 보자.



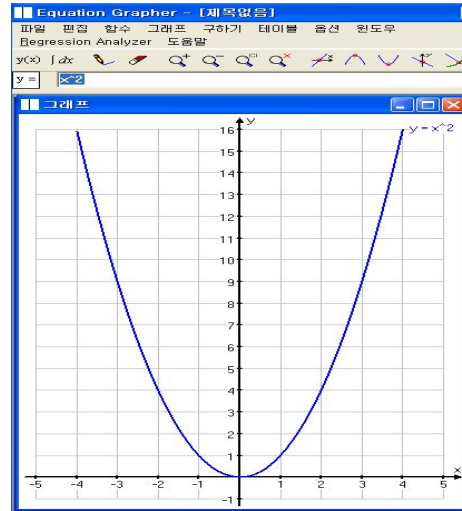
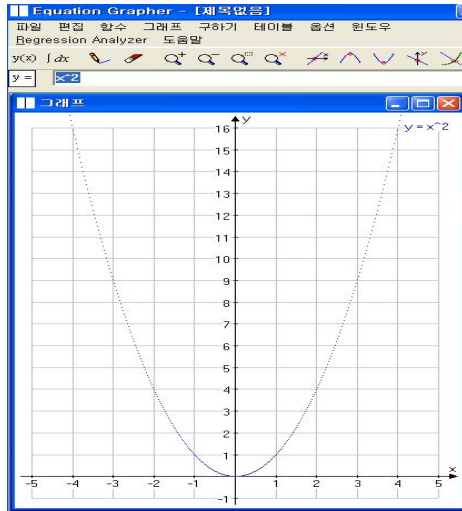
(3) x 값의 간격을 더 작게 하여, x 값과 y 의 값으로 이루어진 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내어 보자.

x	...	-4	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...
y	...	16	12.25	9	6.25	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	6.25	9	12.25	16	...



(4) x 값의 간격을 점점 더 작게 하여 순서쌍 (x, y) 를 좌표평면 위에 나타내면, 아래의 오른쪽 그림과 같이 매끄러운 곡선이 됨을 알 수 있다.

이 곡선이 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 이차함수의 $y = x^2$ 의 그래프이다.



정 리 단 계 1

- 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프의 성질을 파악한다.
- * 원점O를 지나고, 아래로 볼록하다.
- * y 축에 대하여 대칭이다.
- * x 의 값이 증가할 때, $x < 0$ 의 범위에서 y 의 값은 감소하고, $x > 0$ 의 범위에서 y 의 값은 증가한다.
- * 원점을 제외한 부분은 모두 x 축보다 위쪽에 있다.

전 개 단 계 2

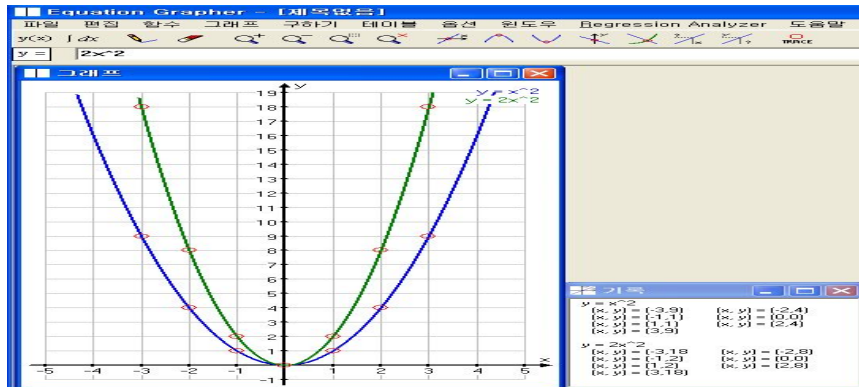
(1) $y = ax^2 (a > 0)$

① 이차함수 $y = x^2$, $y = 2x^2$ 의 정의역이

$X = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ 일 때, X 의 원소 x 에 대한 함숫값 y 를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
$2x^2$...	18	8	2	0	2	8	18	...

② 위의 표를 이용하여 이차함수 $y = x^2$, $y = 2x^2$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



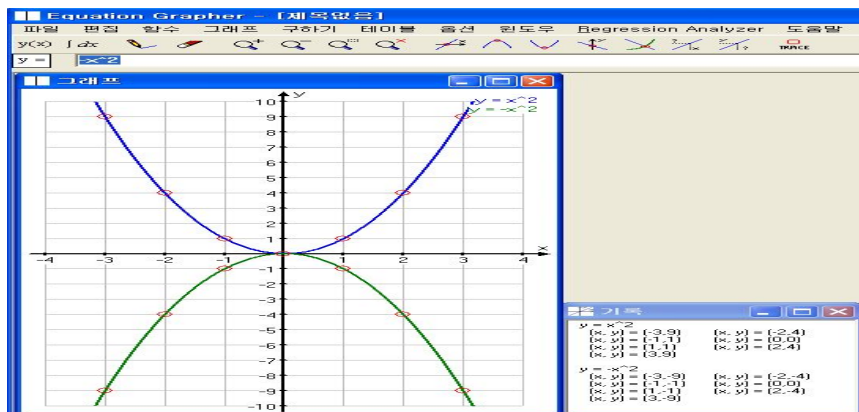
위의 표와 그래프에서 알 수 있듯이 x 의 어떤 값에 대하여도 $y = 2x^2$ 의 값은 $y = x^2$ 의 값의 2배임을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프는 $y = x^2$ 의 그래프의 각 점의 y 좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그리면 된다.

(2) $y = ax^2 (a < 0)$

이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 다음 표를 이용하여 그려보면 아래의 그림과 같다.

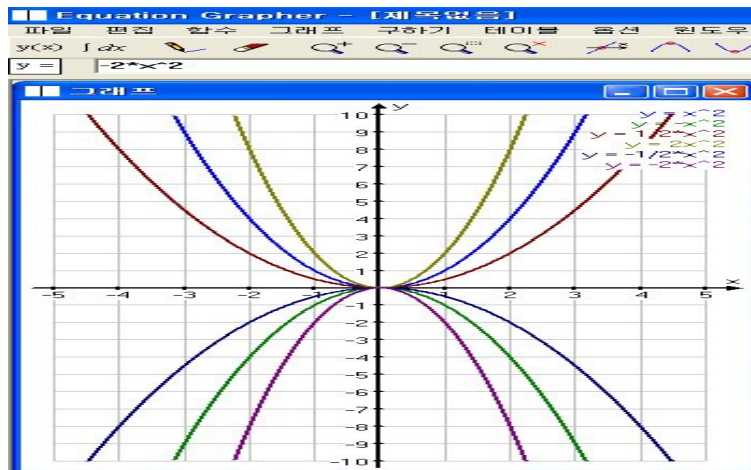
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
$-x^2$...	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	...



위의 표와 그래프에서 알 수 있듯이 x 의 어떤 값에 대하여도 $y=-x^2$ 의 값은 $y=x^2$ 의 값과 절댓값은 같고 부호는 반대임을 알 수 있다.

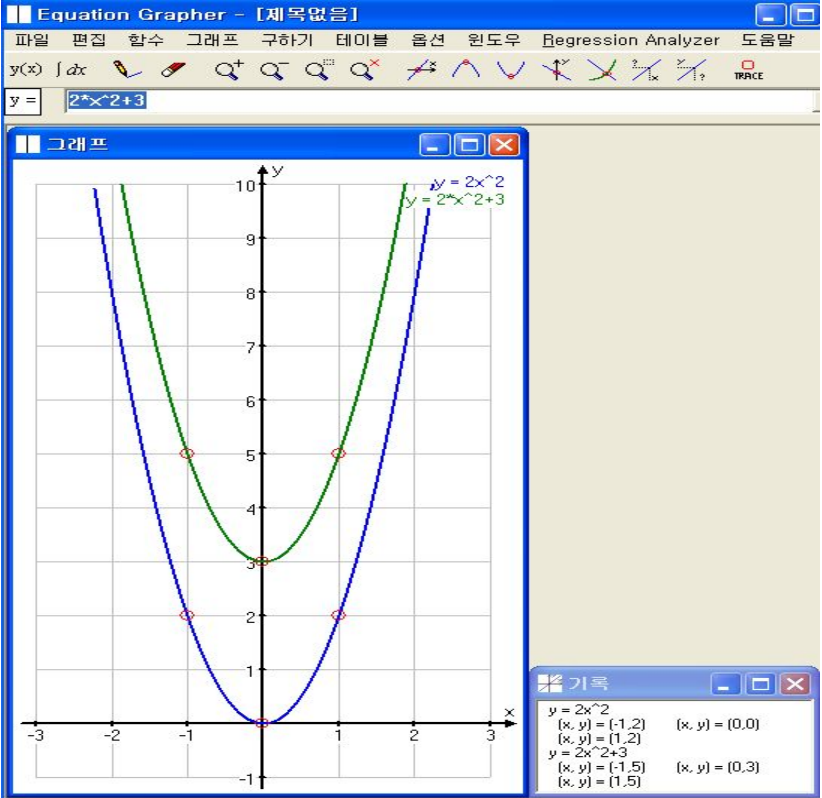
따라서 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프를 그리면 된다.

(3) 이차함수 $y=ax^2$ 에서 a 의 여러 가지 값에 대한 그래프를 같은 좌표 평면에 나타내면 아래와 같다.



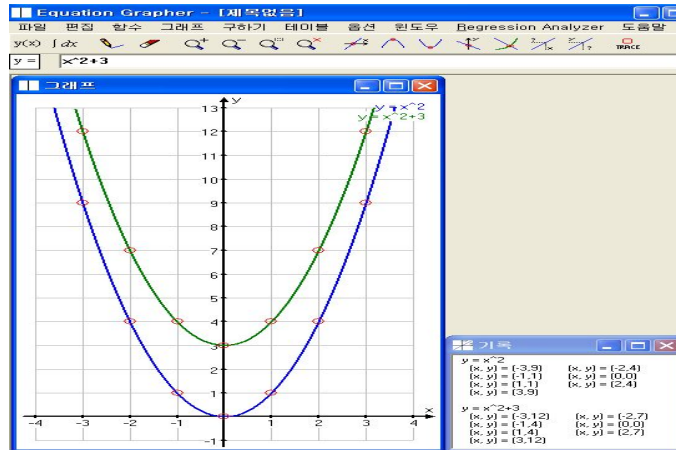
정 리 단 계 2

- 이차함수 $y=ax^2(a \neq 0)$ 의 그래프의 성질을 파악한다.
- * 원점을 꼭짓점으로 하고, y 축을 축으로 하는 포물선이다.
- * $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
- * a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- * $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

수학과 Equation Grapher 학습지 2		분류		3학년 1학기	
대단원	IV. 이차함수	중단원	1. 이차함수와 그 그래프	소단원	3. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프
학습목표	1. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프를 그릴 수 있다. 2. 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그릴 수 있다. 3. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프를 그릴 수 있다.				
탐 구 활 동 1					
<p>(1) 좌표평면위에 $y = 2x^2$의 그래프를 그린 후, 그 그래프의 꼭짓점이 (0, 3)에 위치하도록 y축 양의 방향으로 평행 이동시켜보자.</p> <p>(2) (1)과 같이 평행 이동시켰을 때, 이차함수 $y = 2x^2$의 그래프 위에 세 점 (-1, 2), (0, 0), (1, 2)는 각각 어떤 점으로 이동하였는지 알아보자.</p>					
					

전 개 단 계 1

(1) 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2+3$ 의 그래프를 그려보면 아래와 같다.

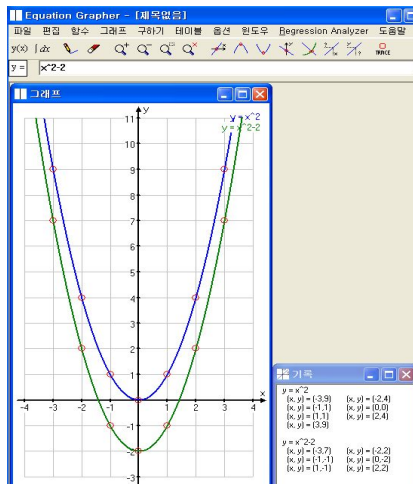


위의 그래프에서 x 의 어떤 값에 대하여도 $y=x^2+3$ 의 값은 $y=x^2$ 의 값보다 항상 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

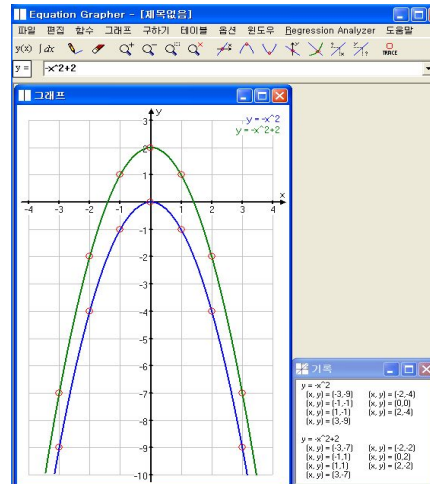
따라서 이차함수 $y=x^2+3$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 3만큼 평행 이동시켜서 그리면 된다.

(2) 이차함수 $y=x^2$ 와 $y=-x^2$ 을 이용하여 주어진 그래프를 그려본다.

① $y=x^2-2$



② $y=-x^2+2$



정 리 단 계 1

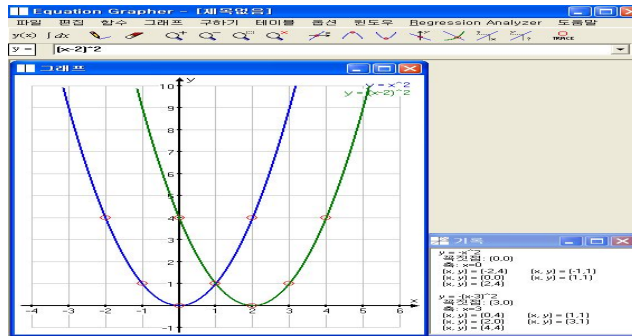
■ 이차함수 $y = ax^2 + q (a \neq 0)$ 의 그래프

* $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 q 만큼 평행 이동시킨 것이다.

* y 축을 축으로 하고, 점 $(0, q)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

전 개 단 계 2

(1) 이차함수 $y = x^2, y = (x-2)^2$ 의 그래프를 그려보면 아래와 같다.

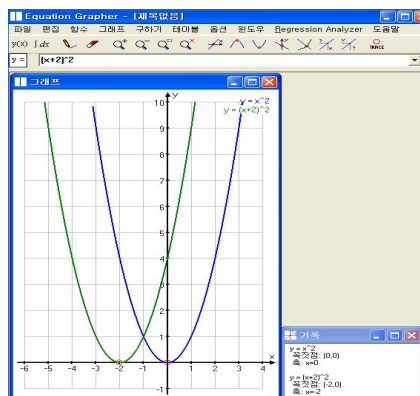


여기서 x 의 값이 $-2, -1, 0, \dots$ 일 때의 $y = x^2$ 의 값과 x 의 값이 $0, 1, 2, \dots$ 일 때의 $y = (x-2)^2$ 의 값은 서로 같다.

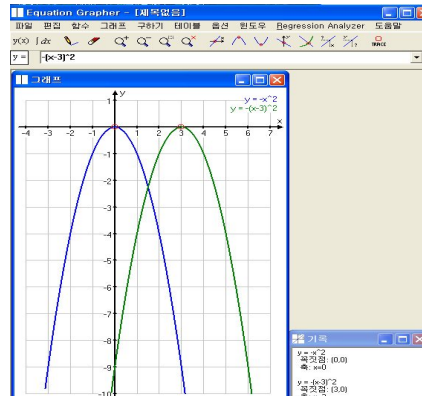
따라서 이차함수 $y = (x-2)^2$ 의 그래프는 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행 이동시켜 그리면 된다.

(2) 이차함수 $y = x^2$ 와 $y = -x^2$ 을 이용하여 주어진 그래프를 그려본다.

① $y = (x+2)^2$



② $y = -(x-3)^2$



정 리 단 계 2

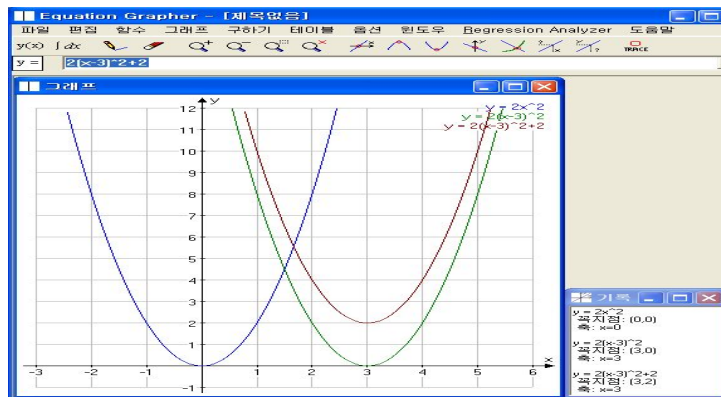
■ 이차함수 $y = a(x-p)^2$ ($a \neq 0$)의 그래프

* $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행 이동시킨 것이다.

* $x = p$ 를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

전 개 단 계 3

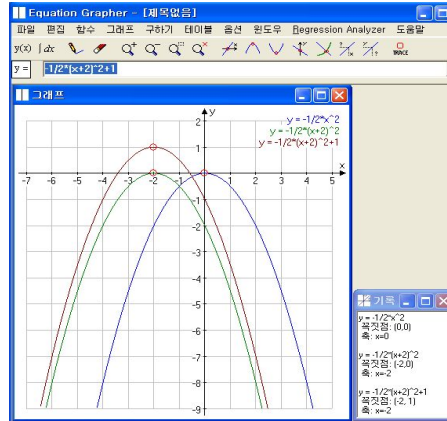
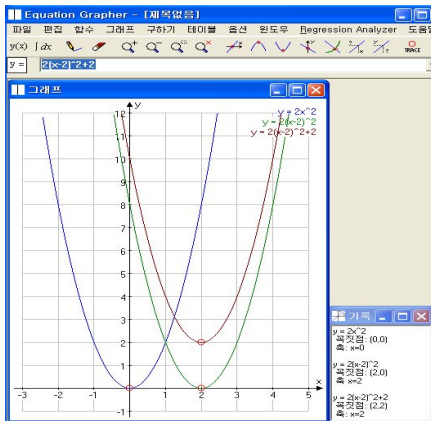
(1) 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행 이동시키고, 이것을 다시 y 축의 방향으로 2만큼 평행 이동시킨 그래프를 그려보자.



(2) 이차함수 $y = 2x^2$ 와 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 을 이용하여 주어진 그래프를 그려본다.

① $y = 2(x-2)^2 + 2$

② $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

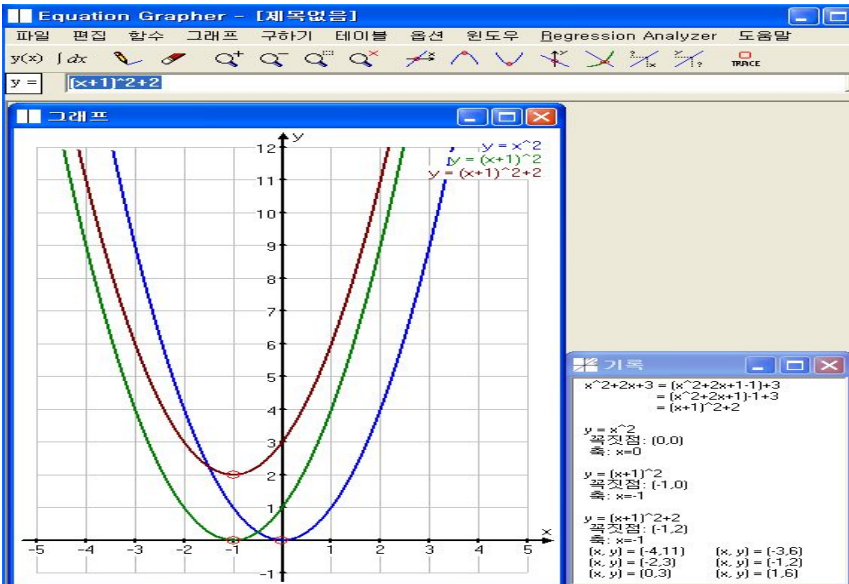


정 리 단 계 3

■ 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ ($a \neq 0$)의 그래프

* $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p , y 축의 방향으로 q 만큼 평행 이동시킨 것이다.

* $x = p$ 를 축으로 하고, 점 (p, q) 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

수학과 Equation Grapher 학습지 3			분류	3학년 1학기																				
대단원	IV. 이차함수	중단원	1. 이차함수와 그 그래프	소단원	4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프																			
학습목표	1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 그릴 수 있다.																							
탐 구 활 동 1																								
<p>(1) 다음 표는 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$에서 정수 x값에 대한 함숫값 y를 나타낸 것이다.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">...</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">...</td> </tr> </table> <p>(2) 위의 표를 이용하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$의 그래프를 그려보자.</p> <p>(3) (2)에서 그린 그래프는 $y = x^2$의 그래프를 어떻게 평행 이동시킨 것인가? $y = x^2$의 그래프를 x축 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행 이동시킨 것이다.</p> <p>(4) (2)에서 그린 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$꼴로 나타내어 보자.</p>					x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...	y	...	11	6	3	2	3	6	11	...
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...															
y	...	11	6	3	2	3	6	11	...															
																								

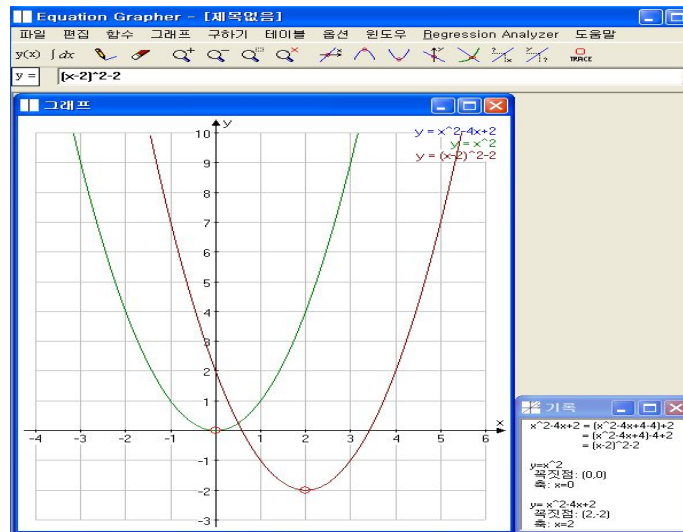
전 개 단 계 1

(1) 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 그려보자.

① x 값에 대한 함숫값 y 를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	7	2	-1	-2	-1	2	7	...

② 위의 표를 이용하여 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 그리면 아래와 같다.



위의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동시킨 그래프와 같다.

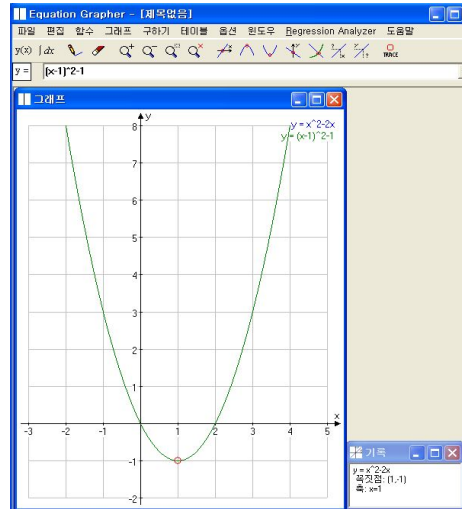
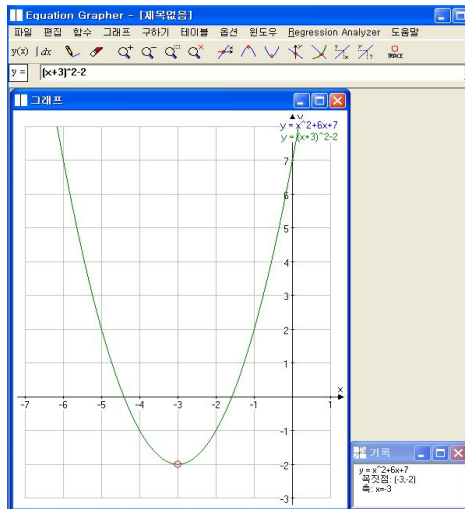
(2) 다양한 예제를 통하여 그래프를 그린다.

① $y = x^2 + 6x + 7$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 7 &= (x^2 + 6x + 9 - 9) + 7 \\ &= (x^2 + 6x + 9) - 9 + 7 \\ &= (x + 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

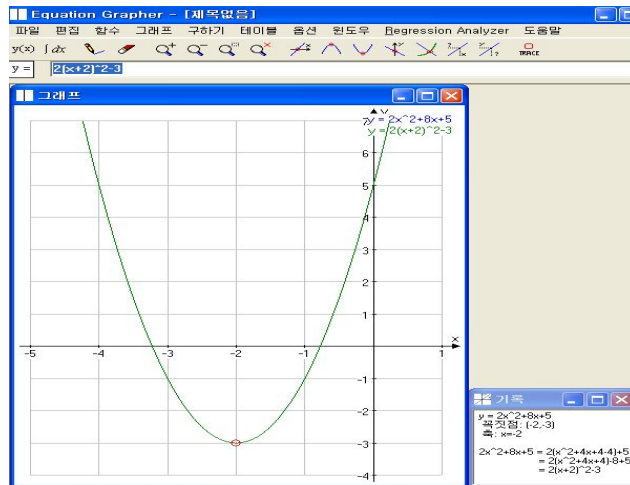
② $y = x^2 - 2x$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= (x^2 - 2x + 1 - 1) \\ &= (x^2 - 2x + 1) - 1 \\ &= (x - 1)^2 - 1 \end{aligned}$$



정 리 단 계 1

■ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)의 그래프



* 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐서 그린 그래프와 같다.

IV. 결 론

본 연구는 중학교의 함수 단원을 중심으로 탐구활동과 예제를 통해 구체적인 교수-학습 자료를 개발해 보았으며, 수업의 전개과정 및 정리단계에서 활용하는 방안에 대해서도 고찰해 보았다. 함수를 중심으로 개발한 이유로는 자연 현상이나 사회 현상을 고찰하고 이해하기 위해서 함수적 사고를 필요로 하는 경우가 많기 때문이며, 수학적 소양으로서의 함수에 관한 학습은 큰 의의를 가진다. 또한 여러 가지 함수에 관한 이해 및 그 학습을 통해서 양성되는 함수적 사고 방법은 여러 학문의 분야에서 중요한 역할을 하고 있다. 수학교과 교육목표는 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하는 능력을 길러 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기르는 것이다. 또한 2000년 NCTM 「학교수학의 원리와 기준」의 수학적 연결성의 세 가지 측면 중 수학 이외의 맥락에서 수학을 인식하고 적용하는 측면과 관련이 있다고 할 수 있다.

특히, 수학프로그램을 활용한 교수-학습은 수학학습 내용을 다양한 측면에서 인식하고 수학에 대한 관심과 흥미를 유발하여 주의를 집중할 수 있다. 이러한 관점에서 쉽고 간편하게 그래프를 그릴 수 있는 Winplot, GrafEq, Equation Grapher를 통해 각각의 이점을 극대화하여 활용하고자 하였다. 이 세 가지 프로그램을 통한 함수에 대한 직관적 이해는 깊이 있는 이해를 위한 발판이 될 것이라 생각한다. 세 가지 프로그램 모두 다양한 기능이 있지만, Winplot은 점들을 좌표평면에 나타낼 수 있는 최대의 이점을 갖고 있기 때문에 중학교 1학년 1학기의 함수 단원에서의 교수-학습 자료를 개발하는 데 활용하였고, GrafEq는 2차원의 그래프를 완벽하게 그릴 수 있으며, 다른 수학프로그램에 비해 사용방법을 익히는 데 걸리는 시간이나 사용시간이 적게 걸리므로 학생들도 쉽게 사용할 수 있다는 이점을 극대화하

여 중학교 2학년 1학기의 함수 단위에서의 교수-학습 자료를 개발하는 데 활용하였다. 또한 Equation Grapher는 교점이나 꼭짓점 등의 좌표를 간단하게 구할 수 있다는 이점이 있어 중학교 3학년 1학기의 함수 단위에서의 교수-학습 자료를 개발하는 데 활용하였다. 무엇보다 칠판에 그래프를 엄밀하게 그리는 것은 한계가 있다. 따라서 함수의 변화에 대한 전체적인 시각에서 특징을 파악하는 방법으로 활용하는 측면도 생각해 볼 수 있다.

많은 학생들이 수학에 대한 어려움을 이야기하고 있다. 이에 교사는 학습 자료의 개발에 더욱 노력하여야 할 것이며 학생의 이해를 돕고 흥미를 유발할 수 있는 다양한 프로그램의 개발 및 활용에 관심을 기울여야 할 것이다.

참고 문헌

- [1] 김남희, 수학디자인 그리고 생활의 발견(GrafEq 프로그램을 이용한), 수학사랑, 2005
- [2] 김양희, 교사들을 위한 수학교육론, 문음사, 2005
- [3] 박선화 외, 수학과 교육과정 개정 시안 수정·보안 연구 (pp.211~226 참조), 한국교육과정 평가원, 2006
- [4] 수학사랑 홈페이지(www.mathlove.co.kr)
- [5] 신재호, GSP를 활용한 함수지도에 관한 연구; A Study on the application of teaching function, 2000
- [6] 에듀넷 홈페이지(www.edunet4u.net)
- [7] 2007년 개정교육과정 중학교 수학 교육과정 해설, 교육과학기술부
- [8] 정복희, GrafEq를 활용한 교수-학습 자료 개발: 중학교 함수를 중심으로, 2008
- [9] 중학교 1·2·3학년 1학기 지도서, (주)두산
- [10] 황혜정 외 5인, 수학교육학신론, 문음사, 2005

ABSTRACT

**A Study of Teaching Method of Function
by Using Math Program(Winplot, GrafEq, Equation Grapher)
in Middle School Mathematics**

An So Ra

Mathematics Education in Major

The Graduate School of Education

Sungshin Women's University

Supervised by Shim, Seong-A Ph.D

The aim of this study is developing teaching materials by using proper tools of technology focusing on teaching in active way differ from one-sided, passive way of teacher-oriented method. Developed teaching aids which can help to achieve this goal are as follows.

1. Materials for teaching the unit of "Graphs of Function" in the first term of the first grade of middle school by using Winplot program.

2. Materials for teaching the unit of "Graphs(1) of Linear Function" in the first term of the second-year grade of middle school by using GrafEq program.

3. Materials for teaching the unit of "Graphs of Quadratic Function" in the first term of the third-year grade of middle school by using Equation Grapher program.

The guidance plan was made in each unit for teaching method of function. Also, the exercise and the subject which are related in real life were presented in this study by using proper tool.

The existing teaching way was one-sided, passive, and teacher-oriented. However, it is expected to help developing students' motivation and interest in the practical teaching by using developed material in this study.