金 周 洪 敎授指導
碩士學位 請求論文

수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 지도방안에 관한 연구

2005

誠信女子大學校 敎育大學院

敎育學科 數學敎育專攻

咸 恩 圭

수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 지도방안에 관한 연구

金 周 洪 敎授指導

이 論文을 碩士學位 論文으로 提出함

2004年 11月

誠信女子大學校 敎育大學院

敎育學科 數學敎育專攻

咸 恩 圭

認 准 書

咸 恩 圭의 碩士學位 論文을 認准함

審査委員 ________________ 印

審査委員 ________________ 印

審査委員 ________________ 印

誠信女子大學校 敎育大學院

논문개요

수학교육의 한 목표로 강조되고 있는 문제해결에 대한 관심은 우리 나라에서는 제 4차 교육과정 개정부터 시작하여 제 7차 교육과정에서는 다음과 같이 나타나고 있다. 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하는 능력을 길러 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. 특히 미국수학교사협의회(NCTM)에서도 첫 번째 규준으로 문제해결로서의 수학을 제시하며 문제해결 교육을 아주 중요시 하고 있다.

본 연구에서는 교육과정의 변화에도 불구하고 수학 교육현장에서의 교사 중심 수업과 획일적인 평균 교육으로 인해, 문제해결을 위한 학습과정이 소홀히 취급되면서, 문제를 인식하고 해결할 수 있는 기회가 학생에게 제공되지 못하여 문제해결력을 신장하기에 큰 어려움이 따름을 지적한다.

따라서 학생들의 문제 해결력을 신장시키기 위한 방법으로 수학적 모델링과 문제를 인식하고 해결할 수 있는 기회를 제공할 수 있는 교수-학습 지도안을 제시하고자 한다.

본 논문은 문제해결에 관한 연구와 수학적 모델링 이론을 살펴보고 문제해결력 신장을 위한 소집단 협동학습 교수법에 관해 살펴보았다. 위의 내용을 바탕으로 실생활 문제를 선정하여 Polya의 문제해결 과정에 따라 수학적 모델링과 소집단 협동학습에 관한 교수-학습지도안을 작성하고 이러한 지도를 통하여 수학적 문제해결력을 신장할 수 있도록 하였다.

목 차

Ⅰ. 서　　론

우리나라 수학 교육과정은 수학교육의 세계적인 조류에 따라 변천되어 왔으며 오늘날 초·중·고등학교 수학 교육과정은 문제해결 능력과 태도의 개발을 수학 교육의 궁극 목표로 제시하고 문제해결 과정과 문제해결 전략의 지도를 구체적으로 요구하고 있다[13].

수학과 교육과정에 나타난 문제해결의 자취를 살펴보면 문제 해결 교육에 대한 강조는 교육과정의 개편이 거듭될수록 지속적으로 실천적 의지가 증가되었음을 알 수 있다.

그러나 문제해결에 대한 관심과 실천에 대한 강조가 본격적으로 시작된 것은 제 4차 교육과정기부터라고 보여 지지만 정상 궤도에 진입한 것은 제 5차 교육과정기부터라고 할 수 있겠다. 문제해결이 수학 학습의 지도과정에서 국소적으로 다루어진 경향이 농후하다. 특히 방정식과 부등식, 연립방정식을 중심으로만 강조되고 있어 특정 내용 단원과 관련이 있는 것으로만 생각되고 있는 것처럼 보인다. 결국 문제해결이 교육과정에서 논하고 있는 전반적인 교수·학습의 경향이나 맥락에서 다루어지지 못하고 있다.

수학적 사고력과 문제해결력을 강조하여 문제해결력을 개발시키기 위한 구체적인 방법을 교수·학습 방법 란에서 제시하고 있는 쪽으로 발전되어 나아가고 있음을 알 수 있다. 지도 및 평가 상의 유의점에서는 문제해결력을 개발시키기 위해서는 다단계와 과정문제를 많이 활용하여 문제해결 과정과 구체적인 문제해결 전략을 지도하도록 점차 구체적으로 바뀌고 있음을 알 수 있다[1].

제 7차 수학과 교육 과정에서는 수학과의 목표를 다음과 같이 말하고 있다. 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하는 능력을 길러 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. 이에 따르는 세부적인 사항은 다음과 같다[3].

가. 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다.
나. 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 초찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다.
다. 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다.

이와 같이 수학 교육 과정에서 문제 해결의 강조는 계속되어 왔으며, 제 7차 수학과 교육과정의 목표에서 수학적 사고 능력을 길러 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하기 위해서는 문제해결의 한 형태로서 실생활과 관련된 많은 문제들을 수학적인 묘사와 그리고 수학적인 해석을 통해 문제의 원래 상황과 관련시켜 실제 상황의 모델을 구성하는 과정이 필요하다고 생각한다.

즉, 수학적 모델링 과정의 1단계에서 실세계의 문제 상황 파악으로 단순화와 형식화를 한다. 2단계에서는 수학적 모델 설정으로 수학화를 하고, 3단계에서는 수학적 결과 또는 모델 내에서 수학적으로 문제를 분석하여 결과를 얻고 마지막 4단계에서는 본 현상의 상황에 비추어 수학적 결과를 재해석함으로써 최종 결론을 얻는다.

이러한 수학적 모델링 과정에 따라 문제를 해결할 수 있는 것이다. 또한, 제 7차 교육과정은 지식정보화시대의 창의적인 인재육성을 위한 ‘자율

과 창의에 바탕을 둔 학생중심 교육과정'을 목표로 하며, 이를 위하여 교육과정에 대한 학교의 자율권과 재량을 확대하고, 수준별 교육과정을 구성하여 학습자의 학습 능력과 요구에 따른 다양한 학습 기회를 제공하는 등 지식정보화시대의 교육적인 필요에 부응하고 있다. 동기 유발을 통한 능동적인 학습 참여를 유도하여 학습자들이 스스로 학습의 목표 및 적절한 학습 전략을 선정하고 학습의 결과를 평가하는 과정에 적극적으로 참여하도록 지원함으로써 자기 주도적인 학습능력 및 창의력, 문제해결력 신장시키기 위해서는 수학과 교수-학습 방법의 하나인 소집단 협동 학습이 중심이 되어야함을 강조하고 있다.

따라서, 본 논문에서는 문제의 정의 및 분류, 문제해결의 정의, 문제해결의 과정의 관한 이론을 알아보고 문제 해결의 한 형태로서 수학적 모델링의 의미와 과정을 살펴봄으로써 실생활 문제 중심으로 소집단 협동학습을 도입하여 문제해결 연구 방안을 교수-학습 지도안을 제시하여 바람직한 학습 지도 방향을 모색해 보고자 한다.

본 논문은 서론에 이어 본론Ⅱ장의 제 1절에서는 문제해결에 관한 이론적 연구를 살펴보고, 제 2절에는 수학적 모델링의 이론적 연구를 살펴보았다. 제 3절에서는 수학적 문제해결력 신장을 위한 소집단 협동학습 교수법에 관해 살펴보고 제 4절에서는 위의 내용을 Poyla의 문제해결 과정을 바탕으로 수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 지도방안을 모색해 보았으며 마지막으로 Ⅲ장에서는 결론을 제시하였다.

Ⅱ. 본　　론

1. 문제해결에 관한 이론적 연구

(1) 문제의 정의 및 분류

수학교육에 있어서 문제해결에 대해 알아보려고 하면 먼저 문제해결의 기본적인 구성요소인 문제에 대해서 알아야 한다. 그런데 학자에 따라 문제의 정의는 서로 다양하다. 그렇기 때문에 문제해결에 높은 관심에도 불구하고 문제해결에 대한 논의는 어려움과 불확실성을 내포하고 있다[6].

Kruik와 Rudnick 에 따르면 문제(Problem)는 '개인이나 소집단에게 해를 요구하는 상황으로 즉각적으로 그 해결의 수단이나 길이 분명하지 않은 상황' 으로 정의 하고 있으며, 질문과 연습문제 그리고 문제를 구별하고 있다. 질문(Question)이란 과거 우리들이 학습한 내용, 곧 학습 경험을 되살려 대답할 수 있는 것으로써 Recall(다시 생각하는 것)과 관계가 깊다.

연습(Exercise)이란 어떤 내용을 학습한 후 거기에서 얻은 지식을 보다 확실히 학생에게 정착시키기 위하여 훈련(Dill)이나 연습(Exercise)과정에서 물음이다. 문제(Problem)란 질문(Question)이나 연습(Exercise)와는 달리 학생이 어떤 수학의 내용을 처음 배우게 될 때, 곧 학습자가 처음으로 어떤 상황에 직면했을 때 그 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 정보의 수집과 해결 방법을 탐구하는 깊은 사고(Thinking)를 동반하여 풀 수

가 있을 때 문제(Problem)이다[10].

Kennedy는 문제를 '개인이 직면한, 즉시적인 해결이 분명하지 않은, 그러나 해결의 가능성이 존재하는 상태'라고 정의 하였다. 정보 처리적 입장에서 Newell은 문제를 '문제를 접하는 개인이 어떤 것을 하기를 원하지만 그가 원하는 것을 얻기에 필요한 일련의 행동 과정을 알지 못하는 상황'이라고 정의 하면서 문제에는 초기상태, 최종 상태, 목표에 도달하기 위한 가능한 모든 해결 수단에 관한 정보 등이 포함된다고 하였다.

또한 Lester에 따르면 '문제는 개인이나 집단이 해결하려고 하는 구체적이고 확실한 해결의 방법을 쉽게 얻을 수 없는 것'으로 정의하고 있다[6].

문제해결을 위한 논의를 위해서는 지도할 문제의 유형을 살펴볼 필요가 있다. 문제의 유형을 Charles와 Lester의 분류와 한국교육개발원 연구보고서에서 살펴보고자 한다.

1) Charles와 Lester의 분류

Charles와 Lester 는 문제의 종류를 훈련문제 (Drill Problem), 간단한 적용문제(Simple translation problem), 복잡한 적용 문제(Complex translation problem), 과정문제(Process problem), 응용문제(Applied problem), 퍼즐 문제(Puzzle problem)로 분류하였으며 그 내용을 좀더 자세히 기술하면 다음과 같다[22].

훈련문제는 반복 연습 기회를 주는 문제로 주로 아동의 계산력을 신장시키는 데 도움이 되는 문제이고, 간단한 적용문제는 문제의 장면을 수학적인 표현으로 나타내는 경험을 하게 하고, 수학적인 지식의 이해의 강

화와 계산력을 활용하는데 도움이 되는 문제이고 그리고 복잡한 적용문제는 계산과정 또는 사고과정을 2회 이상을 적용하여 푸는 문제로 복잡한 수리적 사고력을 신장시키는데 도움이 되는 문제이다.

과정문제는 순서적인 사고 과정이 중시된 문제로서 단계적인 사고를 하는데 도움이 되는 문제이며 응용문제는 일상생활의 문제 장면 해결에서 수학적인 지식과 사고력의 가치와 유용성을 느낄 수 있는, 즉 수학적인 지식과 사고력을 활용할 기회를 주는 문제이고 마지막으로 퍼즐문제는 사고의 유연성이 중시되는 오락적인 문제로 수학적 소양을 기르는 문제이다.

2) 한국 교육개발원 연구 보고서에서의 분류

한국 교육개발원에서는 문제를 정형문제(Routine problem), 비정형문제(Nonroutine problem), 실생활문제의 세 종류로 분류하였고 그 특징은 다음과 같다[11].

정형문제는 이미 제시된 일반적인 알고리즘을 회상하여서 해결할 수 있는, 즉 이미 알려진 전형적인 보기문제의 해법에 따라 해결할 수 있는 연습문제 등 소위 교과서적인 문제이고 비정형문제는 문제를 해결하는 분명한 절차, 알고리즘이 즉각적으로 나타나지 않는 문제로서, 이 문제를 해결하기 위해서는 문제 해결 과정이 중시되며 다양한 문제해결 전략 및 독창적인 해결 방법의 사용이 요구 된다. 이때 두개 이상의 해법을 요구하는 경우가 많다. 실생활문제는 취급하는 소재가 학생의 실생활에서 얻어지는 것으로 그 해결방안은 정형적, 비정형적 방안을 모두 포함한다.

실생활문제는 학생들로 하여금 수학적 지식과 문제해결 전략을 실생활 주변에서 부딪히는 여러 가지 문제들을 해결하는 가운데 학습하게 함으로

써 수학의 적용 가능성을 보증하고 아울러 학생들에게 수학학습의 의의를 깨닫게 하고 수학학습의 흥미를 유발시키는데 적절한 문제이다.

(2) 문제해결의 정의

문제해결이란 과정을 의미한다. 개인은 어떤 문제에 접근하기 위해서 과거에 배운 지식, 기능, 이해 및 태도 등을 동원하여 문제해결을 하려한다. 즉, 과거에 배운 지식을 이용하여 문제를 해결하기 때문에 문제해결에서는 어떤 정보를 이용하는 기능(Skills)을 중요한 변인으로 여긴다[8].

NCTM은 ‘수학 문제해결이란 그들 주변의 세계에서 수학의 유용성과 힘을 경험하는 과정이다’고 말하면서 Polya가 말한 ‘문제를 해결하는 것은 답이 즉시 알려지지 않은 경우 적절한 수단을 통해 답을 찾는 것이며, 어려움으로부터 길을 찾는 것이며, 장애를 돌파하는 것이다’라고 말을 인용하고 있다.

다시 말해, 수학 문제해결이란 당면한 현재의 여러 가지 문제 상태에서 도달하고자 하는 목표로 가는 데 가로 놓여진 장애를 극복하기 위해 수학적인 인지, 태도, 의지적 능력을 모두 동원한 총체적인 조작 활동이라 할 수 있다.

최근에는 문제해결을 ‘주어진 문제를 해결하는 일련의 과정’만으로는 학생들의 해결의욕의 고취나 주체적 창의성의 계발이라는 점에서 미흡하다는 견해와 함께 주어진 문제를 수동적, 종국적인 아닌 능동적, 발전적으로 취급하게 함으로써 학생 스스로 문제를 만들어 보는 활동 즉, 문제 만들기 활동 또는 문제 설정 활동 등을 포함시켜 폭넓게 해석하고자 하는 경향이 보편화되고 있다[24].

(3) 문제해결의 과정

가. Polya의 문제해결 과정

수학 교육은 수학의 성격과 그 교육적 가치를 어떻게 파악하느냐에 따라 크게 좌우되며, 무엇을 가르치느냐 하는 것과 마찬가지로 어떻게 가르치느냐 하는 것에 크게 좌우된다. 수학교육은 수학적 지식에 내포된 수학적 사고의 교육이며 수학적 사고는 '수학을 하는 정신적 활동'을 말한다.

Polya의 문제해결 과정은 수학적 정리를 증명하기에 앞서 먼저 추측을 해야 한다. 세세한 부분을 수행하기 전에 증명에 대한 아이디어를 추측해야 한다. 관찰한 것을 결합시키고 유추를 해야 한다. 몇 번이고 시도해 보아야 한다. 수학자의 창조적인 연구 결과는 연역적 추론 곧 증명이다. 그러나 그 증명은 개연적 추론, 추측에 의해 발견된다.

이러한 입장에서 Polya는 실험적이고 귀납적인 수학적 발견의 논리의 교육적 가치를 중시한다. 수학 교육의 목표는 수학적으로 사고하는 것을 가르치는 것이며 수학적으로 사고한다는 것은 수학적인 발견을 하는 것이고 그것은 답을 구하는 문제이건 증명하는 문제이건 문제를 해결하는 것이므로 문제 해결 방법의 교육을 강조하지 않을 수 없게 되는 것이다[13]. Polya의 문제해결 과정은 문제에 대한 이해, 계획의 작성, 실행, 반성의 네 단계로 나누어진 질문과 권고 형태의 대화체로 이루어져 있는데 정리해 보면 다음과 같다[12].

① 문제에 대한 이해

- 미지인 것은 무엇인가? 자료는 무엇인가? 조건은 무엇인가?
- 조건은 만족될 수 있는가? 조건은 미지인 것을 결정하기에 충분한가, 또는 불충분한가, 또는 과다한가, 또는 모순되는가?
- 그림을 그려 보아라. 적절한 기호를 붙여라.
- 조건을 여러 부분으로 분해하라. 그것을 써서 나타낼 수 있는가?

② 계획의 작성

- 전에 그 문제를 본 일이 있는가? 그렇지 않으면 약간 다른 형태로 된 같은 문제를 본 일이 있는가?
- 관련된 문제를 알고 있는가? 유용하게 쓰일 수 있을 듯한 어떤 정리를 알고 있는가?
- 미지인 것을 살펴보아라! 친숙한 문제 중 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라.
- 문제를 달리 진술 할 수 있는가?
- 만일 제기된 문제를 풀 수 없다면, 먼저 어느 정도 그와 관련된 문제를 풀어 보아라.
- 자료는 모두 사용했는가? 조건을 모두 사용했는가? 문제에 포함된 핵심적인 개념을 모두 고려했는가?

③ 계획의 실행

- 풀이 계획을 실행하고 매 단계를 점검하라.
- 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가? 그것이 옳다는 것을 증명할 수 있는가?

④ 반성의 단계

- 결과를 점검할 수 있는가? 논증과정을 점검할 수 있는가?
- 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? 그것을 한눈에 알 수 있는가?
- 결과나 방법을 어떤 다른 문제에 활용할 수 있는가?

나. Dewey의 문제해결 과정

Dewey는 문제해결에서 예상되는 해결책의 암시, 문제 상황에 대한 지적인 인식, 암시의 가설화, 추리를 통한 가설의 정교화, 실제적인 행동에 의한 가설의 검증이라는 단계를 거치는 소위 '반성적 사고'의 교육적 중요성을 강조하였다. Dewey의 문제해결 과정이 교육철학적 입장에서 문제 교수법이라면 Polya의 문제해결 과정은 사고심리학에서의 문제해결 방법이라고 하겠다[1]. Dewey의 문제해결 과정을 정리하면 다음과 같다[18].

① 암시 단계

문제해결에서 예상되는 해결책을 암시하는 단계로 어려움을 막연히 자각하며, 불안이나 혼란을 느끼는 단계이다.

② 지적인 인식 단계

지성적인 정리 단계로 관찰에 의하여 어려움이 분명해지는 단계이다.

③ 가설화 단계

암시의 가설화 단계로 명확히 된 문제를 해결하기 위해 가능하다고 생각 되는 몇 개의 가설과 그에 따르는 해결 방침을 세우는 단계이다.

④ 정교화 단계

추리작용을 통한 가설을 정교화 하는 단계로 가설의 타당성 여부를 추

리에 의해서 검토하는 단계이다.

⑤ 검증 단계

가설을 검증하는 단계로 추리 작용 단계에서 타당성이 인정된 가설을 행동으로 검증해 보는 단계이다.

다. Schoenfeld의 문제해결 과정

Schoenfeld는 Polya의 문제해결의 단계를 다른 명칭으로 바꾸면서 각 단계에서 필요한 학생들의 발견 전략과 교사의 발문을 제시했다. Schoenfeld의 문제해결 과정을 분석-탐구-실행-검증의 4단계로 구분하고 다음과 같이 설명하였다[11].

① 분석 단계 : 가급적 그림을 그려라. 특수한 경우을 조사하라. 문제를 간단히 하여라.

② 탐구 단계 : 본질적으로 동등한 문제를 생각하여라. 조금 수정한 문제를 생각하여라. 크게 수정한 문제를 생각하여라.

③ 실행 단계 : 분석한 탐구 과정을 바탕으로 하여 문제를 푼다.

④ 검증 단계 : 적절한 데이터는 모두 사용하고 있는가? 납득할 수 있는 예측과 예상이 일치하는가? 다른 방법으로 풀리는가? 특별한 경우에도 입증되는가?

라. 한국 교육 개발원 문제해결 과정

한국 교육 개발원에서 연구된 문제해결 과정은 Polya의 문제해결 과정을 바탕으로 실제의 학급 환경에서의 문제해결력 신장의 방안으로 고안된

것으로, 문제해결 과정을 뚜렷이 구별하고 교실에서 문제해결 과정을 쉽게 익히게 하기 위하여, 문제 해결의 과정을 다음과 같이 다섯 단계로 구분하였다[5].

① 문제의식

문제를 해결하고자 하는 학생 개개인의 의지를 갖게 하는 단계이다.

② 문제이해

학습자들이 문제의 주요한 부분을 주의 깊게 반복적으로 다양한 측면서 생각하고, 그림이나, 기호를 도입하도록 하거나 주요한 요소를 찾아내고, 각각의 단계와의 관계 또는 전체의 관계를 생각하는 단계이다.

③ 계획수립

문제가 이해되면 미지의 것을 구하기 위하여 어떠한 계산을 어떻게 할 것인가를 계획하는 단계이다.

④ 계획실행

성공적인 계획이 수립되면 인내를 가지고 실행하도록 하는 단계이다.

⑤ 반 성

풀이 과정을 되돌아보고 그 결과 및 과정을 다시 생각해 보고 재검토하는 단계이다.

지금까지 살펴본 Polya, Dewey, Schoenfeld, 한국 교육 개발원 문제해결 과정이론들을 종합하면 연역적인 방법보다 귀납적적인 수학적 발견을 중요시하며 반성적 사고를 강조하고 공통되는 단계가 많이 있다고 할 수 있다.

2. 수학적 모델링의 이론적 연구

(1) 수학적 모델의 정의

정은실[19]은 수학적 모델을 다음과 같이 정의하고 있다. 수학적 모델이 설정되는 과정은 현실 상황을 현실 모델로 바꾸고 이를 다시 수학적 모델로 바꾸는 단계를 거친다. 현실 상황이 너무 복잡하여 직접 수학적으로 다루기 힘들기 때문에 먼저 현실 문제를 확인하고 그것을 단순화하여 합리적으로 정확하고 간결하게 기술한 것이 현실 모델이다. 현실 모델이 만들어진 후 그 모델의 단어와 개념은 수학적 기호와 표현으로 대치되는데, 그 결과로 만들어진 구조가 수학적 모델이다.

Meyer[21]는 ‘모델은 다른 어떤 것을 나타내는데 사용되는 대상이나 개념이다. 모델은 축소되어 우리가 이해할 수 있는 형식으로 전환된 현실이다’라고 정의하고 수학적 모델이란 상수, 변수, 함수, 방정식과 같은 수학적 개념이 그 부분을 이루고 있는 모델이다. 이것은 모델이 나타내고자 하는 대상이나 상황과는 근본적으로 다를 수 있고, 대상이나 상황이 표현하는 것보다 좀 더 단순하게 될 수도 있음을 뜻한다. 좋은 모델은 표현하고 있는 대상의 성질과 특징들을 많이 갖고 있을 때이다.

Swetz[2]는 수학적 모델을 다음과 같이 정의하고 있다. 이론적인 모델은 관찰자의 마음속에 있는 어떤 현상을 정확하게 묘사하는 원리나 규칙들의 모임이다. 이 원리나 규칙들이 수학적인 것 일때 수학적 모델이라고 정의한다. 그러므로 수학적 모델은 관심 있는 현상의 특징을 잘 나타내는 수학적 구조이다.

Niss[21]는 수학적 모델을 현실의 문제 상황 S, 수학적 대상, 관계,구조들의 모임 M, 그리고 S 에서 M 으로 대응 f 로 이루어진 순서쌍(S,M, f)로 정의한다. 즉 고려하고 있는 분야에 속하는 어떤 대상, 그 대상, 사이의 관계, 구조가 선택되고 그것이 수학적 대상(집합, 도형, 함수 등), 관계, 구조로 바뀌었을 때 바뀐 대상이 수학적 모델이라는 것이다. 수학적 모델이 설정되는 과정은 현실 상황을 현실 모델로 바꾸고, 이를 다시 수학적 모델로 바꾸는 과정을 걸친다. 현실 상황이 너무 복잡하여 직접 수학적으로 다루기 힘들기 때문에 먼저 현실 문제를 확인하고 그것을 단순화하여 합리적으로 정확하고 간결하게 기술한 것이 현실 모델이다. 현실 모델이 만들어진 후 그 모델의 단어와 개념은 수학적 기호와 표현으로 대치되는데 그 결과로 만들어진 구조가 수학적 모델이다.

Deakin[25]는 본질적으로 모든 이해는 모르는 것을 알고 있는 것과 관련지음으로써 진행된다. 예를 들면, 결코 전에 트럭을 본 적이 없었던 뉴기니아 사람들은 '트럭을 매우 크지만, 미친 돼지와 비슷하다'라고 관련지어 이해한다고 한다. 우리도 또한 새로운 상황을 옛날의 상황과 관련지어 친숙하고 이해 가능한 범위로 확대하는 그와 비슷한 것을 행한다. 즉 우리는 U 를 모르는 것, K 를 알고 있는 것이라고 하면, U 를 이해하기 위해 'U 는 K 와 비슷하다'와 같은 진술로 시작한다 .

이와 같이 수학적 모델링의 경우에는 알고 있는 것은 추상적인 체계로 알려진 수학적 이론들(정리, 알고리즘 등등)이다. 우리는 어떤 현실상황을 P 라고 할 때 그것을 수학적 이론의 어떤 부분집합에 비유함으로써 접근한다. 이 부분집합을 P 의 수학적인 이해나 분석은 다음과 같은 진술로 시작한다. 'P 는 M 과 비슷하다'라고 정의하였다.

(2) 수학적 모델링의 의미

수학 교육은 학생들이 현재 그리고 멀지 않은 미래의 일상생활 문제를 좀 더 잘 묘사하고 이해하고 숙달하는데 기여해야 한다. 게다가 특별한 문제를 다루거나 특정한 수학적 논제를 다루는 것보다 좀 더 중요하게 다룰 것은 학생들이 실세계와 수학 사이를 연관시켜 사고하고 해석하게 하는 것을 예를 통하여 배우게 하는 것이다. 그리고 의미 있는 상황을 수학화하는 것을 배우고, 실제 문제를 다루는 일반적인 전략을 배우는 것은 중요하다. 이 일반적인 전략이 바로 수학적 모델링이다[2].

권기석[4]은 수학적 모델링이란 실 상황의 모델을 구성하여 실 상황 문제를 해결하는 전체 과정이라고 정의하였다. 그것은 단지 존재하는 현상 전체의 단순화된 상을 찾는 것보다는 항상 일부분의 조작 가능한 상을 찾는 것이다. 이 때, 문제 해결자의 지식, 의도, 그리고 흥미에 근거하여 현상의 단편을 구조화하여 창조하게 되고, 문제 풀이 과정을 외연적으로 구조화하게 된다. 문제 상황에서 유용한 요소를 추출하여 수학적 언어로 번역, 조작하여 해를 얻고 그것을 원래의 상황에 알맞게 해석하는 과정으로 문제 해결 과정을 구조화한다. 이러한 수학적 모델링은 결코 새로운 분야가 아닌데도 여러 가지 현실적인 문제 때문에 적절한 교육적 조명을 받지 못하고 있는 실정이다.

수학적 모델링은 수학이 응용되는 수학적 내용이 아니고, 학생들의 수준에 적합한 재미있는 응용 상황을 찾는데 있으므로, 문제 해결의 한 형태로도 볼 수 있다. 그러므로 학생들이 교실에서 행하는 계산 연습들도 문제 해결의 한 형태이다. 즉 문제가 주어지면 올바른 답을 찾아야 하기 때문이다. 그러나 많은 교사들은 문제 해결이란 학생들이 문제가 요구하

는 것을 해석하고 풀이 방법을 선택하여 주어진 문제에 대한 해결책을 얻는 것으로 생각한다.

수학적 모델링이란 이러한 모든 문제 해결 상황의 특징들을 공유하기는 하나 본질적인 문제 해결과는 명백히 다르다. 때때로 수학적 모델링에서는 겉으로는 주어진 상황이 비수학적인 현상도 대상이 될 수 있다.

이를테면 선거 결과를 예측하는 정치 영역, 기름값의 장기 변동 특징을 알아내는 경제 영역, 숲의 미래의 성장 패턴을 예측하는 생태학의 영역이 수학적 모델링의 대상이 될 수도 있다. 수학적 모델링은 많은 기술들을 이용하는 체계적인 과정이며 해석과 분석과 통합의 보다 높은 인지적 활동을 요구한다[23].

수학적 모델링은 수학적 모델을 구성하여 상황을 해결하는 활동적 과정을 말한다. 따라서 수학적 모델링이란 수학적 모델 그 자체는 아니다. 그런데 같은 모델이라 할지라도 그것을 구성하는 사람에 따라 다른 경험을 갖게 된다는 것이다. 즉 수동적인 경험과 능동적인 경험 사이에는 큰 차이가 있다는 것이다. 수동적 경험 형태에서는 학생들은 모델의 해를 얻는 것을 강조하면서 수학적 기법을 모델에 적용하고자 하며 능동적 경험 형태에서는 스스로 동기를 유발하고 적극적인 탐색활동을 하게 된다. 한편, 수동적 활동에서는 이미 선행된 모델이 적용되므로 수학 교수에서 제외할 수 없는 활동이다. 그러므로 이 활동은 모델 형성의 통찰을 제공하지 않기 때문에 완전한 수학적 모델링 활동으로 간주 될 수 없다.

특히, 수학적 기법이 직접 적용될 수 있는 모델에 직면하는 상황은 거의 만나지 못한다. 대신 각 개인은 해가 필요한 문제에 직면하는 것 같다. 문제는 상황이 수학적으로 쉽게 표현되지 않는다는 것이고 때때로 수학이 도움이 될 것이라는 사실을 깨닫지조차 못한다. 모델링 활동에서 실제로 해야 할 일은 관련된 문제를 찾고, 처음에는 혼란스러워 보이는 상황으로

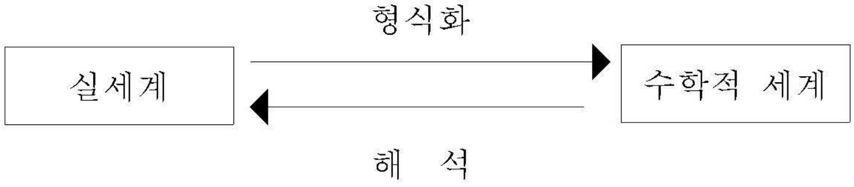
부터 답을 구하는 것이다. 이것은 어느 정도 개발될 수 있는 능력이다.

따라서 수학 교육자들은 이에 관심을 가져야만 한다. 그런 기술의 개발은 수학적 모델링 과정의 주된 목표중 하나이다. 학생들은 수동적인 역할만을 하는 것에서 그쳐서는 안 되며, 스스로 모델을 계획하고 개발하는 좀 더 활동적인 역할에 참여하는 것이 바람직할 것이다[2].

(3) 수학적 모델링 과정

주어진 문제 상황에 따라 수학적 모델링의 과정은 학자들에 따라 여러 가지의 과정으로 제시 되었다. 우선, 가장 간단한 모델링 과정으로 D. N. Burghes의 수학적 모델링의 과정을 살펴보자.

D. N. Burghes의 수학적 모델링 과정은 일상 언어로 제시된 비수학적인 현실 세계의 문제에서 적절히 표현할 수 있는 중요한 인자를 선택하고 문제의 특징을 나타내는 변수 사이의 관계를 설정함으로써 현실 세계에서의 문제를 수학적 형태로 바꾸는 것이다. 수학적 세계에서는 수학적 방법과 기법을 이용하여 수학적 문제를 풀고 주어진 문제의 해를 풀기 위해 현실 세계의 해로 번역한다. 이러한 수학적 모델링 과정을 < 그림 1 >로 나타내면 다음과 같다[2].



< 그림 1 > Burghes의 수학적 모델링 과정(1986)

위의 과정은 모델링 과정을 충분히 나타내 주지 못하지만 간단하게 모델링 과정을 제시하고 있다. J. S. Berry는 D. N. Burghes의 수학적 모델링 과정을 보안하여 모델링이 반복적 과정이라는 것을 좀 더 분명하게 보여 주고 있다. 확인 단계에서 모델에 기초한 예언과 실제에 기초한 예언 사이의 차이점이 종종 찾아지기도 한다. 이때 모델은 실제에 더 가깝게 재 고안된다.

Blum[4]의 모델링 과정 견해에 따르면 다음과 같다.

① 문제의 이상화 단계 : 현실 문제에서 유용한 요소를 추출하여 문제를 단순화하여 문제 해결의 관점에서 정확하고 간결한 형태로 표현된다. 이러한 과정의 결과인 문제의 단순화를 현실적 모델(real model)이라고 한다. 이것은 아직 일상적 용어로 되어 있다.

② 번역의 단계 : 형성된 현실적 모델에서 일상용어와 개념을 수학적 기호와 표현으로 바꾼다. 결과로 산출되는 구조를 수학적 개념(mathematical model)이라고 부른다. 수학적 모델은 수학적 대상 (집합, 수, 모형, 함수 등)과 이들 대상을 연관짓는 표현(방정식, 그래프, 변환, 도표 등)을 다룬다.

③ 수학적 추론 : 형성된 수학적 모델에 수학적 방법과 기술 (추론, 분석, 풀이, 평가)을 사용하여 모델에 근거한 결론을 유추한다.

④ 해석 : 앞서 유추된 결론을 원래의 문제와 연관시킨다. 이 과정에서 유추된 결론의 의미를 고려하여 만일 적합지 않으면 모델 자체에 오류가 있는 것이므로 앞서의 단계를 다시 되풀이해야 하고 결론을 문제 상황에 적절한 형태로 해석해야 한다.

Lancaster[4]는 모델링 과정의 한 형태인 응용 수학의 일반적인 절차에 대하여 언급하고 있는데 다음과 같다.

1 단계 : 실세계의 현상에 초점을 두고 관심을 기울여야 하며 어떤 변인에 대한 요소와 패턴은 설명되어지고 예측 가능해야 한다.

2 단계 : 모델구성은 2단계로 나뉜다. 첫단계는 이상화 되어져야 한다. 두번째 단계는 변하지 않는 조건이 충분하게 부과되어져야 한다.

3 단계 : 수학적 추론은 관련된 모델의 적절한 결론을 얻기 위해 응용되어 진다.

4 단계 : 관련된 모델에 대한 결론은 실세계의 상황으로 재해석되어야 한다.

5 단계 : 결과는 실세계에서 관찰된 것과 비교되어져야 한다.

Klamkin[4]은 위의 과정에서 1 단계를 재인식, 2 단계를 형식화, 3 단계를 해 구하기와 계산, 4, 5 단계를 설명이라고 기술하고 있다.

D′inverno Mclone[21]의 모델링 과정을 6 단계로 나누고 있다.

1 단계 : 본질적인 것과 비본질적인 것을 인식하고 선택한다.

2 단계 : 이상화된 모델을 구성한다.

3 단계 : 설정된 모델에 기초하여 수학적 추론을 한다.

4 단계 : 초기 문제의 용어로 결과를 해석한다.

5 단계 : 만약 가능하다면, 결과를 실제로 관찰된 사실과 비교한다.

6 단계 : 만약 필요하다면, 모델을 수정하여 다시 전 과정을 반복한다.

그는 중요한 점은 가장 간단한 모델을 구성하는 것이라는 점이다. 만약 이 모델이 부적절하다면, 하나 이상의 가정을 바꾸거나 제외함으로써 좀 더 정교한 모델을 만드는 것이 가능하다고 지적한다.

NCTM[24]은 모델링 과정을 다음의 4가지 주된 단계로 구성된다.

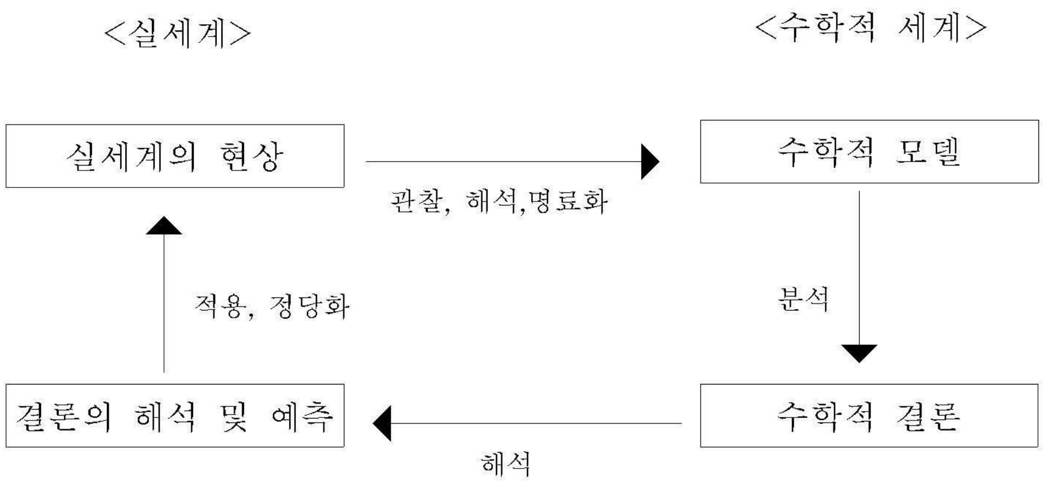
1 단계 : 현상을 관찰하고, 현상의 고유한 특성을 문제 상황으로 기술하고 문제에 영향을 주는 중요한 요소(변수, 매개변수)를 찾는다.

2 단계 : 현상에 대한 모델을 얻기 위해 요소들 사이의 관계를 추출하고 그 관계들을 수학적으로 해석한다.

3 단계 : 그 모델에 적당한 수학적인 분석을 한다.

4 단계 : 결과를 얻고 그 결과로 현상을 재해석하고 결론을 끌어낸다.

위의 수학적 모델링 과정을 도식화하면 다음 < 그림 2 >와 같다.



< 그림 2 > NCTM의 모델링 단계도(1991)

김수미[2]는 이상의 견해에서 공통점을 추출하여 다음과 같이 정리하였다.

1. 문제 이해의 단계

실제의 문제로부터 실제의 상황을 이해하고 그 상황에 포함된 중요한 요소를 추출한다.

2. 문제의 이상화 단계

실제의 문제를 이해하고 추출된 요소들 사이의 관계를 파악하며 문제를 단순화하여 그 상황을 정확하고 간결한 형태를 변환한다. 이와 같은 과정을 통하여 실제적 문제에 대한 실제적 모델을 형성한다.

3. 수학적 모델 형성 단계

실제 모델을 수학적 모델로 바꾸는 단계이다. 이 단계는 수학적 형식화 즉, 수학화라 불린다. 형성된 실제 모델에서 일상용어와 개념을 수학적 기호와 표현으로 바꾼다. 즉, 수학화단계는 실제모델 (Pre-mathematical Model)에서 가장 중요한 것으로 생각되는 요소들과 관계들을 수학적 대상과 그 사이의 관계로 바꾸어 놓는 단계이다. 비수학적 상황에서의 일상적인 질문들이 수학적 질문들로 바뀌게 된다. 수학화는 실제 모델을 수학적 모델로 전환하는 단계이며, 수학적 모델은 보통 방정식이나 부등식으로 표현된다.

4. 수학적 추론 단계

수학적 방법을 이용하여 수학적 결과와 결론을 도출한다. 즉 형성된 수학적 모델에 수학적 방법과 기술(추론, 분석, 풀이, 평가 등)을 사용하여 모델로 근거한 결론을 유추한다. 실제로는 종종 문제가 정확하게 해결될 수 없는 경우가 생긴다. 그래서 좀 더 많은 가정이나 근사가 요구된다.

5. 재해석의 단계

앞 단계에서 추론된 결과를 원래 문제 상황과 연관시켜서 그 상황의 결과와 결론으로 해석한다. 수학화 단계에서 실제 상황을 수학적 상황으로 바꾸는 은유적 사고 과정을 거치는데 수학적 해의 재해석 단계에서는 그것의 역사고 작용이 발생한다. 일상적이고 기계적 연습 문제가 학생들에게 모델을 인식하게 돕지 않는다는 것을 알 수 있다.

6. 실제와의 비교

앞 단계에서 만약, 수학적 결론이 상황에 적합하지 않다면 모델 자체를 수정한다. 즉 1 단계부터 5 단계를 다시 되풀이 해야 한다. 반드시 순서에 따라 할 필요는 없다. 가능하면 다른 모델과도 비교하고 이미 확립되어 있는 이론과 연결지어 봄으로써 모델을 평가한다.

위에서 살펴본 바와 같이 수학적 모델링은 과정이고 과정으로서 가르쳐야 한다. 그러므로 교사들은 수학적 모델링의 전 과정들을 이해해야 하며 그것을 효과적으로 문제 해결에 적용하여 학생들이 스스로 모델을 계획하고 개발하는 등 좀 더 활동적인 역할에 참여할 수 있도록 수업을 이끌어 가야 한다. 따라서 학생의 학습 수준에 맞추어 그에 적합한 수학적 모델을 갖춘 수학적 모델링 문제를 연구 개발해야 한다[21].

3. 수학적 문제해결력 신장을 위한 소집단 협동 학습 교수법

(1) 소집단 협동학습의 의미와 특성

협동학습은 기본 요소에 따라 다양한 개념을 가진다. Slavin(1987)에 의하면, 협동학습이란 학습능력에 각기 다른 학생들이 동일한 학습 목표를 향하여 소집단 내에서 함께 활동하는 수업방법이다.

여기서 ‘전체는 개인을 위하여 (all-for-one), 개인은 전체를 위하(one-for-all)’ 라는 태도를 갖게 되고, 집단 구성원들의 성공적 학습을 위하

여 서로 격려하고 도움을 줌으로써 학습 부진을 개선할 수 있다. 그리고 Cohen(1994)은 협동학습을 모든 학습자가 명확하게 할당된 공동 과제(collective task)에 참여할 수 있는 소집단에서 함께 학습하는 것으로 정의하였다. 따라서 협동학습은 소집단의 구성원들이 공동으로 노력하여 주어진 학습 과제나 학습 목표에 도달하는 수업방법이라고 정의하였다[7].

이동원[17]는 협동학습은 학습 집단에게 공동의 목표를 설정하고, 그 목표를 실현시키기 위해 성, 능력, 인종 등에서 이질적인 요소를 지닌 학생들이 소집단을 구성하여 각자의 역할과 책임을 가지고 상호작용을 통하여 유익한 결과를 도출하기 위해 공동으로 노력하며 집단내의 다른 구성원을 경쟁의 대상이 아닌 협력의 대상으로 인식하고 협동적으로 공동의 목표를 실현시키기 위한 학습 방법을 말한다.

협동학습은 모둠 구성원 간의 긍정적 상호작용을 최대화해서 인지적 발달을 도모하는 것을 특징으로 하고 있다. 협동학습 모형들은 각기 독특한 구조를 가지고 있기는 하지만 다음과 같은 공통적인 특성들 가지고 있다.

첫째, 수업 목표가 구체적이고 각 학습자는 목표 인식도가 높다. 둘째, 학습자 간에는 긍정적 상호의존성(positive interdependence)이 있다. 셋째, 대면적 상호작용(face-to-face interaction)이 있다. 넷째, 개별적 책무성(individual accountability)이 있다. 다섯째, 모둠 목표가 있다. 여섯째, 이질적인 모둠 구성을 특징으로 한다. 일곱째, 모듬 과정(group process)을 매우 중시한다. 한 수업이 끝났거나, 하루의 일과가 끝났거나 며칠에 걸친 한 과제가 끝났을 때 반드시 모둠들은 자신들의 활동을 반성하는 시간을 갖는다. 여덟째, 학습 시간의 융통성을 가지고 있다. 아홉째, 성공 기회기 균등(equal opportunities for success)하다. 열째, 모둠의 단합을 강조한다. 열한째, 과제의 세분화이다. 열둘째, 동시다발적 상호작용(simmultane ous interaction)이다[17].

협동학습은 모든 수준의 학생들에게 수학의 모든 내용에 걸쳐 적용될 수 있으며, 효과적인 수학적 의사소통, 문제해결, 논리적 추론, 수학적 연결성을 증진시키는 데 사용될 수 있다. 또 의사소통의 기회를 주면서 모든 학생들에게 수학에서 성공할 기회를 제공하고, 그룹의 상호작용을 통해 개념과 문제해결전략을 배우게 할 수 있다[16].

그리고 또 협동학습은 소집단 구성원간의 긍정적 상호작용을 최대화해서 인지적 발달을 도모하는 것을 특징으로 하고 있다. Vygotsky[15]에 의하면 비슷한 또래 아동의 협동적 활동은 서로의 근접발달영역 (혼자 문제를 해결할 수 있는 실제 발달 수준과 성인의 도움이나 보다 지적 수준이 높은 동료와의 협동에 의해 문제를 해결할 수 있는 잠재적 발달 수준과의 거리)안에서 모델링을 통해 향상된다고 하였으며 Piaget도 사회-임의적 지식 (언어, 가치, 규칙, 도덕성, 상징체제 등)들은 타인과의 상호작용 속에서 학습된다고 주장하였다.

결국 협동학습 이론은 인간의 삶은 근본적으로 다른 사람과 협동적 관계에 있으며, 그러한 협동적 관계는 긍정적 상호 작용을 경험하게 하며, 그러한 경험은 교육적인 측면에서 인지적으로나 정의적으로 바람직하다는 믿음에 기초해 있다.

(2) 소집단 협동학습 수업모형의 종류와 절차

정문성[17]은 과제 중심 협동학습, 보상 중심 협동학습, 교과 중심 협동학습, 구조 중심 협동학습, 기타 협동학습으로 나눈다.

과제 중심 협동학습은 과제 분담 학습모형(JIGSAW, JIGSAWⅡ,

JIGSAWⅢ), 모둠 탐구 모형(Group Investigation), 협동을 위한 협동학습 모형으로 나누고 보상 중심 협동학습은 모둠 성취 분담 모형(STAD), 모둠 게임 토너먼트 모형(TGT)으로 나누며 교과 중심 협동학습은 모둠 보조 개별 학습모형(TAI), 읽기 쓰기 통합모형(CIRC), 일화를 활용한 의사결정 모형(DME)으로 나누었다. 그리고 기타 협동학습에서는 함께 학습하기 모형(Learning Together), 찬반 논쟁 협동학습 모형(PRO-CON), 시뮬레이션 협동학습 모형(Simulation), 온라인 협동학습 모형(On-Line CL), 짝 점검 모형(Dyads)으로 분류하였다.

또한 모둠간에 경쟁을 강조하는 STL(Student-Team Learning) 유형과 모둠간의 협동을 강조하는 CP(Cooperative Projective) 유형으로 나누기도 한다[14].

본 연구에서는 과제 중심 협동학습에서 과제 분담 학습모형(JIGSAW Ⅱ)으로 교수-학습 지도안을 제시하려 한다. 과제분담 학습모형(JIGSAW Ⅱ)의 일반적 절차는 다음과 같다[17].

1. 과제 선정

   교과에서 한 단원을 선택하여 이를 4가지 기본 주제로 나눈다.

2. 원래 모둠 조직

   4-5명으로 구성된 모둠을 주어진 기준에 의해 조직하고, 그 모둠이 모둠명을 정하고 정체성을 갖도록 유도한다.

3. 전문가 학습지 배포

   각 모둠에 4가지 주제가 질문의 형식으로 적혀있는 전문가 학습지를 배포한다.

4. 전문가 활동의 이해

   이 주제들을 모둠 구성원 각자에게 하나씩 할당되게 하며, 다섯 명일

경우 두 명이 한 주제를 맡게 한다. 각 주제를 맡은 구성원은 그 주제에 한하여 전문가가 된다.

5. 단원 전체 읽기

모든 학생에게 단원 전체를 읽게 하되, 특히 자신이 맡은 주제를 중심으로 읽게 한다. 이렇게 하는 이유는 자신이 선택한 주제를 전체적인 맥락에서 이해하기 위해서이다.

6. 전문가 모둠

단원 전체를 다 읽었으면 각 전문가 모둠이 모여서 자신들의 주제에 관해 토론하게 한다. 이때 교사는 4개의 주제를 맡은 학생들을 손들게 해서 모든 학생들이 자신과 같은 주제를 선택한 전문가들이 누구인지 얼굴을 알 수 있도록 해준다. 전문가 모둠이 모일 때도 4-5명이 넘지 않도록 한다.

7. 원래 모둠의 재소집

전문가 모둠 활동이 끝나면 원래 자신의 모둠에 가서 단원 전체를 학습하게 한다. 즉 각 주제의 전문가들이 되어 돌아온 구성원들이 돌아가면서 자신이 학습한 주제를 다른 동료들에게 가르쳐준다. 이 과정에서 학생들은 표현하는 기능과 듣는 기능을 익히고, 색다른 학습 경험을 하게 될 것이다.

8. 퀴즈

모둠 학습이 끝나면 단원 전체에 대해 개인적 시험을 치른다.

9. 보상

모둠 점수를 공개하고, 학급 신문이나 게시판의 모둠의 성적을 공고한다. 모둠 점수는 항상 점수에 기초하여 계산된다.

(3) 문제해결력 신장을 위한 교사의 역할

교사 중심 수업과 획일적인 평균 교육으로 인해, 창의적인 사고와 탐구활동이 학습과정에서 소홀히 취급되면서 문제를 인식하고 해결할 수 있는 기회를 학생들에게 제공하지 못하였다. 이러한 교수-학습의 불균형은 학생들에게 진정한 수학의 가치를 경험할 수 없게 만들고 있다[15]. 따라서 협동학습을 통해 학생들이 주도적으로 학습을 이끌어 나갈 수 있도록 함으로써 문제해결력을 신장하기 위한 교사의 역할이 중요하다.

고아라[20]는 협동학습은 기존의 교사가 주체가 되어서 객관적인 지식을 주입하는 것이 아니라 학생들에게 자유로운 활동의 시간을 부여하고 그들이 스스로 지식을 수용하여야 한다고 밝혔다. 교사는 학생활동에 적극적으로 개입하지는 않지만 학생들이 협동적인 활동을 하거나 상호작용을 할 때에 피드백을 적절히 하는 것이 중요하다.

Vygotsky[20]는 인지발달의 과정을 인지적으로 앞선 개인과 보다 뒤떨어진 개인간의 상호작용(교사, 학습자 혹은 또래와의 상호작용)을 통해 지식과 기술 등의 문화가 내면화되는 과정으로 설명하고 있다. 즉, 학습은 자기보다 뛰어난 교사나 또래의 시범, 힌트, 암시, 가르침으로부터 시작하여 학습자가 그것을 능동적으로 소화하고 내면화함으로써 완성된다. 따라서 교사와의 상호작용뿐만 아니라 또래간의 시범, 피드백, 점검 등이 학습에 중요한 역할을 한다는 것을 쉽게 알 수 있다.

교사의 역할은 수업 시간에 여유를 가지고 학생들의 활동을 살펴보면서 모둠이나 개인 학생들에게 개별적 지도를 하여야 한다. 교사가 교단에 있지 않고 교실의 순회하는 이유는 학생 스스로가 진행하는 협동학습이기 때문이다. 대신 교사는 이러한 수업을 진행하기 위해서 사전에 수업을 위

해 많은 준비를 하여야 한다. 교사가 수업 중 순회 지도를 하는 것은 학생들에게 정답을 제공해 주려는 것이 아니라 그들의 활동을 격려하고, 아이디어를 주고, 피드백을 주고, 자료를 제공하면서 활발한 활동을 하도록 도와주는 것이다. 또한 교사는 과제를 수행하는 중이나 과제를 완성한 뒤에는 반드시 학생 스스로 자신들의 모둠 활동에 대한 반성의 기회를 가지도록 한다. 뿐만 아니라, 그러한 반성적 활동에 교사도 조언을 해 주어야 한다. 그러한 반성의 경험을 다음 협동학습 활동이 더욱 효과적으로 진행될 수 있는 기초가 되기 때문이다.

문제해결의 과정에서 단계별로 자기 주도적 학습, 협동학습을 통해 촉진자 보조자로서의 교사 역할로 인해 수학에 대한 흥미를 증진시키고, 문제해결 능력을 신장시킬 수 있다고 생각되며 이 모든 것이 무엇보다도 직접 학습 지도를 담당한 현장 교사의 올바른 교육관, 수학관 그리고 수업 개선 의욕과 실천 의지에 달려 있다고 할 수 있다[17].

4. 수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 지도방안

본 연구는 앞에서 살펴본 Polya의 문제해결 과정을 바탕으로 문제해결의 한 형태인 수학적 모델링과 협동학습을 통해 문제해결력을 신장시키기 위한 방법으로서 중학교 2 학년에서 지도할 수 있는 실생활 문제를 통한 지도 사례를 연구해 보았다. 먼저 협동학습의 수업 유형과 절차는 다음 < 표-4 >과 같다.

<table>
<tr><td>단　원</td><td>8-가 Ⅵ . 함　　수</td><td>대상</td><td>중 2 학년</td></tr>
<tr><td>소단원</td><td>일차함수의 활용</td><td>학생수</td><td>24 명</td></tr>
<tr><td>수업형태</td><td>소집단 협동학습(과제 중심 협동학습)</td><td>모둠수</td><td>4 조</td></tr>
<tr><td>학습목표</td><td colspan="3">일차함수의 개념을 이해하고 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>소집단
협동학습의
활　동</td><td colspan="3">① 소집단 협동학습 모둠의 조직
· 조직 인원수 : 6 명
· 능력별 조직 : 상 2명 (문제3), 중 2명(문제2), 하 2명(문제1)
· 순환식 모둠장의 선정

② 소집단 협동학습 중심의 수업전개
·과제선정 : 일차방정식과 일차함수에 관련된 3 문제 선정.
·원래 모둠 조직 : 24 명을 6 명으로 나누어 4 모둠.
·전문가 학습지 배포 : 문제 1, 문제 2, 문제 3 학습지.
·전문가 활동의 이해 : 문제를 모둠 구성원 각자에게 2 명씩 할당하게 되며 같은 문제를 맡은 구성원들은 그 문제에 한하여 전문가가 된다.
·단원 전체 읽기 : 문제를 풀어보는 시간을 갖고 자신이 맡은 문제를 중심으로 읽고 이해하며 문제해결을 한다.
·전문가 모둠 : 각 전문가 모둠 구성원 즉, 각 조에서 문제1을 할당 받은 학생들이 모임이다. 각 전문가 모둠 구성원들이 모여서 문제해결을 Polya의 문제 해결과정을 바탕으로 수학적 모델링 단계로 답안을 작성한다.
·원래 모둠의 재소집 : 전문가 모둠 활동이 끝나면 원래 자신의 모둠에 가서 자신이 할당된 문제를 다른 구성원들에게 가르쳐 준다.
·퀴즈 : 모둠 학습이 끝나면 단원 전체에 대해 개인적으로 평가한다.
·보상 : 학급 신문이나 게시판에 모둠의 성적을 공고한다.</td></tr>
</table>

< 표-4 > 협동학습의 수업 유형과 절차 교수-학습 지도안

문제를 인식하고 해결할 수 있는 기회가 학생들에게 제공하지 못하는 교수-학습방법의 문제점을 협동학습을 통해 수업에 참여할 수 있도록 하여 앞에서 언급했던 수학적 모델링의 과정의 일반적인 단계인 문제의 이해 → 이상화 → 수학적 모델 형성 → 수학적 추론 → 재해석 → 실제와의 비교 단계로 문제 해결을 지도할 수 있도록 고안하였다.

1. 아르바이트 급료 계산

다음 [문제1] 에서는 일차 방정식 내용을 실생활 문제를 통해서 지도하고자 한다.

[문제1] 패스트푸드점에서 일을 하는데 시간당 2000원을 준다고 한다. 주급으로 급료를 지불한다고 할 때, 적어도 일주일에 40시간 이상 근무를 해야 하며, 40시간 초과 시 시간당 급료의 1.5배를 더 준다고 한다. 주급 110,000원을 받았을 때 한 주간 근무시간은 몇 시간인가?

위와 같은 실생활 문제를 통해 일차 방정식을 지도하기 위해 <표 4-1>과 같이 수업개관을 작성해 보았다.

단　원	8-가 Ⅵ. 함　　수
소단원	일차함수이란 무엇인가?
수업형태	협동학습 (각 모둠에서 문제1을 할당 받은 학생들의 모둠)
학습목표	실생활 문제를 통한 일차 함수식을 세우고 개념을 이해한다.

<표 4-1> 문제1에 대한 수업개관

위의 <표 4-1>을 참고하여 문제해결 과정에 따른 [문제1]의 교수-학습지도안을 <표 4-2>와 같이 작성해 보았다.

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
이해	문제의 이 해	▶구하고자 하는 것은 무엇입니까? ▶일을 하는데 시간당 받는 금액은 얼마입니까? ▶급료는 어떻게 지불하며 최소한 일주일에 몇 시간을 근무해야 하나요? ▶주어진 조건은 무엇입니까?	▶주급 110,000원을 받았을 때, 한 주간 근무시간입니다. ▶시간당 받는 금액은 2000원입니다. ▶주급으로 급료를 지불한다고 하며 적어도 일주일에 40시간 이상 근무를 합니다. ▶40시간 초과 시 시간당 급료의 1.5배를 더 준다고 합니다.	문제를 파악할수 있도록 읽게한다.
계획	문제의 이상화 수학적 모 델	▶일주일 동안 40시간을 일하게 된다면, 얼마의 비용을 받게 되는 것입니까? ▶40시간 초과를 해서 몇 시간을 더 일했다면 받게 되는 금액만을 언어적인 모델로 표현하면 무엇입니까? ▶만약, 40시간 초과를 해서 2시간 더 일했다면 초과되는 금액은 얼마입니까? ▶한 주간 일한 총시간는 t 시간이라 하고 초과시간는 t - 40라 할때 초과시 받게 되는 금액을 식으로 나타내어 보세요? ▶주급을 s 라 하면 한 주간 일한 총시간 t 와 초과시간 t - 40라 할때 s를 t에 관한 식으로 나타내어 보세요?	▶시간당 급료 × 40시간하면 되므로 2,000원 × 40 해서 80,000만원을 받게 됩니다. ▶1.5배 × 시간당 급료 × 초과시간입니다. ▶1.5배 × 2,000원 × 2시간을 계산하면 6,000원입니다. ▶ 식으로 나타내면 1.5(2,000)(t - 40)입니다. ▶s=2,000(40)+1.5(2,000)(t - 40)입니다.	자유스런 의사를 발표하게 학생의 의견을 경청한다.

단계	수학적 모델링 단계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
		▶주어진 문제에서 s에 해당되는 것은 무엇입니까?	▶주급 110,000원입니다.	
실행	수학적 추 론	▶한 주간 110,000원을 벌었을 때, 총 일한 시간을 계산해볼까요?	▶110,000 = 2,000(40) + 1.5(2,000)(t - 40)입니다. 계산하면 t = 50입니다.	학생이 자기주도적으로 문제를 해결하게 한다.
	재해석	▶ 주급 110,000원을 받았을 때, 한 주간 근무시간은 몇 시간입니까?	▶ t = 50이므로 한 주간 총 50시간을 일했습니다.	
	실제와의 비 교	▶결과를 점검해 보도록 합시다.	▶실제적인 문제 상황에서 모델링한 수학적인 모델은 어떠한 제약조건 없이 타당하다.	
반성		▶결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는지를 생각해 봅시다.		

<표 4-2> 문제1에 대한 교수-학습지도안

각 모둠에서 수준별 하에 속한 학생들의 모둠이 아르바이트 급료 계산을 통해 학습에 대한 동기유발을 시킬 수 있으며 미지수가 2개로 이루어진 일차 방정식의 형태의 개념을 쉽게 이해하며 변형된 식을 세워 일차함수임을 정확히 이해할 수 있으며 앞으로의 일차함수의 활용을 하여 실생활의 여러 가지 문제로 통한 문제해결력을 신장시킬 수 있다고 본다.

2. PC방 선택 요금 계산

다음 [문제2]에서는 함수 내용을 실생활 문제로 통해 식을 세우고 함수의 개념을 이해할 수 있게 지도하고자 한다.

[문제2] 윤진이는 실생활에 쓰이는 수학 자료를 검색하기 위해 주말에 PC방에 가려고 한다. 갑, 을 두 군데의 PC방 중에서 되도록 요금이 싼 곳으로 가려고 한다. 갑PC방은 기본요금 1,500원에 1시간당 1,000원의 요금을 받고 을PC방은 기본요금 없이 시간당 1,500원의 요금을 받는다고 한다. 윤진이는 한 6시간을 예상했다면 어느 PC방을 가는 것이 유리한 것인가?

위와 같은 실생활 문제를 통해 일차 함수를 지도하기 위해 <표 4-3>과 같이 수업개관을 작성해 보았다.

단 원	8-가 Ⅵ. 함 수
소단원	일차함수의 활용
수업형태	협동학습 (각 모둠에서 문제2를 할당 받은 학생들의 모둠)
학습목표	실생활의 여러 가지 문제를 일차함수의 활용하여 해결할 수 있다.

<표 4-3> 문제2에 대한 수업개관

위의 <표 4-3>을 참고하여 문제해결 과정에 따른 [문제2]의 교수-학습지도안을 <표 4-4>와 같이 작성해 보았다.

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동: 교 사	교수-학습 활동: 학 생	비고
이해	문제의 이 해	▶구하고자 하는 것이 무엇입니까?	▶PC방에서 자료검색을 할 때, 총 6시간이 걸린다고 생각하면 요금제가 다른 PC방 중 어디를 선택하는 것이 더 유리한가입니다.	문제를 쉽게 접근 할수있도록 간단하게 계산으로 유도한다.
		▶갑 PC방의 기본요금은 얼마입니까?	▶갑의 기본요금은 1,500원이고 1시간당 1,000원의 요금을 받고 있습니다.	
		▶을 PC방의 기본요금은 얼마입니까?	▶을은 기본요금 없이 1시간당 1,500원의 요금을 받는다고 합니다.	
		▶이 문제를 해결하기 위해서 해야 할 일은 무엇인가요?	▶갑과 을의 PC방의 요금을 비교하며 문제를 해결해야 합니다.	
계획	문제의 이상화	▶갑, 을 PC방에 가서 2시간 동안 자료를 검색했다면 요금은 얼마입니까?	▶갑 PC방에서 갔다면 기본요금1,500원 + 1,000원(2시간) = 3,500원이고 을 PC방에 갈 경우에는 1,500원 × 2시간 = 3,000원입니다.	학생들이 자유롭게 이야기를 하면서 문제해결 과정을 확인한다.
		▶갑, 을 PC방에 가서 3시간 동안 자료를 검색할 경우에는 요금이 얼마입니까?	▶갑 PC방의 요금은 기본요금1,500원+1,000원(3시간)= 4,500원입니다. 그리고 을 PC방의 요금은 1,500원 × 3 = 4,500원입니다.	
		▶그럼, 4시간동안 자료검색을 했다면 요금은 각각 얼마입니까?	▶갑 PC방의 요금은 기본요금 1,500원 + 1,000원(4시간) = 5,500원이고 을 PC방의 요금은 1,500원 × 4시간 = 6,000원입니다.	
	수학적 모 델	▶PC방에서 머문 시간을 x 시간, 요금을 y 원이라고 할 때, 갑 PC방의 관계식을 나타내어 볼까요?	▶y = 1500x + 1000입니다.	

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
계획		▶이번에는 PC방의 관계식을 로 나타내볼까요? ▶PC방에 2시간동안 머문다면 어느 PC방에 가는 것이 경제적일까요? ▶PC방에 4시간동안 머문다면 어느 PC방이 더 경제적일까요?	▶ = 2일 때, 갑 PC방은 = 1500 + 1000×2이고 계산하면 = 3500원입니다. = 2일 때,을 PC방은 = 1500×2입니다. = 3000원입니다. 따라서, 을 PC방이 더 경제적입니다. ▶ = 4일 때, 갑 PC방은 = 1500 + 1000×4이고 계산하면 = 5500원입니다. = 4일 때, 을 PC방은 = 1500×4이고 계산하면 = 6000원입니다. 따라서, 갑 PC방이 더 경제적입니다.	문제에 영향을 주는 중요한 요인들을 이해한다.
실행	수학적 추 론 재해석	▶갑, 을 PC방에 요금이 같은 경우가 있는데 윤진이가 얼마동안 머문 시간입니까? ▶위에서 구한 것을 관련해서 이 점이 의미하는 바를 알아볼까요? ▶윤진이가 예상한 6시간 동안 자료검색을 하려고 할 때, 각각의 PC방의 요금은 얼마입니까?	▶ = 3일 때, 갑 PC방은 = 1500 + 1000×3이고 계산하면 = 4500원이고 = 3일 때, 을 PC방은 = 1500×3이고 계산하면 = 4500원입니다. 따라서 3시간입니다. ▶(3, 4500)의 순서쌍은 두 일차함수의 교점입니다. ▶ = 6일 때, 갑 PC방은 = 1500 + 1000×6이고 계산하면 = 7500원이고 = 6일 때, 을 PC방은 = 1500×6이고 계산하면 = 9000원입니다.	수학적으로 문제를 분석하여 결과를 얻는다.

<table>
<tr><th rowspan="2">단계</th><th rowspan="2">수학적
모델링
단 계</th><th colspan="2">교수-학습 활동</th><th rowspan="2">비고</th></tr>
<tr><th>교 사</th><th>학 생</th></tr>
<tr><td>실행</td><td></td><td>▶수학적 모델을 통해서 유추해 본다면 윤진이가 예상한 6시간 동안 자료 검색을 한다고 할 때, 갑, 을 PC방 중에 더 유리할까요?</td><td>▶3시간 미만이면 을 PC방이 더 유리하지만, 3시간 교점을 기준으로 3시간 초과부터는 갑 PC방이 더 유리하다고 유추할 수 있습니다.</td><td></td></tr>
<tr><td>반성</td><td>실제와의
비 교</td><td>▶결과를 점검해 보도록 합시다.

▶결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는지를 생각해 봅</td><td>▶문제해결과정을 점검한다.
▶실제적인 문제 상황에서 모델링한 수학적인 모델은 어떠한 제약조건 없이 타당하다.</td><td>수학적 모델링의 과정에 따라 결과를 재확인한다.</td></tr>
</table>

<표 4-4> 문제2에 대한 교수-학습지도안

3. 어느 회사에서 차를 빌릴까?

다음 [문제3]에서는 일차함수 내용을 실생활 문제로 통해 활용할 수 있게 지도하고자 한다.

[문제3] 이번 여름에는 우리 식구 5명 모두 제주도로 피서로 가기로 하였다. 나는 얼마나 기쁜지 정신없이 질문을 해대었다. “언제요? 뭐 타고 갈 거예요?” 아빠는 비행기를 타고 가기 때문에 차를 가지고 갈 수 없고, 제주도에서는 차를 빌려서 타고 다니자고 하셨다. 나는 인터넷으로 렌트카의 이용 가격을 조사해서 제일 저렴한 회사를 알아놓겠다고 자신있게 말했다. 알아본 결과 제주도에는 돌하

르방 렌트카, 나이스 렌트카, 제주 렌트카 이렇게 세 개의 렌트카 회사가 가장 유명하였다. 각 회사의 요금제도는 일정한 거리까지의 기본요금과 초과 거리에 대한 부가금액으로 구성되어 있었다. 우리 가족은 첫날엔 4시에 제주에 도착해 오후 관광, 둘째 날은 종일 관광, 마지막 날은 오전 관광을 한 후, 오후3시 제주발 비행기로 서울에 돌아올 예정이다. 그렇다면 어떤 렌트카 회사에서 차를 빌리는 것이 가장 경제적일까? (제주도 관광안내 홈페이지에 의하면 하루 동안에 계획을 짜서 효과적으로 움직인다면 이동하는 거리는 대개 200㎞~240㎞이라고 한다.)

회사명	기본요금	초과거리에 대한 부가금액
돌하르방 렌트카	30,000원	100㎞ 초과시 10㎞당 3,000원
나이스 렌트카	25,000원	80㎞ 초과시 10㎞당 4,000원
제주 렌트카	50,000원	200㎞ 초과시 10㎞당 5,000원

<표 4-5> 문제3에 관한 회사명에 따른 기본요금

위와 같은 실생활 문제를 통해 일차 함수을 지도하기 위해 <표 4-6>과 같이 수업개관을 작성해 보았다.

단 원	8-가 Ⅵ. 함 수
소단원	일차함수의 활용
수업형태	협동학습 (각 모둠에서 문제3을 할당 받은 학생들의 모둠)
학습목표	실생활의 여러 가지 문제를 일차함수의 활용하여 해결할 수 있다.

<표 4-6> 문제3에 대한 수업개관

위의 <표 4-6>을 참고하여 문제해결 과정에 따른 [문제3]의 교수-학습지도안을 <표 4-7>와 같이 작성해 보았다.

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
이해	문제의 이 해	▶구하고자 하는 것은 무엇입니까? ▶주어진 조건은 무엇입니까? ▶2박 3일간에 차를 빌리려고 할 때, 요금 계산에 가장 큰 영향을 미치는 요인은 무엇입니까? ▶세 회사의 요금을 계산해서 비교하려면 결정적인 정보가 부족한데, 그 정보는 우리가 스스로 결정해야 합니다. ▶종일 관광을 아침8시부터 오후8시까지 12시간으로 잡으면, 첫째 날의 이동거리는 얼마입니까 ▶둘째 날의 이동거리는 얼마입니까? ▶셋째 날의 이동거리는 얼마입니까?	▶2박 3일간 제주도 여행을 하는데 어떤 렌트카 회사에서 차를 빌리는 것이 가장 경제적인 회사를 구하는 것입니다. ▶앞에서 제시한<표 4-5>입니다. ▶2박 3일간의 이동거리입니다. ▶첫날은 대략 4시부터 관광하게 되므로 문제에서 주어진 이동거리는 대개 200㎞~240㎞이라 했으므로 종일관광 이동거리의 약 1/3 (66㎞~80㎞)로 예상하고 대략 80㎞로 잡는다. ▶종일 관광은 200㎞~240㎞이므로 대략 240㎞입니다. ▶3시 비행기면 적어도 2시까지는 공항에 도착해야 하니까 종일 관광의 반 (100㎞~120㎞)로 예상하고 넉넉하게 120㎞로 잡는다.	문제이해 파악하는 시간을 충분히 준다.

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
계획	문제의 이상화	▶차의 이동거리가 125㎞일 때, 돌하르방 렌트카 요금은 얼마입니까?	▶돌하르방 렌트카 요금은 100㎞까지 기본 30,000원 초과 거리가 25㎞이므로, 초과 금액은 9,000원 따라서 총액 39,000원입니다.	
		▶나이스 렌트카 요금은 얼마입니까?	▶80㎞까지 기본 25,000원 초과 거리가 45㎞이므로, 초과 금액은 20,000원 따라서 총액은 45,000원입니다.	문제해결에 요인이 되는 자료를 단순화, 형식화하여 수학적으로 비교, 분석한다.
	수학적 모 델	▶다음은 제주 렌트카 요금은 얼마입니까?	▶200㎞까지 기본 50,000원 초과 거리가 없으므로, 초과 금액은 0원 따라서 총액 50,000원입니다.	
		▶이해 단계에서 이동거리를 얼마로 예상했는지 첫째 날, 둘째 날, 셋째 날을 각각 얼마입니까?	▶첫째 날은 대략 80㎞, 둘째 날은 240㎞, 셋째 날은 120㎞입니다.	
실행	수학적 추 론	▶2박 3일간의 총 이동거리는 얼마입니까?	▶2박 3일간의 총 이동거리는 440㎞입니다.	
		▶돌하르방 렌트카에서 2박 3일간 차를 빌렸을 때의 가격은 얼마입니까?	▶100㎞까지 기본30,000원 초과 거리가 340㎞이므로, 초과 금액은 34×3,000=102,000원이고 총액은 132,000원입니다.	학생들이 자연스럽게 이야기할수 있는 기회와 경청을 한다.
		▶나이스 렌트카에서 2박 3일간 차를 빌렸을 때의 가격은 얼마입니까?	▶80㎞까지 기본 25,000원 초과 거리가 360㎞이므로, 초과 금액은 36×4,000=144,000원이고 총액은 169,000원입니다.	

단계	수학적 모델링 단 계	교수-학습 활동		비고
		교 사	학 생	
실행	재해석	▶제주 렌트카에서 2박 3일간 차를 빌렸을 때의 가격은 얼마입니까? ▶세 회사에서 2박 3일간 차를 빌렸을 때의 가장 저렴한 가격으로 빌릴 수 있는 회사는 어디입니까?	▶200㎞까지 기본50,000원 초과 거리가 240㎞이므로, 초과금액은 24×5,000=120,000원 따라서 총액 170,000원입니다. ▶돌하르방 렌트카에서 차를 빌리는 것이 가장 저렴합니다.	구하고자 했던 것이 무엇인가를 판단할 수 있게 한다.
반성	실제와의 비 교	▶결과를 점검해 보도록 합시다. ▶결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는지를 생각해 봅시다.	▶실제적인 문제 상황에서 모델링한 수학적인 모델은 어떠한 제약조건 없이 타당하다.	문제해결과정을 통해 재해석함으로써 최종 결론을 반성한다.

<표 4-7> 문제3에 대한 교수-학습 지도안

각 모둠에서 수준별 중, 상에 해당되는 학생들은 각각의 문제2와 문제3의 과제를 할당받고 각각의 모둠에서 실생활에 일어날 수 있는 문제를 통해 학생들에게 동기유발을 시킬 수 있으며 수학적 의사소통을 통한 문제해결의 과정에서 단계별로 자기 주도적으로 학생은 수학적 모델링 과정으로 반성적 사고와 촉진자 보조자로서 교사의 발문을 통해 수학적 사고력과 문제해결력을 신장시킬 수 있다.

Ⅲ. 결　　론

이 논문에서는 수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 신장 위한 교수·학습 지도안을 연구하였다. 수학적 사고력과 문제해결력을 개발시키기 위한 구체적인 방법은 문제 해결하는 과정에서 신장할 수 있으므로 논의를 위해 지도할 문제의 유형을 본문에서 Charles와 Lester의 분류와 한국 교육개발원에서의 분류를 살펴보고 한국 교육개발원에서 정형문제와 비정형문제, 실생활 문제 중 수학에 대한 흥미와 관심을 갖게 하는 생활 주변에서 일어나는 실생활 문제를 중심으로 하였다.

문제 해결이란 과정을 의미하는데 Polya, Dewey, Schoenfeld의 문제해결 과정과 한국 교육개발원 문제해결 과정에 대한 이론적 연구하고 Polya의 문제해결 과정에 따라 이해, 계획, 실행, 반성에 단계에 따라 제시하였다. 문제해결의 한 형태로서 수학적 모델링의 정의와 의미, 수학적인 묘사와 수학적인 해석을 통해 문제의 원래 상황과 관련시켜 실제 상황의 모델을 구성한 Burghes, Blum, Lancaster, Klamkin, NCTM의 수학적 모델링 과정을 연구하였다. 본 연구는 김수미[2]가 위의 수학적 모델링 과정에서 공통점을 추출하여 문제 이해, 문제의 이상화, 수학적 모델 형성, 수학적 추론, 재해석 , 실제와의 비교의 6 단계로 정리한 과정에 따라 교수-학습 지도안을 제시하였다.

마지막으로 교사 중심 수업과 획일적인 수업방법으로 창의적인 사고와 탐구활동이 학습과정에서 소홀히 취급되면서, 문제를 인식하고 해결할 수 있는 기회를 학생들에게 제공하지 못함으로써 학생들에게 진정한 수학의 가치를 경험할 수 없게 만들고 문제해결력을 신장시킬 수 없다는 것은 문제점이 아닐 수 없다. 학생들에게 동기 유발과 학습 기회를 제공하기

위해 수업형태를 소집단 협동학습으로 제시하여 스스로의 학습 목표 및 적절한 학습 전략을 선정하고 학습의 결과를 평가하는 과정을 참여하여 지원할 수 있도록하고 자기 주도적인 학습능력 및 창의력, 문제해결력 신장시키기 위한 수업 방법으로 학습지도가 될 수 있는 교수방안에 대한 연구가 활발히 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] 김부윤・이영숙 , 우리나라에서의 수학적 문제해결연구「수학 교육」 제 42권 제2호, 2003년

[2] 김수미, 중등학교에서의 수학적 모델링에 관한 고찰, 서울대학교 대학원 교육학 석사학위 논문, 1993년

[3] 교육부, 제7차 수학과 교육과정[별책 8], 대한교과서주식회사, 1998년

[4] 권기석, 고등학교에서 수학적 모델링 지도를 위한 자료의 활용에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원 석사논문, 1997년

[5] 문제해결력 신장을 위한 학습 자료 개발 연구, 연구 보고 RR89-11, 한국교육개발원, 1989년

[6] 방승진외 2인, 초등학교 수학 문제해결 교육에 관한 연구「수학 교육」제 14집 8, 1-25, 2002년

[7] 변영계, 협동학습의 이론과 실제, 학지사, 1994년

[8] 신현성, 수학교육론, 경문사, 1992년

[9] 신현성・김경희, 수학적 문제해결, 경문사, 1998년

[10] 이영미, 수학적 문제해결력 향상을 위한 학습지도에 관한 연구, 군산대학교 교육대학원 석사학위 논문, 1999년

[11] 이정화, 수학교육에서 문제해결 전략에 관한 연구, 충북대학교 교육대학원 석사학위논문, 2000년

[12] 우정호, 어떻게 문제를 풀 것인가, 교우사, 2002년

[13] 우정호, 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판사, 1998년

[14] 임채수, 협동학습 수업전략의 학습효과에 관한 메타 분석, 2001년

[15] 전영주・정완수, 수준별 협동학습이 문제해결 능력 신장에 미치는 영

향, 한국 수학 교육 학회지「수학 교육」 제 13집 제2호, 2002년
[16] 전평국, 수학적 의사소통불안에 따른 소집단의 구성·협동학습이 정의적 영역에 미치는 효과 - 중학교 1학년을 중심으로, 한국 수학 교육 학회지「수학 교육」 제 13집 제2호, 2002년
[17] 정문성, 협동학습의 이해와 실천, 교육과학사, 1998년
[18] 정문숙, 수학적 문제해결 과정 중 탐구 단계에서 나타나는 메타인지에 관한 연구, 이화여자대학교, 1994년
[19] 정은실, "응용과 모델 구성을 중시하는 수학과 교육과정 개발방안 탐색" 한국 수학 교육 학회지「수학 교육」 제 30권 제1호, 1991년
[20] 최만희, 협동학습이 성별과 학업수준에 따라 학업성취도에 미치는 영향, 한국체육학회지 제 43권 제4호, 2004년
[21] 홍정희, 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰-중학교 2학년 부등식, 일차함수, 확률을 중심으로-, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문, 1995년
[22] 황혜정외 5인, 수학교육학 신론, 문음사, 2001년
[23] ICME (1991), *International committee for museums and collection of ethnography*
[24] NCTM (1989), *Curriculum and evaluation standards for school mathematics Reston,* VA : Author : 구광조, 오병승, 류희찬 공역. 수학교육과정과 평가의 새로운 방향, 경문사, 1992년
[25] NCTM (1991), M*athematics modeling in the secondary curriculum*

ABSTRACT

A study on the teaching method of problem solving through mathematical modeling and cooperative learning

Ham, Eun Kyu
Major in Mathematics Education
Sungshin Women's University
Supervised by Kim, Ju Houg, Ph. D

The problem solving which is one of the goals in math ematics education has been a great interest from the fourth course of study revision in KOREA and is referred as following in the 7th mathematics curriculum.

It aims at the ability and attitude to think mathem atically and to aquire a basic know-how of mathematics and to apply those thoughts to the various problemd of real life.

Specially, American Mathematics Teacher Conference(NCTM) takes problem solving in mathematics as the first canon and considers problem solving as a troubleshooting education.

In this study, we have seen that although overall curriculums were changed, teacher oriented and undifferentiated average education are usually given in a class. The process for problem solving is neglected in classes. Students have difficulties extending their problem solving in the process neglected classes.

Therefore, this paper offers teaching-learning guidances and mathematical modelings to build student's ability of problem solving.

In this paper, we look at the concept of problem solving, mathematical modeling and cooperative teaching-learning in a small group. We select some practical problems and construct mathematical modelings fitting for a small group in cooperative teaching-learning according to the process of Polya's problem solving method. We hope that the devised teaching-learning guidances improve the mathematical thinking ability of students.