정 해 남 교수지도

석사학위 청구논문

수학 교과서에서 수학사 활용 분석 및 자료 개발에 대한 연구

- 중학교 2학년을 중심으로 -

2011

성신여자대학교 교육대학원

교육학과 수학교육전공

한 현 희

수학 교과서에서 수학사 활용 분석 및 자료 개발에 대한 연구

- 중학교 2학년을 중심으로 -

정 해 남 교수지도

이 논문을 석사학위논문으로 제출함

2011년 5월

성신여자대학교 교육대학원

교육학과 수학교육전공

한 현 희

인 준 서

한현희의 석사학위 논문으로 인준함.

심사위원 ____________________ 인

심사위원 ____________________ 인

심사위원 ____________________ 인

성신여자대학교 교육대학원

목　　　차

표 목 차

그 림 목 차

국문 초록

수학 교과서에서 수학사 활용 분석 및 자료 개발에 대한 연구

- 중학교 2학년을 중심으로 -

본 연구에서는 학교수학에서 수학사를 활용하여 수학 수업에서 흥미를 느낄 수 있게 할 뿐 아니라 수학사를 바탕으로 자연스럽게 수학의 개념 발달 과정을 이해 할 수 있게 하여 개념을 이해하는데 도움이 되고자 한다. 중학교 2학년 과정을 선택하여 수학사를 활용한 자료를 개발하고자 다음과 같은 연구를 설정 하였다. 첫째, 중학교 2학년 수학 교과서에서 수학사가 어떻게 활용되고 있는지 조사하여 수학사 자료를 네 가지 범주로 분석하였다. 둘째, 이를 기초로 하여 중학교 2학년 수학사 활용 자료를 개발하고 이것을 적용할 수 있는 교육 과정안을 제시하였다. 먼저, 제 7차 개정 교육과정 중학교 2학년 수학 교과서 총 17종 중에서 10종의 교과서를 선택하여 수학사 자료를 분석하였다. 수학사의 분포와 특징을 알아보기 위하여 단원별로 '수학자 소개', '용어·정리의 수학사적 내용', '수학사적 문제 활용' 그리고 '수학 개념의 역사적 발달과정'으로 분류하여 조사하였다. 10종의 교과서에서 수학사의 내용은 173개였고, 그 중 '수학자 소개'는 82개로 가장 많았고, '수학 개념의 역사적 발달과정'은 6개로 가장 적었다. 이로 인하여 학교수학에서 교과서만으로 수학사를 활용하여 자연스러운 수학의 발달 과정의 개념을 이해하는데 어려움이 있을 것이라고 판단하였다. 분석 결과를 바탕으로 하여 수학자의 소개 보다는 '수학 개념의 역사적 발달과정'을 중심으로 교과서를 보충할 수 있는 수학 수업에 도움이 될 만한 수학사 자료를 제시하여 학습 자료를 개발하였다. 개발된 학습 자료를 바탕으로 실제 수업에 활용 할 수 있도

록 수준별에 따른 난이도를 선택하여 지도안의 예를 작성하였다. 수학사를 활용한 자료를 수업에 활용하여 학생들이 수학에 흥미를 느낄 수 있고, 수학사를 바탕으로 자연스러운 수학의 발달 과정을 이해하여 수학 개념을 이해하는데 도움이 되어 수학에 대한 긍정적인 영향을 받을 수 있기를 기대한다.

Ⅰ. 서론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학은 인류의 오랜 역사와 함께 시작되어 발달한 학문이다. 이 오랜 역사를 바탕으로 발달한 과정을 안다면 수학을 이해하는데 도움이 될 것이다. 수학의 역사적 발달 과정을 되돌아보며 과정을 살펴본다면 개념의 단계를 확인하게 되고 원리를 이해하게 될 것이다.

유현주(1999)는 수학 교육에 수학사를 도입할 때의 이점을 살펴보았다. 인간에게는 자신의 뿌리를 찾으려는 본능적인 욕구가 있으므로, 수학에 대한 근본적인 것을 학습하면 학생들의 흥미와 관심을 자연스럽게 유발할 수 있을 것이라 하였고, 또한 수학의 이론이 생성되기까지의 과정을 학생들에게 보여줌으로써 학생들은 보다 생생한 수학적인 면을 접할 수 있게 될 것이라고 보았다.

수학사를 바탕으로 수학이라는 학문을 접한다면 좀 더 친근하게 느낄 수 있을 것이다. 그렇지만 평가 위주의 학습이 강조되어가고 문제를 해결하기 위한 목적으로 공부를 하는 추세이다. 문제를 해결하는 것이 나쁘다고 말할 수 없지만 원리를 이해하지 못한 채 공식과 풀이 방법만 암기 하게 된다면 수학적인 흥미를 갖지 못하게 될 확률이 크다고 본다. 수학 학습에 흥미를 유발시키고 수학을 이해하기 위해서 다양한 학습 방법과 활동이 제시된다면 수학 학습에 도움이 될 것이다. 또, 수학사를 활용하여 도입을 하고 수학 이론을 전개해 나간다면 수학적 지식은 수학사를 활용함으로서 올바르게 이해될 수 있을 것이다. 수학사를 활용한다는 것은 수학적 지식의 바탕을 마련한다고 볼 수 있겠다. 이러한 이유들로 인하여 수학 학습에 필요한 수학사 활용 자료를 개발 하고자 한다. 이 수학사 활용 자료를 바탕으로 실제

수학 수업에서 활용 할 수 있게 하고, 학생들의 참여를 유도하여 수학 수업을 보다 활동성 있게 하고자 한다.

우정호(1998)는 수학사를 수학 학습에 도입을 할 때에는 수학사의 내용 중 역사적 사건이나 일화의 소개보다는 수학적 사고 방법의 육성에 도움이 되도록 이용하는 것이 효과적일 것이라고 하였다. 수학 학습-지도에서의 수학사의 이용은 보조적인 것이고 수학 시간에 수학사를 꼭 지도하라는 것은 아니지만, 학습자에게 실질적인 도움을 줄 수 있는 정도로 수학의 역사가 다루어야 한다고 하였다.

그러기 위하여 이 논문에서는 먼저 중학교 2학년 교과서에서 활용하고 있는 수학사 자료를 살펴본다. 교과서 내용을 바탕으로 수학사 자료와 연구 논문들을 보완하고 수정하여 수학사 활용 자료를 만든다. 이 활용 자료는 학생들이 수업에 참여하며 활동할 수 있도록 개발한다. 이렇게 하여 학교에서 수학적 이론을 배우고 배운 것을 바탕으로 활동하며 수학을 익히고자 하는데 목적이 있다.

B. 연구내용

본 연구에서는 중학교 2학년 과정의 수학사 활용 자료의 분석과 개발을 하고자 다음과 같은 연구내용을 설정하였다.

가. 중학교 2학년 수학 교과서에서 수학사가 어떻게 활용되고 있는지 조사하여 수학사 자료를 네 가지 범주로 분석한다.

나. 연구내용 가를 기초로 하여 중학교 2학년 수학사 활용 자료를 개발하고 이것을 적용할 수 있는 교육 과정안을 제시한다.

II. 이론적 배경

이론적 배경에서는 수학교육에 있어서 수학사의 관련성, 수학의 발달 과정 단계를 경험하는 역사 발생적 원리 그리고 수학사 지도의 필요성에 대하여 살펴보도록 한다.

A. 수학사와 수학교육

수학은 인간의 지적 활동으로서 문명의 발달과 더불어 발전해 왔다. 수학사는 특정한 수학 내용이 누구에 의해 언제 어떻게 발견되었는가 하는 단편적인 사실 외에도, 수학을 형성하고 다듬은 사회적, 문화적, 사상적 배경과 같이 다양한 관점에서 보기 때문에, 수학사에 대한 지식은 수학에 대한 폭넓은 이해를 가능하게 한다(황혜정, 2008).

수학이란 인간의 필요에 의해 생겨났으며 수학적 발견의 근원인 직관으로부터 시작하여 끊임없는 시행착오와 반성, 분석, 종합하는 인간 활동을 통해서 그 핵심이 정리되는 과정과 과정이 결과로 완성된 산물이라고 볼 수 있다. 그러나 지금까지의 수학교육에서는 수학을 완성된 산물인 형식적인 체계위주로 지도하여 왔고 수학적인 탐구과정, 수학이 형성되어가는 역동적인 과정, 수학이 갖고 있는 인간적인 측면 등이 고려되지 않았다(엄상미, 2005). 수학교육에 수학사를 접함으로써 수학을 배우는 것이 좀 더 의미 있고 생생한 경험이 될 수 있게 되고 그렇게 됨으로써 수학이 좀 더 쉬워지고 깊어질 수 있게 한다. 수학에 대한 태도의 함양에도 의미가 있다. 수학사를 통하여 수학이 오랜 세월 수많은 수학자들의 노력으로 발달되어 온 학문이라는 것을 알 수 있고, 오래 전의 수학적 사실이 현재에도 여전이 의미 있

는 지식이라는 것을 알 수 있다. 여기서 학생들은 수학의 가치를 알게 되고 수학적 개념, 원리의 발달 과정에 대한 깊이 있는 학습이 가능하다(양성호, 이경언, 2010). 교사에게 있어서도 수학의 진화론적인 면은 수학을 지도하는데 좀 더 인내심 있게, 좀 더 인간적이게, 좀 더 현학적이지 않게 한다. 또한 교사를 사려 깊게 하고 배우고 가르치는데 열성적이게 한다(계영희 외, 2006). 이렇듯 수학교육에 있어서 수학사는 학생들에게 수학에 대한 폭넓은 이해를 할 수 있도록 도와주고 교사에게도 열정을 가져다주는 영향력을 행사한다. 저명한 과학사가인 George Sarton(조지 사튼)은 “수학의 역사에 대한 연구는 나은 수학자를 만들 수는 없지만, 그들의 마음을 풍요롭게 하고 가슴을 부드럽게 하고 더 나은 자질을 드러나게 한다.”(계영희 외, 2006, 재인용)고 하였다. 수학의 역사에 대한 이해는 당장 눈앞에 보이는 것으로 결과지어지는 것이 아니라 수학에 대한 내면의 인식과 이해에 있어서 긍정적인 면을 가지는 것이다.

이 뿐만 아니라 수학사는 좀 더 본질적인 측면에서 수학교육에 시사하는 바가 있다. 수학은 완성된 산물일 뿐만 아니라, 과정과 산물이 종합되어 있는 것으로 본다. 그렇기 때문에 수학교육에서 수학적 사고력의 향상을 중요한 관심사로 보는 것이다. 학생들이 수학이 발달된 결과의 산물을 학습하고 이와 동시에 수학이 끊임없이 발달되어 온 과정을 살펴보는 것이 필요하다(배민혜, 2000). 수학사는 풍부한 역사적 문제들로 발달되어 온 과정을 살펴보며 과거와 접할 수 있게 해 준다. 역사 발생적 원리는 역사 발생을 단축된 형태로 되풀이 한다는 것인데 수학의 역사에서 일어났던 과정들을 학교수학 내용의 구성이나 지도 방법에 대한 구체적인 처방으로 연결시킬 수 있다. 수학의 발전 과정에 따른 사고의 결과를 계열화하고 발전 과정의 각 단계를 반복적으로 경험할 수 있도록 도와줌으로써 학생들의 수학 학습에 도움을 줄 수 있다(황혜정 외, 2008). Poincare(푸앵카레)는 “어떤 동물의 태아 발달은 지질학적 시대의 그의 선조의 전체 역사를 매우 짧은 기간 동

안에 경과한다고 동물학자들은 주장하였다. 인간의 정신 발달에서도 마찬가지인 듯하다. 교육자는 학생을 그의 선조가 통과한 모든 단계를 매우 빨리 그러나 어떤 단계도 소실되지 않게 인도해야 한다. 이러한 이유에서 학문의 역사는 우리의 첫째가는 안내자이어야 한다."(우정호, 1998, 재인용, p.135)고 주장하였다. 수학의 역사에서 일어났던 과정을 살펴 과거와 접하는 것은 수학 학습의 현재에 기여할 수 있게 해 주는 것이다. 이렇듯 수학사 지도는 수학의 진정한 모습을 대할 수 있게 하고 의미 있는 수학교육을 가능하게 해 준다.

B. 역사 발생적 원리

수학의 발달 과정 단계를 경험하는 것이 역사 발생적 원리이다. 역사 발생적 원리는 수학의 역사에서 볼 수 있는 개념의 발생과 그 발달 과정을 고찰하여 학생들이 보다 잘 이해할 수 있도록 하고, 교수-학습에서 활용하여 사용하고자 한다. 발생적 원리란 논리적 형식적으로 전개된 결과적인 지식 체계로 '가르치는' 형식적인 수학교육에 대한 반성으로 그 결함을 극복하기 위하여 제기되어 온 교수학적 원리이다. 발생적 원리는 수학을 '발생된 것'으로 파악하고 그 '발생'을 학습과정에서 재 성취하게 하려는 것이다(우정호, 2000).

역사 발생적 원리에 기여한 인물과 역사 발생적 원리의 역사를 살펴보면 다음과 같다(민세영, 2002, 우정호, 2000, 2009). 역사 발생적 원리는 16세기 연역적인 교재 구성의 전형이었던 Euclid(유클리드)의 『원론』에 대한 비판이 제기되면서부터 시작되었다고 볼 수 있다. 이를 기점으로 17세기 영국의 철학자 Bacon(베이컨)에 의하여 발생적 원리가 제시되었다. 17세기는 근대적인 학문의 형성 시기일 뿐만 아니라 일반 교수학의 성립 시기이다.

Bacon은 17세기의 과학적 실학주의 사상의 발달에 공헌하였다. 그는 모든 과학적 연구는 사실에 대한 경험으로부터 출발하는 귀납적 방법에 의존해야 한다고 하였다. 그리고 실제로 이용하기 위해서 진리를 탐구해야 한다고 하였다. 발생적 원리는 인식론과 교육학의 역사에서 과학적 탐구 방법의 특성으로 그리고 자연스러운 교수 방법으로 이해되어왔다.

Bacon에 의해서 제시된 발생적 원리는 Arnauld(아놀드)와 Clairaut(클레로)에 의해서 드러나기 시작하였고 Arnauld와 Clairaut는 기하학의 발생적인 교재를 구성하였다. Arnauld는 Euclid 『원론』의 연역적 방법의 형식으로부터 이탈한 『Nouveaux elements de geometrie』을 저술하였다. 이 책은 초등기하의 개념과 정리의 순서를 자연스럽게 재조정한 새로운 접근법과 증명을 제시하여 기하 교육에 커다란 영향을 미쳤다. Clairaut는 『Elements de geometrie』에서 수학의 역사적 발달을 내용과 학습 활동의 조직화를 위한 방법으로 사용하는 역사발생적 방법을 제시하였다. 그는 이 책에서 정의, 공리, 정리 등을 하나하나 확연하게 기술하지 않고 자연스럽게 기하학적 지식을 배울 수 있도록 하였다. 이 책은 기하학 초보의 지도에 있어서 혁명적인 것이었고 영어, 독일어, 네덜란드어, 폴란드어 등으로 번역되었으며 교과서로 채용된 곳도 있었다. 그러나 Clairaut의 시도는 성공적이지만은 못했다. 이것은 Euclid 의 『원론』이 수학의 학문의 전형으로까지 생각되고 있던 시대 상황을 생각할 때, 극복할 수 없었던 한계라고 할 수 있다. 비록 Clairaut의 시도는 성공적이지 못했지만, Euclid 의 『원론』 위주의 형식적인 수학교육에 대하여 Clairaut는 역사발생적인 관점에서 분명하게 대안을 제시하였다고 볼 수 있다(민세영, 2002).

19세기에 들어와 Lindener(린드너)에 의해서 발생적 원리가 '역사-발생적 방법'이라는 일반적인 교수학적 구상으로 명확하게 드러났다. 그는 인류에 의해 발생된 순서에 따라 학문을 지도해야 한다고 보고 수학을 제일 먼저 지도해야 한다는 주장을 하였다. Lindener는 발생적 방법 소재를 자연스

련 순서에 따라 다루어, 간단한 것으로부터 합성된 것으로, 원인으로부터 결과에, 보다 작은 것으로부터 보다 큰 것으로, 쉬운 것에서 어려운 것으로 나아가되, 하나하나의 동인을 아주 주의해서 서로 결합하는 것 이라고 정의하였다(우정호, 2000). 이것은 자연스러운 순서에 따라서 기본적인 것에서부터 전체로 서서히 발전될 수 있도록 지도해야 한다는 것이다.

19세기 중엽에 Mager(메이거)에 의해서 발생적 원리에 의한 포괄적 구성이 이루어졌다. 그는 교과서가 학문의 발달에서 중요한 과학자의 본래의 기여를 인쇄한 집성이어야 한다고 하면서 원전의 연구를 권장하였다. 그리고 그는 경험 분석적 지도방법과 유클리드적인 종합적 지도방법을 비판하였고 이 두 가지 방법의 단점을 극복한 방법이 발생적 방법이라고 주장하였다(우정호, 2000).

발생적 원리는 19세기 후반에 생물학적 발달이론, 특히 Darwin(다윈)의 이론에 의해 변화를 일으키게 되었다. 이러한 변화는 다윈 주의자인 Heackel(헤캘)이 형식화한 '재현의 법칙'이 19세기 말의 일반적인 발달관념이 되었다는 것으로 표현되었다. 발생적 원리는 19세기 후반에 형성된 교육학의 기본원리가 되었다(우정호, 2000).

Klein(클라인)은 수학이 기초가 깊어지고 지식이 발달하면서 계속적으로 성장하기 때문에 수학의 이론이 완성되었다고 생각하기 힘들고, 연역적 방법은 수학의 특성에 적합하지 않다고 비판하며 수학교육에서 응용을 강조하였다. 그는 수학교육에서 개체 발생은 종족 발생을 압축된 순서로 재현 한다는 역사 발생적 방법에 따라 원시 상태에서부터 높은 대상으로 마침내 추상적인 형식화에 이르도록 해야 한다고 주장하였다(민세영, 2002).

20세기에 들어오면서 수학교육은 발생적 원리 보다 듀이의 교육사상의 영향을 받아서 지식 중심의 교육에서 실천 지향적인 교육 중심으로 바뀌었다. 수학교사 교육을 위한 역사-발생적 원리에 따른 수학교재의 구성은 실질적으로 Toeplitz(퇴플리츠)에 의하여 최초로 이루어졌다. Toeplitz는 수학의

진정한 이해는 수학적 사실의 전달을 통해서는 달성될 수 없으며, 수학과 그 방법의 특성에 대한 올바른 파악을 통해서만 가능하다고 보고, 본질적인 것은 지식 자체가 아니라 그 관점이라고 보고 이를 터득시키기 위한 수단으로서 '간접적인 발생적 방법'을 제기하였다. 이는 수학사를 연구하여 수학의 내용적인 발달과 문제발생의 본질을 전달하기 위한 것이다.

Toeplitz는 고등학교 수학과 대학 수학 사이의 격차를 이어주는 다리로 역사 발생적 원리에 의한 지도가 가장 적합하다고 확신하였다. 그는 수학적 사실의 단순한 전달을 통해서는 수학을 진정하게 이해할 수 없고, '관점'의 전달을 통해서만 진정으로 이해할 수 있다고 하였다(민세영, 2002, 재인용, p.v). 즉, 수학과 그 방법의 특성에 대한 올바른 파악을 통해서 수학을 이해하여야 한다는 것이다. 교사는 이러한 '관점'을 대학에서 획득해야 한다고 생각하였다. 그는 수학사의 세세한 내용을 전달하려는 것이 아니라 수학의 내용적인 발달과 문제 발생의 본질을 전달하려고 한 것이다.

제2차 세계대전 후 발생적 원리가 다시 부각 되었는데 이것은 구조주의수학을 바탕으로 한 1960년대의 수학 교육과정 개선운동인 새수학과 밀접하게 관련되어 있다. '새 수학'에서는 현대수학의 학교 수학화를 지향하면서 수학의 발생적 측면을 소홀히 하였다. 이것은 1962년 Birkhoff(버코프), Courant(쿠란트), Kline(클라인), Polya(폴리아) 등 65명의 수학자가 발표한 각서 가운데에서 잘 드러난다. 과거에는 교육체제가 직업적인 교육학자들에게 지배되어 교육의 내용이 희생되고 교육학적인 이론이 강조되었지만 그 각서에서는 '새 수학'에서 수학자들이 교육학을 희생시키고 내용을 강조하고 있다는 비난과 함께 그 대안으로 역사발생적 방법을 요구하고 있는 것이다. 과학은 발생 상태에 있을 때에 가장 완전하게 동화되므로 학생들에게 완전을 읽히는 것이 매우 이로울 것이다. 개인의 정신발달을 안내하는 가장 좋은 방법은 종족의 정신발달, 물론 세세한 오류가 아닌 그 커다란 자취를 되밟도록 하는 것이고 순전히 형식적인 접근보다 발생적 원리를 따르는 것

이 보다 큰 성공을 기대할 수 있을 것이라 생각한다(우정호, 2009).

근래 주목을 받아온 이론은 Freudenthal(프로이덴탈)의 수학화 학습-지도론이다. Freudenthal의 수학화 학습-지도론은 교사의 적절한 안내를 따라, 학습자가 스스로의 활동을 통하여 수학적 개념을 자신의 현실로부터 수학화 과정을 통해 재발명해 가도록 하는 것이다(민세영, 2002, 재인용). 재발명해 가는 과정에서 수학적 개념의 역사 발생이 중요한 역할을 한다. 이러한 수학화가 가능하도록 안내하기 위해서는 수학적 개념의 역사적 발생과정에 대한 분석이 필요하다는 것을 전제로 하고 있다. Freudenthal은 학습자가 활동을 통해 학습해야 한다는 교육관을 갖고 있기 때문에 당연히 학습은 학습자의 현실로부터 이루어져야 한다고 본다(민세영, 2002, 재인용). 그렇다고 한다면 역사발생의 재현은 엄격한 의미에서 불가능하다. 따라서 Freudenthal은 재구성을 강조하게 된다. 수학의 발달을 학습자의 현실로부터 단축된 형태의 가상적 과정으로 재현시켜 줌으로써, 수학적 사고 경험을 하게 할 수 있다. 실제 역사적 과정은 많은 오류와 실패를 포함하고 있기 때문에 그러한 것을 학습자가 다 학습한다면 혼란스러울 것이다. 그래서 Freudenthal은 수학적 개념에 대한 역사적 분석을 기초로 하여 그 과정을 학습자가 자연스럽게 밟아갈 수 있도록 학습자의 현실에서 출발하는 맥락문제를 제시한다. Freudenthal이 주장하는 것이 역사적 발생 과정 그대로의 재현이 아니라는 점에서, 그의 재발명 방법이 고전적인 역사발생적 원리와 다르다는 점을 알 수 있다. 역사발생적 원리는 단순히 수학사의 이용만을 강조하는 것이 아니라, 수학교재 구성과 지도방법에 있어서 수학사와 학습자의 학습과정 사이의 관련성을 중시하는 입장이다.

민세영(2002)은 역사발생적 수학 학습-지도 원리를 다음과 같이 살펴보았다. 역사발생적 원리는 수학사관을 고려해야 한다. 역사발생적 원리는 수학적 관점의 이해를 중시하고, 수학의 역사발생과 개체발생의 평행성을 가정하고, 수학을 발생시킨 문제 문맥을 중시하고 인식론적 장애의 극복 과정

을 중시하고, 수학적 지식의 자연스러운 역사적 발생단계를 중시하고, 학교 수학에 대한 수학적 분석을 전제로 하고, 지도단원의 구성으로 구체화되어야 한다. 역사발생적 학습-지도 원리에 따라 지도하고자 한다면 가르치고자 하는 수학적 지식뿐만 아니라 역사발생 과정에 대한 내용과 그것을 바탕으로 하는 학생들의 심리적인 부분에 대한 것도 알아야 할 것이다.

Euclid의 종합적이고 연역적인 방법에 대한 대항으로 시작한 역사 발생적 원리는 수학적 지식의 전달보다는 학습자의 자연스러운 수학 학습을 위하여 발전되었다. 학습자가 수학적 개념의 역사적으로 발생된 과정을 재 발명, 재구성할 수 있도록 도와야 한다.

C. 수학사 지도의 필요성

수학교육에서 학습자들이 역사가 깊은 수학을 학습하고 생생하게 경험하여 이해하기 위한 방법으로 수학사를 활용하여야 한다. 수학사는 수학교육에서 풍부한 수학적 사고를 위한 연결 다리 역할을 한다. 그러면 수학사를 이용하는 필요성과 수학사를 이용할 때에 얻게 되는 긍정적인 영향에 대하여 선행 연구 결과를 바탕으로 살펴보면 다음과 같다.

배민혜(2000)는 수학의 학습이 수학적 내용과 지식을 습득하는 데만 그치는 것이 아니라 이와 동시에 학생들에게 흥미와 관심을 불러 일으켜 주어야 한다고 하였고, 이를 위해서 학습 활동에 다양한 교수-학습 자료를 투입하는 것이 필요하다고 하였다.

Freudenthal과 Fauvel(포벨)은 수학사를 수학 교육에 이용하면 일반적으로 다음과 같은 네 가지 이점이 있다고 하였다(우정호, 1998, 재인용). 첫째, 알고리즘적인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는 데 이용할 수 있다. 둘째, 교육과정 구성에서 '자연스러운' 내용 배열의 준거가 되

며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다. 셋째, 수학의 역사적 발달 과정에 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해 보게 하여, 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어 넣을 방안을 찾을 수 있다. 넷째, 현대 기술 문명의 발달에서 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

신항균(1998)은 수학 교육에 수학사를 도입하는 데 있어서의 필요성 및 의의를 다음과 같이 말하고 있다. 첫째, 수학은 예전의 수학의 형식과 꼭 같지는 않지만 근본적인 내용이 같은 영속성을 지니고 있다. 수학이 하나의 학문으로서 체계를 갖추게 된 것은 이미 오래 전 유클리드가 몇 개의 공리와 공준을 정하여 수학적 명제들을 논리적으로 추론한 때에서 비롯되었다고 볼 수 있다. 그 후로 이 형식은 수학적 논증의 한 모델이 되었고, 오늘날 수학의 모든 배경이 되었다. 수학은 시간과 문화적 환경에 구애받지 않는 학문이다. 예를 들어, 옛날 바빌로니아의 이차 방정식의 풀이 방법이 현재에도 그대로 적용될 수 있으며, 그리스인들의 기하학적 작도가 오늘날에도 중요한 수학적 부분이 된다. 둘째, 수학은 고대에 발견된 여러 법칙들 위에 계속 새로운 내용들이 축적되어 점점 더 영역이 넓어져 가는 확장성을 지니고 있다. 옛날에 발견되거나 알아 낸 훌륭한 논리적 결과는 계속하여 수학의 한 부분으로 남아 있게 되고, 그 위에 조금씩 새로운 내용들이 더해져 그 영역이 넓어져 가게 된다. 셋째, 수학은 반드시 본질적인 것인 처음부터 시작해야 하는데 이는 수학이 가지고 있는 계통성 때문이다. 수학이 연역적이기 때문에, 수학이론은 명백히 서술된 공리들로부터 논리적 추론에 의하여 점진적으로 확립된다. 어떤 정리의 내용은 그것을 공리에 연관시키는 그 정리보다 앞서 나타난 모든 정리들의 지식을 함의하거나 또는 함의하여야만 한다는 것이다. 그래서 수학을 시작하는 사람은 처음부터 시작하여야 하고

또 수학에 있어서 과거는 우리에게 큰 영향을 미치고 있으며 본질적으로 수학을 학습할 때에는 고대 수학인 것을 먼저 공부해야 한다. 넷째, 수학사의 일화나 역사적인 수학문제 속에서 학생들이 친밀성을 느끼는 동안 학생의 정의 교육이 이루어지게 된다. 우리는 수학 교육에 있어서 수학적 성향, 흥미, 관심 등의 정의 교육도 중요시하는데, 이는 수학자의 일화, 역사적인 수학 문제, 수학적 개념의 유래 등의 수학사의 여러 부분의 학습에서 이루어질 수 있고, 학생들은 이런 수학사적인 내용에 친근감을 느끼고 상당한 관심을 가지고 있다.

엄상미(2005)는 수학사 활용 수업이 학생들의 학습 태도를 긍정적으로 변화시키는데 효과가 있다고 하였다. 수학사 활용 수업을 통하여 교사는 수학적 활동의 방향을 제시하고 바람직한 교실문화의 발전을 이끄는데 중요한 역할을 하였다고 할 수 있다. 수학사 활용 수업을 통하여 바람직한 수업의 사회문화 형성이 이루어졌다고 볼 수 있다.

수학사를 수학 교육에 이용하면 얻게 되는 이점이 많이 있음을 알 수 있지만, 실제 우리나라 수학 교육과정에서는 수학사의 이용에 대한 언급조차 없고 교과서 집필상의 유의점에서 학습동기 유발을 위한 소재로 이용할 것을 권고하고 있는 정도이며, 기껏해야 교과서의 각 단원의 도입 부분이나 끝 부분에서 읽을거리로 간단한 역사적 발달 과정이나 일화를 언급하고, 단원의 내용과 관련된 유명한 수학자를 소개하는 정도에 불과하다(우정호, 1998). 그 이유 중의 하나는 수학 교사 교육과 재교육 과정에서 수학교육에서 역사 발생적 과정의 중요성은 인식하고 있으면서도 실제로는 수학사에 대해 관심을 기울이고 있지 못하기 때문으로 보인다. 현실적으로 수학 교육에 수학사를 활용하려면 교사가 수학사를 도입하려는 필요성을 인식하고 수학 수업에 수학사를 도입하는 입장을 분명히 하는 것도 중요하다.

유현주(1999)는 수학사를 수학 수업에 도입하는 입장을 다음과 같이 다섯가지의 관점으로 설정하였다. 첫째, 수학에 대한 흥미를 고조시키는 입장이

다. 학생들이 배우는 학습 내용 중 따분한 수학 기호에 대하여 그 유래 등을 알아봄으로써 어떤 친근감이나 안도감을 가질 수도 있으므로 수학자들이 탐구한 모습, 수학 기호와 용어에 관한 것, 수학자의 생애나 일화에 관한 것, 수학의 형성사 등을 학생들에게 수업 시간에 소개하게 되면 학생들이 흥미를 가지게 될 것이다. 둘째, 수업 내용을 발전시키기 위한 입장이다. 교과서의 본문에는 거의 제시되지 않은 수학적 형식, 알고리즘 등과 관련된 과정이나 그 배경을 활용하여 개념적 사고를 고취시키고 보다 발전적인 학습 지도를 전개하기 위한 입장이다. 셋째, 자유탐구를 하기 위한 입장이다. 교과서의 내용에만 의존하지 않고 자유로운, 보다 진일보한 학습을 시키기 위한 입장으로 수학사로부터 여러 화제를 활용할 수 있다. 넷째, 수업에 활용하기 위한 입장이다. 교사가 어떤 내용의 교수-학습을 계획할 때, 학생이 그 내용에 보다 흥미를 가지고 잘 이해할 수 있도록 하기 위해 수학사로부터 지식과 식견을 활용하는 입장이다. 수학사는 인류의 대역적인 학습 과정이므로 이에 대한 교사의 지식은 학생들이 수학 학습에서 겪는 어려움을 이해하고 그에 대처하는 방안의 실마리를 제공해 줄 수 있다. 예를 들면, 오늘날 엄밀하지 못한 것으로 인식되고 있는 여러 가지 수학적 내용이 100년이나 200년 전에는 널리 받아들여진 경우가 많았다는 역사적 사실을 아는 교사는 엄밀성의 수준에 따라 생각하고 절대적인 것으로 보지 않게 되며, 학생들이 이해하기 어려운 엄밀한 전개를 고집하지 않고 학생들의 수준에 맞는 적절한 전개를 하게 될 것이다. 다섯째, 교재 구성을 위한 입장이다. 이것은 개인의 수학적 사고 발달은 수학의 역사 자체를 따른다는 역사 발생적 원리에 의한 교재 구성을 의미한다. 발생적 원리는 수학은 완성된 산물로써가 아니라, 역사적 발생 과정, 곧, '수학화' 과정을 다시 밟게 함으로써 바르게 이해되거나 적용될 수 있다는 생각을 바탕으로 한다. 수학사를 지도하여 흥미와 관심을 자연스럽게 유발시켜 수학 학습에 도움이 되게 하고, 수학적 개념에 대한 이해와 발달 그리고 수학적 사고를 기르려 한다.

D. 선행 연구 분석

수학 수업에서 수학사를 활용하는 것을 추진하고 수학사 활용에 대한 긍정적인 영향의 결과를 나타내는 연구가 이루어지고 있다. 다음은 수학사 활용에 관한 선행 연구를 살펴본 것이다.

엄상미(2005)는 수학사 활용 수업에 나타난 학습 태도와 학습 과정의 특징에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다. 첫째, 수학 학습 태도의 유의미한 차이를 알아보기 위하여 통계처리를 통하여 분석하였다. 그 결과 수학사 활용 수업이 학생들의 학습 태도를 긍정적으로 변화시키는데 효과가 있었다. 둘째, 학습 과정의 특징 중 교사의 역할 측면에서 어떤 특징이 나타나는지 알아보기 위해 참여관찰을 통하여 분석하였다. 그 결과 수학사 활용 수업을 통하여 교사는 수학적 활동의 방향을 제시하고 바람직한 교실문화의 발전을 이끄는데 중요한 역할을 하였다. 셋째, 학습 과정의 특징 중 수업의 사회문화 측면에서는 어떤 특징을 보이고 있는지를 분석하였다. 그 결과 수학사 활용 수업을 통하여 바람직한 수업의 사회문화 형성이 이루어졌다.

이혜현(2008)은 중학교 방정식 단원을 중심으로 수학교과서에서의 수학사 활용에 관한 연구를 하였다. 연립방정식 부분에 대한 내용을 재구성하여 교수-학습 지도안을 제시하고, 그 기대 효과에 대해 논하였다. 수학사 활용 수업의 전, 후 단계에서 나타난 전체적인 효과는 학생집단을 대상으로 각각 두 번에 걸친 수학 및 수학교과에 대한 태도검사에 의해 검증되었다. 그 결과 유의수준 5% 내에서 단원 도입시 수학사 활용에 따른 사후의 수학적 태도변화에 유의미한 차이가 있었다. 다시 말하여 수학사를 활용한 교수-학습이 중학교 2학년 학생들의 수학 및 수학교과에 대한 흥미, 주의집중, 자신감, 성취동기 영역에 대한 태도에 긍정적인 효과가 있음을 알 수 있다. 특히 방정식 단원에 수학사를 도입함으로써 기계적으로 암기하여 해를 구하는

학습 형태에서 벗어나 모르는 것을 문자를 사용하여 아는 것으로 바꾸는 사고의 전환과 방정식을 만들어 문제를 해결하는 것이 얼마나 많은 사람들이 고민해 왔는가를 생각하게 할 수 있으며 더불어 교과서에 제시된 방정식의 풀이법이 얼마나 편리하고 간단한 해법인지 스스로 알 수 있다. 바로 그 때 적극적이고 능동적인 학습자가 될 수 있다.

이진(2009)은 7차 교육과정 고등학교 2학년 수학I 교과서 12종의 지수와 로그 및 수열단원에서 수학사 분석 연구를 하였다. 먼저, 수학사가 서술되어 있는 위치를 도입, 전개, 마무리로 나누어 조사하였다. 도입부분에 수학자의 사진과 함께 업적과 생존시기가 나열되어 있는 경우가 대부분이었고 도입부분으로서의 역할인 단원의 배경지식이나 정보는 부족하였다. 전개부분에서는 개념의 뜻과 성질을 설명하고 있었고 수학사가 활용된 예는 거의 없었으며 발명과정이나 개발을 경험하도록 구성되어 있지는 않았다. 마무리 단계에서는 수학사와 관련된 보조 자료의 제시 정도였으며, 발명의 과정을 알게 하는 구성 자료는 수열 단원에 편중되어 있었다. 수학이 인간의 필요에 의해서 탄생되었다는 사실을 바탕으로 이에 연결된 자료와 실생활 문제에 적용할 수 있다면 수학이 학생들에게 더욱 친근하게 받아들여질 것이다. 수학사의 내용이 주로 수학자의 생애 및 업적의 도입이 많았으며 마무리 단계에서는 실생활과 관련 있는 문제를 풀어 보도록 구성해 놓았다. 교과서가 형식적이고 연역적 전개가 아니라 발견적 전개로 서술되어야 하며, 수학의 역사적 발달 순서에 따라 교재를 구성하고 수학자가 겪은 과정을 재발명하도록 서술되어져야 한다.

고지숙(2005)은 선행연구와 교과서 분석을 통해 문제점과 부족한 점을 파악하였다. 수학 수업에서 수학사의 활용은 학생들에게 흥미유발이나 학습 동기유발이라는 정의적 영역에만 영향을 주는 것 뿐만 아니라, 수학적 개념을 형성하거나 이해하는 데에도 도움을 준다. 그러나 교과서에 제시되고 있는 수학사의 내용은 많은 부분이 흥미 위주의 간단한 이야기 소재이거나 그

러한 자료의 제시에 그치고 있었고 실제로 수업에 관련하여 활용되고 있는 자료는 부족한 실정이었다. 이를 극복하기 위한 방향으로 개발된 수학사 자료가 다음과 같은 점을 극복하였다고 생각한다. 첫째, 수학사를 활용하여 교과 내용을 지도할 수 있도록 수학사를 활용한 문제의 구성은 수학사를 수학수업에 활용하는데 있어서 진도상의 문제나 시간의 부족 등을 어느 정도 해결할 수 있을 것이다. 둘째, 수학 수업에서 학생들에게 바로 적용할 수 있도록 활동지 형식으로 제시한 자료는 활용할 자료의 부족과 활용할 구체적인 방법을 몰라서 활용하지 못했던 수업에 사용될 수 있을 것이다. 셋째, 수학적 개념이 탄생하게 된 배경이나, 그 과정을 소개 하고 문제로 구성한 자료는, 수학사의 활용이 학생들에게 흥미나 학습 동기를 유발시켜 줄 뿐 아니라 수학적 개념을 형성하거나 이해하는데 도움을 줄 수 있을 것이다. 따라서 수학 수업에 수학사를 활용하는 역할에 대해 좀 더 다양하고 폭 넓은 인식을 할 수 있을 것이다.

III. 연구 방법 및 절차

학교수학에서 수학사 활용에 대한 분석을 하기 위하여 교과서를 임의로 택하여 단원별로 분석하였고 수학사 자료를 유형별로 분류하였다.

A. 분석 대상

본 연구는 제7차 개정 교육과정으로 학습하는 중학교 2학년 학생들이 수학 학습에서 수학사 자료를 활용할 수 있도록 자료를 개발하는 것을 목적으로 하였다. 교과서 분석을 위해 제7차 개정 교육과정 중학교 교과서 수학2와 수학익힘책2에서의 수학사 활용을 조사하였다. 17종의 교과서 중에서 임의로 선택한 10종의 교과서는 다음 표와 같다.

제 목	출판사	저자
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	미래엔 컬쳐그룹	유희찬 외 7
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	천재교육	이준열 외 5
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	대교	정창현 외 4
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	두산동아	우정호 외 9
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	비유와 상징	김원경 외 6
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	지학사	신항균 외 3
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	더텍스트	윤성식 외 5
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	성지출판	김홍종 외 3
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	도서출판 지학사	이강섭 외 4
중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2	금성출판사	정상권 외 6

〈표 III-1〉 조사 대상 교과서 10종

B. 분석 방법

제7차 개정 교육과정의 중학교 수학2, 중학교 수학익힘책2의 10종 교과서의 단원을 7개로 분류하고 단원별로 수학사 자료가 어떻게 활용되고 있는지 살펴본다. 교과서의 수학사 자료를 4가지 유형으로 구별하여 조사한다. 7개의 단원과 4가지 유형은 다음 표와 같다.

단원의 분류
I. 유리수와 근삿값
II. 식의 계산
III. 방정식과 부등식
IV. 일차함수
V. 확률
VI. 도형의 성질
VII. 도형의 닮음

<표 III-2> 단원의 분류

수학사 자료의 유형
1. 수학자 소개
2. 용어·정리의 수학사적 내용
3. 수학사적 문제 활용
4. 수학 개념의 역사적 발달 과정

<표 III-3> 수학사 자료의 분류

교과서 분석과 선행연구를 바탕으로 문헌과 연구물들을 참고하여 중학교 2학년 교육과정에 맞는 수학사 자료를 단원별로 개발한다. 개발한 자료를 바탕으로 실제 수학 수업에 활용할 수 있게 학습지도안의 예를 제시한다.

IV. 연구 결과

A. 교과서에서의 수학사 자료 활용 분석

1. 분석 대상

중학교 2학년 제7차 개정 교육과정의 17종의 수학교과서 중에서 수학사 활용 자료를 분석하기 위해 10종의 교과서를 선정하여 분석하였다. 선정한 10종의 교과서는 다음과 같다.

수학책	수학 익힘책	출판사	저자
A	a	미래엔 컬쳐그룹 (대한교과서)	유희찬 류성림 한혜정 강순모 제수연 김명수 천태선 김민정
B	b	천재교육	이준열 최부림 김동재 송영준 윤상호 황선미
C	c	대교	정창현 김창동 이치형 민정범 김지용
D	d	두산동아	우정호 박교식 박경미 이경화 김남희 임재훈 박인 이영란 고현주 김은경
E	e	비유와 상징	김원경 조민식 김영주 김윤희 방환선 윤기원 이춘신
F	f	지학사	신항균 이광연 윤혜영 이지현
G	g	더텍스트	윤성식 조난숙 김화영 조준모 장홍월 김해경
H	h	성지출판	김홍종 계승혁 오지은 원애경
I	i	도서출판 지학사	이강섭 왕규채 송교식 이강희 안인숙
J	j	금성출판사	정상권 이재학 박혜숙 홍진곤 서혜숙 박부성 강은주

<표IV-1> 중학교 2학년 조사 대상 10종 교과서

2. 단원의 분류

10종의 교과서는 대단원이 동일하지는 않지만 같은 교육과정의 지침 아래 만들어졌기 때문에 내용과 순서는 유사하다. 중학교 2학년 교육과정의 영역별 교육 체계에 대하여 살펴보고 대단원을 다음과 같이 7개로 분류하기로 한다.

<table>
<tr><th>단원의 분류</th><th>해당 영역</th><th>내용 체계</th></tr>
<tr><td>I. 유리수와 근삿값</td><td>수와 연산</td><td>· 순환소수의 의미
· 유리수와 순환소수의 관계
· 근삿값과 오차, 참값의 범위
· 근삿값의 표현 방법</td></tr>
<tr><td>II. 식의 계산</td><td rowspan="2">문자와 식</td><td>· 이차식의 덧셈과 뺄셈
· 지수법칙
· 다항식의 곱셈, 곱셈 공식
· 다항식의 나눗셈
· 등식의 변형</td></tr>
<tr><td>III. 방정식과 부등식</td><td>· 미지수가 2개인 일차방정식
· 연립일차방정식
· 부등식의 해, 기본 성질
· 일차부등식
· 연립일차부등식</td></tr>
<tr><td>IV. 일차함수</td><td>함수</td><td>· 일차함수의 뜻과 그래프
· 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계
· 일차함수의 활용</td></tr>
<tr><td>V. 확률</td><td>확률과 통계</td><td>· 경우의 수
· 확률의 뜻과 기본 성질
· 간단한 확률의 계산</td></tr>
<tr><td>VI. 도형의 성질</td><td rowspan="2">기하</td><td>· 명제의 뜻과 증명의 의미
· 삼각형과 사각형의 성질 증명</td></tr>
<tr><td>VII. 도형의 닮음</td><td>· 도형의 닮음
· 닮은 도형의 성질
· 삼각형의 닮음조건
· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비
· 삼각형의 중점 연결 정리
· 닮은 도형의 넓이와 부피</td></tr>
</table>

<표 IV-2> 중학교 2학년 과정의 단원의 분류와 내용 체계

3. 단원별 수학사 활용 자료 분석

중학교 2학년 수학 교과서에서 수학사 자료가 단원별로 어떻게 활용되고 있는지 알아보자. 수학사적 내용의 분포와 특징을 알아보기 위하여 중학교 2학년 수학 교과서 10종을 택하여 분석하였다. 자료에 대한 유형은 '수학자 소개', 용어 정리의 수학사적 내용, '수학사적 문제 활용' 그리고 '수학 개념의 역사적 발달과정'으로 분류하였다.

'수학자 소개'에서는 수학자의 삶이나 업적, 수학자의 일화, 수학자 연대표 그리고 수학자의 격언을 다룬 내용을 포함하고 있다. '수학자 소개'의 한 예를 보자. Thales(탈레스 ; ? B.C.640～? B.C.546)는 논리적인 체계로 수학의 기초를 세운 수학자 중의 한 사람이다. 그는 기하학적인 지식을 창의적인 방법으로 사용하여 여러 가지 문제를 해결한 것으로도 유명하다. 탈레스는 닮음을 이용하여 피라미드의 높이를 재었는데 자신의 그림자의 길이가 자신의 키와 같아지는 순간에 피라미드의 그림자의 길이를 재어 피라미드의 높이를 알아냈다고 한다. (b 의 도형의 닮음 중에서)

'용어·정리의 수학사적 내용'에서는 수학적 용어의 수학사적 설명, 정리 내용을 수학사를 활용하여 설명한 것 그리고 수학 어원의 유래를 이야기 거리로 다룬 것을 포함한다. '용어·정리의 수학사적 내용'의 예를 보면 다음과 같다. 종이를 길게 잘라 띠를 만들면 또 다른 수학과 만날 수 있는데 그것이 바로 뫼비우스의 띠이다. 뫼비우스의 띠는 경계가 하나밖에 없는 2차원 도형으로 1858년에 뫼비우스가 발견하였다. (f 의 도형의 성질 중에서)

'수학사적 문제 활용'에는 수학사 문제를 적용하여 제시한 것이다. 수학사 문제를 포함하여 이야기를 설명한 것도 포함한다. 예를 들면, 조선 후기의 실학자인 황윤석이 펴낸 수학책 『이수신편』의 '난법가'에는 다음과 같은 문제가 있다. “어른과 아이를 합하여 100명이 있다. 100개의 만두를 어른에게는 세 개씩 나누어 주고, 아이에게는 세 사람당 한 개씩 나누어 줄

수 있다. 어른은 몇 명이고 아이는 몇 명일까?" 이 문제를 연립방정식을 이용하여 풀 수 있을까? (A 의 연립방정식 중에서)

수학 개념의 역사적 발달 과정에서는 수학적 개념을 개념의 발생 과정에 따라 설명한 것을 말한다. 과거의 풀이법과 현재의 풀이법을 비교하여 보여준 것도 포함한다. 예를 들면, 다음은 주어진 문장을 수식으로 표현한 것으로 ①~④는 수식 표현의 변천 순서이다. '어떤 수를 세 번 곱한 값에서 어떤 수를 두 번 곱한 값의 2 배를 빼고, 다시 어떤 수의 5 배를 더한 후 3을 뺀다.' ① Diophantos(디오판토스 ; ?200~?284) : $K^T\alpha\zeta\epsilon\lambda\Delta^T\beta\sigma M\gamma$ (그리스 알파벳에서 α=1, ζ=7, ϵ=5, β=2, γ=3을 뜻한다.) ② Viēta(비에타 ; 1540~1603) : A cube-2 in A quadratum+5 in A latus seu radix-3 ③ Harriot (해리엇 ; 1560~1621) : AAA-2AA+5A-3 ④ Descartes(데카르트 ; 1596~1650) : x^3-2x^2+5x-3 (g 의 식의 계산 중에서)

다음은 중학교 2학년 수학 교과서의 수학사 자료를 조사한 것이다. 7개의 단원을 '수학자 소개', '용어·정리의 수학사적 내용', '수학사적 문제 활용', '수학 개념의 역사적 발달과정'으로 4개의 범주로 나누어 교과서의 수학사 자료를 조사하였다.

1) 유리수와 근삿값

10종의 교과서에서 유리수와 근삿값 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 17개의 수학사 자료 중에서 12개의 자료로 약 70.59% 가 수학자를 소개 하고 있다. 그 중 십진법을 연구하고 소수를 발견한 스테빈의 소개 4개로 가장 많았다. 수학사에 관한 자료가 없는 교과서도 2종 있었다. 분석에 대한 자세한 내용은 다음 <표Ⅳ-3>과 같다.

단원	I. 유리수와 근삿값				해당 영역			수와 연산			
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	2 (1)	1	1	1		1	2	1 (1)		10 (2)
용어·정리의 수학사적 내용			(1)	(1)	(1)						(3)
수학사적 문제 활용	1										1
수학 개념의 역사적 발달과정			1								1

<표 IV-3> 유리수와 근삿값의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

유리수와 근삿값 단원에서 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, D, E, G, H, I, i 이다. A, C, D, I 는 Stevin(스테빈, 십진법을 연구, 소수를 발견)을 간단하게 소개하였고 G 는 수학자 인터뷰로 Stevin을 인터뷰 하듯 Stevin의 업적(단위 분수의 계산, 소수를 표현하는 방법)을 소개하였다. B 는 순환소수를 소개하는 부분에서 Fibonacci(피보나치, 순환소수를 논한 가장 오래된 책인 산반서 저술)를, 근삿값을 표현하는 부분에서 Eratosthenes(에라토스테네스, 지구의 둘레를 구함)를 여백에 소개하였다. b 는 단원을 소개하는 부분에서 Eratosthenes가 지구의 둘레의 길이를 구한 방법에 대하여 설명하고 수학자 연대표를 나타내고 있다. E 는 피타고라스 학파가 말한 순환과 숫자 9의 연관성을 간단하게 소개하였다. H 는 가우스의 격언과 Stevin과 네이피어를 소개하였고, 힐베르트의 묘비에 적힌 글의 소개와 정사각형의 대각선을 측정한 바빌론 점토판과 π의 근삿값을 사용한 예를 보여주었다. i 는 단원의 시작에 이 단원과 연관이 있는 수학자들(아르키메데스, 피보나치, 스테빈, 파스칼)을 연대에 따라 나타내었다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

유리수와 근삿값 단원에서 '용어·정리의 수학사적 내용'을 담은 교과서는 c, d, e이다. c는 유리수의 어원과 원주율의 근삿값을 읽을거리로 제공하고 있다. d는 근삿값인 측정 단위에 대한 역사를 간략하게 소개하였다. e는 유리수와 근삿값의 단원의 시작에서 분수, 소수의 처음 사용한 표현과 기원을 소개하였고, 흥미 있는 수학 이야기로 제논의 역설을 말하였다. 제논의 역설 중에 '아킬레스와 거북이의 경주'를 순환소수와 관련하여 이야기하고 있다.

③ 수학사적 문제 활용

유리수와 근삿값 단원에서 '수학사적 문제 활용'이 있는 교과서는 A이다. A는 호루스의 눈에 관한 이야기와 단위분수의 합의 표현방법과 풀이에 대하여 설명하였다.

④ 수학 개념의 역사적 발달과정

유리수와 근삿값 단원에서 C는 '수학자를 만나요' 라는 제목으로 수학사 활동을 제공하고 있다. 수학자를 조사하여 카드를 만들고 게임을 하여 놀이 과정을 통해 수학자에 대한 이해와 흥미를 높이는 데에 목적을 두고 있다.

2) 식의 계산

10종의 교과서에서 식의 계산 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 22개의 수학사 자료 중에 '수학자 소개'와 용어가 9개(약 40.91%), 정리의 수학사적 내용이 5개(약 22.73%) 그리고 '수학사적 문

제 활용'이 6개(약 27.27%)로 '수학 개념의 역사적 발달과정'을 제외하고 고르게 분포되어 있었다. '수학자 소개'는 식의 계산과 관련된 많은 수학자들을 언급하였고, 수학자들을 연대표로 나타낸 것도 있었다. '용어·정리의 수학사적 내용'과 '수학사적 문제 활용'에서는 마방진을 다룬 교과서도 있었다. 수학사 내용을 다루지 않은 교과서도 1종 있었다. 분석에 대한 자세한 사항은 다음 <표IV-4>에 나타난 것과 같다.

단원	II. 식의 계산				해당 영역			문자와 식			
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	1 (2)	1				1	2		(1)	6 (3)
용어·정리의 수학사적 내용		(2)	(1)	(1)	(1)						(5)
수학사적 문제 활용	1				1			2	1	(1)	5 (1)
수학 개념의 역사적 발달과정							(1)		(1)		(2)

<표 IV-4> 식의 계산의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

식의 계산에서는 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, G, H, i이다. A는 지수법칙을 설명하고 여백에 피보나치(수와 식의 계산법을 서양에 전달)를 소개하였다. B는 스테빈(지수를 기호로 나타냄), 그레고리(교환, 분배법칙의 본질 설명), b는 프랭클린(마방진을 연구)을 간략하게 소개하였고, 식의 계산과 관련된 것과 수학자(수표, 디오판토스, 비에타, 스테빈, 그레고리)를 연대표로 나타내었다. C는 단원의 도입 부분에서 단원 엿보기로 네이피어(편리한 계산법 고안)를 소개하고 있다. G는 수학자 인터뷰로

오일러의 업적(수학에서 쓰이는 기호를 만듦)에 대하여 소개하였다. H는 레오나르도 피사노(피보나치, 제곱, 세제곱, 네제곱을 표현)와 데카르트(지수를 사용)를 소개하였다. 또, H는 힐베르트와 힐베르트의 2번과 10번 문제를 해결한 괴델과 마티야세비치를 소개하였다. i는 단원의 시작에 이 단원과 관련 있는 수학자들(비에타, 스테빈, 해리엇, 데카르트)을 연대에 따라 나타내었다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

식의 계산 단원은 b, c, d, e에서 '용어·정리의 수학사적 내용'을 활용하였다. b는 식의 계산 단원의 도입 부분에서 바빌로니아 시대의 수학(점토판에 새겨 표를 만듦, 길이, 넓이, 부피의 낱말이 미지수 역할)을 살펴보았고, 단원이 끝난 후에 쉬어가기로 마방진에 대하여 다루고 있다. c는 중국과 인도 등에서 쓰였던 수의 단위를 제시하면서 순간과 찰나를 설명하였다. d는 거듭제곱 표현 방법의 도입을 간략하게 보여주었다. e는 식의 계산의 단원 소개에서 대수학(algebra)의 기원에 대하여 말하고 있다.

③ 수학사적 문제 활용

'수학사적 문제 활용'을 한 교과서는 A, E, H, I, j이다. A는 인도의 고대 베다 경전에 바탕을 둔 베다 수학의 계산법과 원리를 소개하였다. E는 아메스가 쓴 『파피루스』에 수록된 문제를 제시하였다. H는 힐베르트의 열 번째 문제를 소개하였다. 또, H는 콜라츠의 $3n+1$ 문제를 제시하였다. I, j는 마방진에 대한 설명과 곱셈 마방진의 소개하였고 I는 마방진을 만드는 문제를 제시하고 있다.

④ 수학 개념의 역사적 발달과정

'수학 개념의 역사적 발달과정'의 내용을 다룬 교과서는 g, i 이다. g, i 는 주어진 문장의 지수 표현을 변천 순서에 따라 수식으로 표현하였다.

3) 방정식과 부등식

10종의 교과서에서 방정식과 부등식 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 방정식과 부등식 단원에서는 수학사 활용 자료 49개 중에 '수학사적 문제 활용'이 22개(약 44.90%)로 가장 많았는데 『그리스 시화집』, 『산법통종』, 『손자산경』, 『구일집』, 『구장산술』 등 과거의 수학책에서 나오는 연립방정식 문제와 풀이 방법을 보여주었다. 10종의 교과서에서 '수학 개념의 역사적 발달과정'에 관한 자료가 6개가 있는데 그 중 방정식과 부등식 단원에 3개로 가장 많이 나타나고 있다. 이 단원에서는 과거 수학책의 풀이 방법과 현재 문제의 풀이법을 보여줌으로써 연립방정식을 푸는 방법의 차이를 볼 수 있게 하였다. 10종의 교과서에 실린 수학사 자료 173개 중에 방정식과 부등식 다원은 49개(약 28.32%)로 다른 6개의 단원에 비하여 많은 수학사 자료가 나타났는데 그 이유는 방정식과 부등식의 단원을 방정식 단원과 부등식 단원으로 분류한 교과서에서 각각 수학사 내용을 다루고 있기 때문인 것으로 추측된다. 분석은 다음 <표IV-5>에 나타난 것과 같다.

단원	III. 방정식과 부등식				해당 영역		문자와 식				
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	2 (2)	1 (1)	2		1	1	2	(1)		10 (4)
용어·정리의 수학사적 내용	1	1 (1)	1			(1)	1	1	1	1 (1)	7 (3)
수학사적 문제 활용	(1)	3 (1)	1 (1)		4			2	3 (3)	1 (2)	14 (8)
수학 개념의 역사적 발달과정	1	(1)					(1)				1 (2)

<표 IV-5> 방정식과 부등식의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

방정식과 부등식에서 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, c, D, F, G, H, i 이다. A, D, F는 해리엇(미지수와 상수를 문자로 구분하여 표현, 부등호를 처음 사용)을 간단하게, G는 수학자 인터뷰로 소개하였고, F는 부게(등호가 포함된 부등호를 처음 사용)도 소개하였다. B는 복잡한 연립방정식에서 가우스(가우스 소거법을 도입)를 간략하게 소개하였다. 그리고 B는 방정식 단원의 마지막에 역사 속의 수학의 난으로 C는 단원의 시작에서 단원 엿보기로 c는 읽을거리로 보다 자세한 이야기로 아라비아 수학의 알콰리즈미(방정식의 해법을 연구)에 대하여 소개하였다. b는 방정식에 관하여(디오판토스, 구장산술, 알콰리즈미, 가우스) 그리고 부등식에 관하여(비트만, 레코드, 해리엇, 부게르) 연대표로 나타내었다. D는 부등식의 계산 문제를 풀어 푸앵카레의 명언을 완성하는 것으로 부등식을 마무리 하고 있다. H는 방정용어의 처음 사용과 연립일차방정식을 연구한 케일리를 언급하고 있다. 또, H는 카르타고의 여왕 디도의 디도 부등식을 설명하고, 부등식에 관한 디도, 비에타, 해리엇을 언급하였고, 유리수 사이에 수가 있

다고 말한 수학자들과 연립부등식 풀이법을 개발한 단치히에 대하여 언급하였다. i는 단원의 시작에서 이 단원에 연관있는 수학자들(디오판토스, 카르다노, 해리엇, 황윤석)을 연대에 따라 나타내었다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

'용어·정리의 수학사적 내용'을 실은 교과서는 A, B, b, C, f, G, H, I, J, j이다. A는 방정식에 관하여 조선 시대 수학 책 『구일집』을 간단하게 소개하였다. B, I는 부등호의 유래(>, < 해리엇이 처음으로 사용, 부게르는 갈다를 합쳐서 부등호)에 대하여 소개하였다. b는 『구장산술』에서 유래되어온 방정식, 기호의 발달과 함께 도입된 부등식에 대한 내용을 설명하였다. C는 『구장산술』(중국에서 가장 오래된 수학책)을 간단하게 소개하였다. f는 방정식의 유래를 『구장산술』의 각 장을 소개하고 연립일차방정식의 해를 구하는 문제와 풀이를 보여주고 있다. G는 무엇을 다오판토스의 방정식이라고 하는지 설명하였다. H는 두 유리수 사이의 값으로 모든 수를 나타낼 수 있는 내용과 이것이 발전하여 '수'가 무엇인지 설명할 수 있게 되었다고 하였다. J는 방정식의 역사에 대하여 설명하였다. j는 등호와 부등호의 역사에 관하여 자세하게 설명하였다.

③ 수학사적 문제 활용

수학사적 문제를 활용한 교과서는 a, B, b, C, c, E, H, I, i, J, j이다. a, B, c, I는 유클리드의 『그리스 시화집』에 나오는 내용 중 연립방정식으로 풀 수 있는 문제를 제시하였다. B는 단원의 도입 부분에서 조선시대의 연립방정식에 대한 문제를 보여주었고, B와 I는 조선 후기의 『이수신편』의 '난법가'에 실린 문제를 연립방정식을 사용하라는 문제를 제시하였다. b는 아르키메데스와 지레의 원리를 이용한 일화를 언급하고 지레의 원리를 사용한 문제를 제시하였다. C는 『산법통종』에 실려있는 문제

를 제시하였다. E는 바빌로니아 점토판에 새겨진 방정식 문제를 해독하여 제시하고 해결 방법을 단원을 배우며 해결하기를 요구하고 있다. 또, E는 『구장산술』에 실린 내용과 풀이 방법을 예제를 통하여 제시하고 『구일집』과 『구장산술』에 실린 내용의 연립 방정식 2문제를 예제 밑에 제시하였다. H, I는 『손자산경』에 실린 문제를 제시하였다. 그리고 H는 『손자산경』에 실린 탕배 문제를 제시하였다. i는 『산법통종』에 나오는 '이완지승가'를 만화로 보여주었다. 또, i는 『산법통종』에 나오는 구미호와 붕조에 관한 문제와 『구장산술』 제 8장인 '방정'장에서 나오는 문제를 제시하였다. J는 『구장산술』의 소개와 소와 양의 값을 구하는 문제를 제시하였다. j는 바스카라의 『릴라바티』에 실린 문제를 제시하고 풀이 방법을 보여주었다. 또, j는 유클리드의 『그리스 시화집』에 나오는 문제와 이 문제를 연립방정식을 사용하여 푸는 방법을 보여주었다.

④ 수학 개념의 역사적 발달과정

'수학 개념의 역사적 발달과정'의 내용을 다룬 교과서는 A, b, g이다. A, g는 조선 시대의 풀이 방법을 소개하고 있다. 「이수신편」에 소개된 문제를 이율분신이라는 과정으로 푸는 방법을 설명하고 있다. b는 『손자산경』에 실려있는 문제를 손자산경의 풀이법과 현재의 풀이법을 비교할 수 있게 풀이방법의 일부를 제시하였다.

4) 일차함수

10종의 교과서에서 일차함수 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원은 173개의 수학사 자료 중에서 13개(약 7.51%)로 가장 적게 수학사를 활용하였다. 3종의 교과서에서는 이 단원에서 수학사 자료를 활용하

지 않았고, 수학사적인 문제를 활용하는 것과 '수학 개념의 역사적 발달과정'을 다룬 교과서는 없었다. '수학자 소개'와 '용어·정리의 수학사적 내용'으로만 수학사 자료가 활용되었다. 함수의 개념을 일반화 하고 함수를 대응으로 설명한 디리클레를 중심으로 소개하고 좌표평면을 확립시킨 데카르트의 일화에 관하여 이야기하였다. 분석은 다음 <표IV-6>에 나타난 것과 같다.

단원	IV. 일차함수				해당 영역		함수				
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	1 (1)	1		(1)		1	2	(1)		6 (3)
용어·정리의 수학사적 내용		(2)				(2)					(4)
수학사적 문제 활용											0
수학 개념의 역사적 발달과정											0

<표 IV-6> 일차함수의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

일차함수 단원에서 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, e, f, G, H, i 이다. A, B, C는 디리클레(함수 개념을 일반화, 함수를 대응으로 설명)를 간단하게 소개하였다. b는 함수에 관한 수학자들(케플러, 갈릴레이, 데카르트, 라이프니츠, 오일러, 디리클레)을 연대표로 나타내었다. e는 함수의 개념과 발달에 관련 있는 수학자들(라이프니츠, 디리클레, 데카르트)을 언급하였다. f는 수학자와 함께 함수의 발달에 따른 내용을 설명하였다. G는 수학자 인터뷰로 갈릴레오(일차함수, 이차함수에 대한 연구)에 대

하여 설명하였다. H는 일차함수와 그래프에 관하여 해밀턴과 케일리를, 함수에 관하여 볼차노, 바이어슈트라스, 코발레프스카야를 언급하였다. i는 단원의 시작에서 함수와 관련 있는 수학자들(데카르트, 라이프니츠, 오일러, 디리클레)을 연도에 따라 나열하였다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

일차함수에서 '용어·정리의 수학사적 내용'을 다룬 교과서는 b, f이다. b는 함수를 사용하여 운동의 법칙을 나타낸 시초에 대한 내용을 설명하였다. 그리고 데카르트와 좌표평면의 확립에 대하여 설명하였다. f는 수학자와 함께 함수의 발달에 따른 내용을 설명하였다. 또, 해석기하학을 설명하며 데카르트의 일화를 소개하였다.

5) 확률

10종의 교과서에서 확률 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 '수학 개념의 역사적 발달과정'을 다룬 교과서는 없었다. '수학자 소개'는 확률론의 시초를 마련한 카르다노와 확률론을 탄생시킨 파스칼과 페르마를 언급한 교과서였고 '용어·정리의 수학사적 내용'으로는 14면체 모양의 주사위인 목제주령구에 관한 소개가 있었다. 분석은 다음 <표Ⅳ-7>에 나타난 것과 같다.

단원	V. 확률				해당 영역		확률과 통계				
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	1 (1)	1	(1)			1 (1)	1	(1)	1	6 (4)
용어·정리의 수학사적 내용	(1)	(1)			(1)			2	(1)		2 (4)
수학사적 문제 활용	1		(2)			1		2			4 (2)
수학 개념의 역사적 발달과정											0

<표 IV-7> 확률의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

확률 단원에서 수학자를 소개한 교과서는 A, B, b, C, d, G, g, H, i, J 이다. A, B, C 에서는 파스칼(확률을 고안)을 간략하게 소개하였다. b 는 확률에 관한 수학자(카르다노, 파스칼, 베르누이, 라플라스)를 연대표로 나열하였다. d 는 확률론의 선구자들이라는 제목으로 확률론의 시초를 마련한 카르다노, 확률론을 탄생시킨 파스칼과 페르마, 확률론의 기초를 세운 베르누이, 확률론의 체계를 세운 라플라스를 설명하면서 확률 개념의 역사적 발달 순서로 확률에 기여한 수학자를 살펴보았다. G 는 수학자 인터뷰로 라플라스(수학적 확률을 정의)를 소개하였다. g 는 확률의 수학적 이론을 세우는 데 있어서 역할을 한 수학자들(카르다노, 파스칼, 페르마)에 대하여 간략하게 소개하였다. H 에서는 파스칼과 페르마를 소개하였다. i 는 단원의 시작에서 확률에 관한 것들(목제주령구, 파스칼, 베르누이, 라플라스)을 연도에 따라 나열하였다. J 는 확률 이론의 시초가 된 수학자(파스칼, 페르마)에 대하여 언급하였다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

'용어·정리의 수학사적 내용'으로 a, b, e, H, i 에서 소개하고 있다. a는 14면체 모양의 주사위인 목제주령구에 대하여 소개하고 각 면의 넓이를 계산하여 확률이 같다는 것을 말해주고 있다. b는 확률의 기원에 대하여 이야기 하였다. e는 확률 단원에 대한 개요에서 파촐리의 '득점 문제'에 대한 이야기와 확률의 기원에 대하여 소개하고 있다. H에서는 목제주령구의 소개와 확률에 관한 최초의 책에 관하여 소개하였다. 또, 드 피네티 게임을 이야기 자료로 제공하였다. i는 목제주령구에 대하여 만화로 설명하고 있다.

③ 수학사적 문제 활용

확률 단원에서 '수학사적 문제 활용'으로 A, c, F, H에서 소개하고 있다. A는 '수학사적 문제 활용'으로 파스칼이 연구한 게임의 상금을 분배하는 문제와 해결방법을 제시하였다. c는 목제주령구의 확률을 구하는 문제를 제시하였다. c는 읽을거리를 통하여 파스칼과 드 메레의 이야기를 만화로 풀어 놓았는데 확률 문제에 관한 이야기이다. F는 목제주령구를 소개하고 각 면이 나오는 횟수를 조사하여 상대도수를 구하는 문제를 제시하였다. H는 드 메레가 파스칼에게 확률에 관하여 질문 한 것 중 한 문제를 제시하고 풀이를 보여주었다. 또, 확률 문제를 제시하여 수학자 폰 노이만의 해결방법을 소개하였다.

6) 도형의 성질

10종의 교과서에서 도형의 성질 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 수학사 자료로 26개가 조사되었는데 그 중에서 '수학 개

념의 역사적 발달과정'에 대한 내용은 없었고 '수학자 소개'가 14개로 약 53.85%의 비율을 차지하고 있었다. 수학자를 소개한 14개의 자료 중에 원론의 저자인 유클리드는 6개로 많은 비중을 차지하고 있었고 '용어·정리의 수학사적 내용'과 '수학사적 문제 활용'으로 유클리드 『원론』에 나오는 이등변삼각형의 증명과정을 3개의 교과서에서 보여주고 있다. 분석은 다음 <표IV-8>에 나타난 것과 같다.

단원	VI. 도형의 성질				해당 영역		기하				
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	1	1 (4)	1		(1)		1 (1)	2	(1)	1	7 (7)
용어·정리의 수학사적 내용	1	1 (1)	1		(1)	(1)			1	(1)	4 (4)
수학사적 문제 활용		1					(2)	1			2 (2)
수학 개념의 역사적 발달과정											0

<표 IV-8> 도형의 성질의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

도형의 성질 단원에서 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, e, G, g, H, i, J이다. A, B는 유클리드(『원론』에서 정의와 공준만을 사용하여 도형의 여러 가지 성질을 밝힘)를 간단하게 소개하였다. b는 러셀(명제 또는 조건인 p, q를 처음 사용)을 소개하였고, 기하학의 성지인 알렉산드리아 도서관에 대하여 설명하였다. b는 도형의 성질(탈레스, 제논, 산학본원, 화이트헤드), 사각형과 기하학(피타고라스, 유클리드, 레오나르도 다빈치, 카발리에리)에 관하여 연대표로 나타내었다. 또, b는 러셀의 역설을

설명하고 있다. C는 파포스(수학집성을 저술)를 간단하게 설명하였다. e는 유클리드의 『원론』이 우리가 배우는 내용의 바탕이 되는 책이라고 소개하였다. G는 수학자 인터뷰로 피타고라스(도형을 통해 수를 연구)를 소개하였다. g는 도형에 관하여 업적을 남긴 수학자들(피타고라스, 탈레스, 아르키메데스, 플라톤, 유클리드)에 대하여 간략하게 소개하였다. H는 유클리드의 기하학 책에 대한 소개와 탈레스, 불에 대하여 언급하였다. 그리고 페르마와 가우스도 언급하였다. i는 도형의 성질의 시작 부분에 이 단원과 관련된 수학자들(피타고라스, 탈레스, 에우독소스, 유클리드)을 연도순으로 나열하였다. J는 단원의 시작에서 탈레스를 소개하였다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

도형의 성질 단원에서 '용어·정리의 수학사적 내용'이 실린 교과서는 A, B, b, C, e, f, I, j이다. A는 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선의 성질의 한 예를 들었다. 고대 이집트 사람들이 피라미드 등의 건축물에서 바닥면의 수평을 확인하는 방법을 간략하게 보여주었다. B는 삼각형의 성질을 마치고 역사 속의 수학으로 기하학의 역사를 알려주고 있다. b는 평면도형의 넓이에 대한 카발리에리의 원리를 소개해 주고 있다. C는 합동인 직각삼각형을 이용하여 이등변삼각형의 넓이를 구하는 문제가 수록된 『린드 파피루스』를 간략하게 설명하였다. e는 탈레스가 발견한 도형의 성질 내용과 증명에 대하여 이야기했다. f는 뫼비우스의 띠에 대하여 설명하고 있다. I에서는 에피메니데스의 역설을 만화로 보여주었다. j는 '몇 어찌'와 관련된 일화를 알려주면서 '기하'의 근원을 알려주고 맞꼭지각의 증명을 문제로 제시하였다.

③ 수학사적 문제 활용

도형의 성질 단원에서 '수학사적 문제 활용'을 제시한 교과서는 B, g, H

이다. B는 파포스가 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다'를 합동에 의하여 어떻게 증명하였는지 설명하는 문제를 제시하였다. g는 탈레스가 증명한 것을 어떻게 그렇게 생각하게 되었는지 적어 보는 문제를 제시하였다. 또, g는 나폴레옹의 일화를 읽을거리로 제공하고 '나폴레옹의 정리'를 언급하였다. H는 유클리드의 『원론』 다섯 번째에 나오는 이등변삼각형의 증명과정을 보여주었고, 파포스가 증명한 이등변삼각형의 증명 과정도 보여주었다.

7) 도형의 닮음

10종의 교과서에서 도형의 닮음 단원의 수학사를 활용한 자료를 분석하였다. 이 단원에서는 전체 수학사 활용 자료 173개 중 24개 였다. 그 중 '수학 개념의 역사적 발달과정'에 대한 내용은 없었고, '수학자 소개'는 14개로 약 58.33%를 차지하고 있었다. 14개의 '수학자 소개' 중에서 닮음 기호를 처음 사용한 라이프니츠에 대한 소개와 닮음의 원리를 이용하여 피라미드의 높이를 잰 탈레스에 대한 소개가 4개로 가장 많았고, '수학사적 문제 활용'에서는 피라미드의 높이를 잰 탈레스의 일화와 피라미드의 높이를 간접적으로 구하는 문제를 제시하였다. 분석은 다음 <표Ⅳ-9>에 나타난 것과 같다.

단원	VII. 도형의 닮음				해당 영역		기하				
	A (a)	B (b)	C (c)	D (d)	E (e)	F (f)	G (g)	H (h)	I (i)	J (j)	합계
수학자 소개	2	2 (3)	1	1	(1)		1	2	(1)		9 (5)
용어·정리의 수학사적 내용		(1)				(1)	(1)	2			2 (3)
수학사적 문제 활용			(1)	(1)			(1)			2	2 (3)
수학 개념의 역사적 발달과정											0

〈표 IV-9〉 도형의 닮음의 수학사 활용 자료 분류

① 수학자 소개

도형의 닮음 단원에서 '수학자 소개'를 한 교과서는 A, B, b, C, D, e, G, H, i 이다. A, B, D는 닮음의 기호를 언급할 때 라이프니츠(닮음 기호를 처음 사용)를 간단히 소개하였다. A는 닮음의 활용의 도입 부분에서, b는 도형의 닮음 도입에서 일화를 포함한 탈레스(닮음의 원리를 이용하여 피라미드의 높이를 재었음)를 소개하였다. B는 스넬(삼각측량을 통해 두 도시 사이의 거리를 측량)을 소개하였다. b는 닮음에 관한 수학자들(탈레스, 피타고라스, 라이프니츠, 만델브로트)과 측량에 관한 것(해도산경, 측량, 프리시우스, 스넬)을 연대표로 제시하였다. C단원의 시작에서 단원 엿보기로 탈레스(비례식을 최초로 생각)를 간단하게 보여주고 있다. e는 닮음이 탈레스에 의하여 처음으로 연구되었다고 언급하였다. G는 수학자 인터뷰로 클라인(닮음을 정의)을 소개하였다. H는 인체 비례도를 그린 레오나르도의 소개와 탈레스 에라토스테네스, 파촐리에 대하여 언급하였다. 또, 야콥 베르누이, 코흐, 만델브로트에 대하여 언급하였다. i는 도형의 닮음 시작에서 이 단원과 관련 있는 수학자들(탈레스, 톨레미, 라이프니츠, 만델브로

트)을 연도별로 나열하였다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

도형의 닮음 단원에서 '용어·정리의 수학사적 내용'을 언급한 교과서는 b, f, g, H이다. b는 지도 제작자인 프리시우스와 삼각측량에 대한 이야기를 하고 있다. f는 플라톤이 설명한 정사각형의 넓이를 두 배로 만드는 방법에 대하여 그림과 함께 보여주었다. g는 읽을거리로 수학의 노벨상인 필즈상의 유래에 대하여 설명하였다. H는 아르키메데스가 발견한 모든 물체에 무게중심이 있다는 것을 소개하였다. 그리고 닮음꼴 곡선으로 등각외선을 설명하였다.

③ 수학사적 문제 활용

도형의 닮음 단원에서는 '수학사적 문제 활용'의 내용을 포함하고 있는 교과서는 c, d, g, J이다. c는 읽을거리를 제공하여 피라미드의 높이를 잰 탈레스의 일화를 이야기 해 주고 있다. d는 린드 파피루스에 수록된 피라미드의 측면의 기울기를 구할 수 있다는 내용과 탈레스가 피라미드의 높이를 구하기 위해 닮음의 성질을 이용한 내용을 설명하고 있다. g는 탈레스가 사용한 방법으로 나무의 높이를 구하는 문제를 제시하였다. J는 탈레스가 비례식을 이용하여 피라미드의 높이를 구하는 방법의 문제를 제시하고 높이를 구할 수 있도록 유도하고 있다. 또, 소크라테스와 소년의 이야기를 들려주고 그 이야기에 따른 보조 문제를 제시하였다.

8) 중학교 2학년 수학 교과서에서 수학사 활용 자료 분석

10종의 교과서에서 수학사를 활용한 자료를 '수학자 소개', '용어·정리

의 수학사적 내용', '수학사적 문제 활용' 그리고 '수학 개념의 역사적 발달과정'의 4가지 분류로 나누어 7개의 단원을 살펴보았다. 전반적으로 '수학자 소개'가 가장 많은 비중을 차지하고 있었다. 반면에 '수학 개념의 역사적 발달과정'의 내용은 거의 없었다. 전체 단원을 4가지 범주로 나누어 살펴보면 다음 <표Ⅳ-10>과 같다.

	수학자 소개	용어·정리의 수학사적 내용	수학사적 문제 활용	수학 개념의 역사적 발달과정	합계
Ⅰ.유리수와 근삿값	12	3	1	1	17
Ⅱ.식의 계산	9	5	6	2	22
Ⅲ.방정식과 부등식	14	10	22	3	49
Ⅳ.일차함수	9	4			13
Ⅴ.확률	10	6	6		22
Ⅵ.도형의 성질	14	8	4		26
Ⅶ.도형의 닮음	14	5	5		24
합계	82	41	44	6	173

<표 Ⅳ-10> 중학교 2학년 10종 수학사 활용 자료 분류 합계

① 수학자 소개

수학사 활용 자료 전체 173개 중에 82개(47.39%)로 가장 많은 비중을 차지하고 있다. 모든 단원과 교과서에서 고르게 나타나고 있지만 거의 대부분은 수학자의 업적에 관하여 간략하게 언급을 한 것이었다. 유리수와 근삿값 단원에서는 십진법을 연구하고 소수를 발견한 스테빈이 여러 교과서에서 소

개되었다. 식의 계산 단원에서는 여러 수학자들이 고르게 소개되었고, 방정식과 부등식 단원에서는 부등호를 처음 사용한 해리엇과 부게, 일차함수 단원에서는 함수 개념을 일반화 시킨 디리클레, 확률 단원에서는 확률을 고안한 파스칼과 확률론의 시초를 마련한 카르다노, 도형의 성질 단원에서는 『원론』에서 정의와 공준만을 사용하여 도형의 여러 가지 성질을 밝힌 유클리드, 도형의 닮음 단원에서는 닮음의 기호를 처음 사용한 라이프니츠와 닮음의 원리를 이용하여 피라미드의 높이를 잰 탈레스가 여러 교과서에서 소개되었다. b와 I는 매 단원을 소개하는 부분에서 관련된 수학자를 연대에 따라 나타내었다.

② 용어·정리의 수학사적 내용

'용어·정리의 수학사적 내용'은 매 단원에서 조금씩 나타나고 있다. 하지만 각각의 교과서에서 매 단원 용어와 정리에 관한 수학사적 내용이 있는 것은 아니었다. 방정식과 부등식 단원에서는 『구장산술』을 주로 소개하였고, 일차함수 단원에서는 좌표평면을 확립시킨 데카르트의 일화를 2종의 교과서에서, 확률 단원에서는 주로 목제주령구에 관하여 소개하고 있었다.

③ 수학사적 문제 활용

수학사적 문제는 식의 계산, 방정식과 부등식, 확률 단원에 치중되어 나타나고 있는데 그 중 방정식과 부등식 단원에서 가장 많이 나타나고 있다. 식의 계산 단원에서는 마방진을 여러 교과서에서 소개하였고, 방정식과 부등식 단원에서는 『구장산술』, 『구일집』과 같은 과거의 수학책에서 나왔던 문제를 제시한 교과서가 많았고, 확률 단원에서는 목제주령구에 관한 문제와 파스칼의 상금 분배 문제가 소개되었다.

④ 수학 개념의 역사적 발달과정

'수학 개념의 역사적 발달과정'에 따른 내용은 총 7개의 단원 중에 수와 연산, 식의 계산 그리고 방정식과 부등식 단원에서만 나타나고 있다. 전체 173개의 수학사 자료 중에 '수학 개념의 역사적 발달과정'에 관한 자료는 6개로 약 3.47%를 차지하고 있어 그 비중도 매우 적다. 수와 연산 단원에서는 수학자를 조사하여 카드를 만들고 게임을 하는 수학사 활동이 제시되었고, 식의 계산 단원에서는 지수 표현의 변천 순서에 따른 표현방법을 보여주었다. 방정식과 부등식 단원에서는 과거의 풀이방법과 현재의 풀이방법을 모두 제시하여 비교할 수 있었다.

B. 수학사 학습 자료 개발

교과서의 분석을 토대로 '수학자 소개' 보다는 '용어·정리의 수학사적 내용', '수학사적 문제 활용', '수학 개념의 역사적 발달 과정'에 관한 수학사 학습 자료를 개발하였다. 수학 수업에 사용할 수 있도록 관련 단원을 구별하였고, 각 활동에 적합한 인원과 필요한 준비물을 제시하였다. 교사를 위한 자료에 대한 설명과 활동의 답을 서술하였고, 읽기자료는 학생들이 볼 수 있도록 제시하였다. 읽기자료를 바탕으로 활동지를 구성하였고, 주제와 활동 순서, 내용과 방법 그리고 활동을 한 후 다른 참여자들과의 비교와 활동 소감을 적는 란으로 구성하였다. 활동 순서는 학생들이 보고 활동을 할 수 있도록 제시하였다.

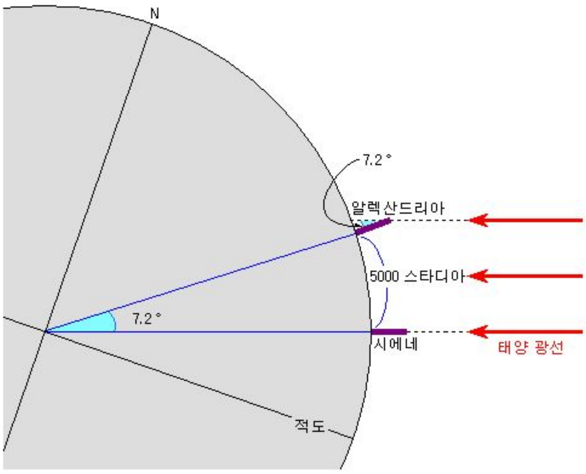
〈 수학사 학습 자료 1 〉

관련 단원	Ⅰ. 유리수와 근삿값
자료 유형	수학 개념의 역사적 발달과정
활동 인원	4~6명
준 비 물	지구본, 수수깡, 양면테이프, 자 또는 줄자.

유리수와 근삿값 단원을 학습 한 후 에라토스테네스의 지구 측정 방식을 읽기자료로 살펴보고 지구 둘레의 근삿값을 구하는 활동이다. 활동은 지구본에 대한민국과 다른 한 지역에 수수깡을 각 지역에 수직이 되도록 붙인다. 빛을 한 곳에서만 받을 수 있도록 외부의 빛을 차단하고 한 곳에서만 빛을 줘야한다. 에라토스테네스와 같이 한 곳의 빛을 수직으로 받게 하고 다른 곳의 각도를 잰다. 비례식을 만들고 최소 눈금을 정하여 지구의 둘레를 구한다. 구한 값으로 오차의 한계와 참값의 범위를 구하여 본다. 지구의 둘레를 구한 값과 실제 지구의 둘레를 비교하여 얼마만큼의 오차가 발생하였는지 알아본다. 참값의 범위 안에 지구의 둘레가 들어가는지 확인한다.

[읽기자료1]

에라토스테네스(Eratosthenes, B.C 276~194)는 어떻게 이렇게 커다란 지구를 측정할 수 있었을까요?



<그림 IV-1> 에라토스테네스의 지구 둘레 측정

방법은 동일한 경선 위에 위치한 두 점 사이의 거리를 재어 비례식으로 그 길이를 측정하는 것이었어요. 에라토스테네스는 6월 21일에 나일 강가에 있는 시에네(동경 32도56초 북위 24도 05초)에서 하지 정오에 태양빛이 수직으로 떨어져 그림자가 생기지 않는다는 사실을 관측했어요. 같은 날, 같은 시각에 시에네와 같은 경도에 있는 알렉산드리아에서는 수직으로 세운 막대의 끝과 그림자의 끝을 연결한 선이 막대와 이루는 각의 크기가 약 7.2도 정도라는 것을 확인했다고 합니다. 당시 두 지점 사이의 그리는 5,000 스카디아(1스카디아는 약 190m)였다고 합니다. 계산과정을 살펴볼까요?

7.2도 : 925 = 360도 : 2ΠR ,   2ΠR (지구의 둘레) = 46,250km

이 길이는 지구의 둘레보다 15% 정도 큰 값이죠. 알렉산드리아와 시에네가 같은 경도상에 위치하지 않았다는 점과 지구는 완전한 구가 아니고 적도 쪽에서 볼록한 타원체라는 점이 차이가 난 이유라고 할 수 있어요.[1)]

1) 박현정(2008), 가우스가 들려주는 근삿값과 오차 이야기, 자음과 모음.

[활동지1]

단원	Ⅰ. 유리수와 근삿값
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	지구본을 가지고 지구를 측정해보자.
활동 순서	1. 지구본, 수수깡, 양면테이프를 준비한다. 2. 대한민국과 다른 지역에 수수깡을 수직으로 붙인다. 3. 에라토스테네스와 같이 한 곳의 빛을 수직으로 받게 하고 다른 곳의 각도를 잰다. 4. 비례식을 세우고 최소 눈금을 정하여 지구의 둘레를 구한다. 5. 오차의 한계와 참값의 범위를 구하여본다. 6. 참값의 범위 안에 지구의 둘레가 들어가는지 확인한다.
내용과 방법	내가 구한 값 : 지구본으로 지구의 둘레를 구하는 방법 : 오차의 한계 : 참값의 범위 : 지구의 둘레 40000km 와 내가 구한 지구의 둘레와의 차이는 :
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 2 >

관련 단원	I. 유리수와 근삿값
자료 유형	수학 개념의 역사적 발달 과정
활동 인원	1명
준 비 물	·

유리수와 근삿값 단원에서 다루어지는 소수에 관한 것이다. 읽기자료는 소수가 만들어지기까지의 과정을 간단하게 정리하였고, 활동지는 1~6을 7로 나누어 순환소수임을 확인하고 순환소수를 여러 가지 방법으로 표현하는 것으로 구성하였다.

1÷7은 0.142857142857… 으로 나타낼 수 있고, 1÷7을 10의 음의 지수의 거듭제곱으로 표현하면 $\frac{1}{10}+\frac{4}{10^2}+\frac{2}{10^3}+\frac{8}{10^4}+\frac{5}{10^5}+\frac{7}{10^6}+\cdots$ 이다. 반복되는 부분을 하나의 소수로 표현하여 소수들의 합으로 나타내면 $0.142857142857\cdots=0.142857+0.000000142857+\cdots$ 이 된다.

1÷7=0.142857142857…, 2÷7=0.285714285714…, 3÷7=0.428571428571…

4÷7=0.571428571428…, 5÷7=0.714285714285…, 6÷7=0.857142857142…

으로 124578의 수만 반복되는 것도 확인할 수 있다.

[읽기자료2]

1585년에 출간된 『라디즘』이란 책에서 네덜란드의 Stevin(스테빈 ; 1548~1620)은 소수에 대한 자리의 개념을 써서 소수를 표시하였는데 그가 나타낸 소수의 표현 방법은 지금과 같은 방식은 아니었다. 소수의 자리를 나타내기 위해서 점을 이용한 사람은 스위스의 Burgi(뷔르기 ; 1552~1632)가 처음이었으나 그는 여러 개의 점을 사용하여 소수를 나타내려고 하였다.

오늘날과 같은 소수점 표현법을 써서 소수를 나타낸 사람은 Napier(네이피어 ; 1550~1617)라고 한다. 그는 1617년에 출간한 『막대 계산술』이란 책에서 소수에 대하여 논하고 소수점을 사용하여 소수를 표현하였다. 순환

소수의 이론을 처음 발견한 사람은 영국의 Wallis(윌리스 ; 1616~1703)이고, 후에 Bernoulli(베르누이 ; 1667~1748), Euler(오일러 ; 1707~1783) 등에 의하여 완성되었다. 소수는 다음과 같이 정의된다.

임의의 수 d가 10의 음의 지수의 거듭제곱으로 표현되었을 때,

$d = a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \frac{a_3}{10^3} + \cdots + \frac{a_N}{10^N} + \cdots$ (단, N은 자연수, $a_N = 0, 1, 2, \cdots, 9$)

이것을 $d = a_0 . a_1 a_2 a_3 \cdots$ 으로 쓰고 소수라고 부른다.

소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 소수가 있다. 유한소수와 순환소수를 유리수라 하고, 순환하지 않는 소수를 무리수라고 한다.

고대 중국에서도 이미 십진 소수법이 사용되고 있었는데, 16세기에는 그 사용법이 상당히 정비되어 있었다. 그리하여 중국 명나라 때인 1593년에 간행된 정대위의 『산법통종』을 보면 다음과 같이 소수 각 자리의 수의 명칭이 23개가 나타나고 있다.2)

푼 : 10^{-1}	리 : 10^{-2}	모 : 10^{-3}	사 : 10^{-4}	홀 : 10^{-5}
미 : 10^{-6}	섬 : 10^{-7}	사 : 10^{-8}	진 : 10^{-9}	애 : 10^{-10}
묘 : 10^{-11}	막 : 10^{-12}	모호 : 10^{-13}	준순 : 10^{-14}	수유 : 10^{-15}
순식 : 10^{-16}	탄지 : 10^{-17}	찰나 : 10^{-18}	육덕 : 10^{-19}	허 : 10^{-20}
공 : 10^{-21}	청 : 10^{-22}	정 : 10^{-23}		

<표 IV-11> 각 자리의 소수 명칭

2) 강옥기 외 2인(2001), 교사용 지도서 8-가 중학교 수학, (주)두산

[활동지2]

단원	Ⅰ. 유리수와 근삿값
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	7을 1, 2, 3, 4, 5, 6 으로 나누어 10의 음의 제곱으로 나타내어 보고 『산법통종』의 소수 각 자리의 수의 명칭에 따라 소수를 읽어보자.
활동 순서	1. 7을 1, 2, 3, 4, 5, 6 으로 나누어 소수로 나타내어 본다. 2. 10의 음의 지수의 거듭제곱으로 표현하여 나타내어 본다. 3. 반복되는 것을 하나로 묶어 소수와 거듭제곱으로 표현한다.
내용 및 방법	7을 1, 2, 3, 4, 5, 6 으로 나누어 소수로 나타내어 보자. 나온 소수를 모두 10의 음의 지수의 거듭제곱으로 표현하여 나타내어 본다. 소수의 반복되는 부분을 하나의 소수로 표현하여 소수들의 합으로 나타낸다.
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 3 >

관련 단원	II. 식의 계산
자료 유형	수학적 개념의 역사적 발달과정
활동 인원	1~2명
준 비 물	색종이, 가위

식의 계산 단원에서 (단항식)×(다항식), (다항식)×(다항식)을 학습할 때 참고한다. 읽기자료를 함께 보면서 문제1을 살펴본다. 문제1은 학생 스스로가 습득하기에 어려움이 있어 교사와 함께 보는 것이 바람직하다. 읽기자료를 마치고 색종이를 가지고 활동을 한다. 문자 a, b, c 세 가지를 사용하여 각각에 해당하는 길이를 각자 정하도록 하고, $a^2, ab, ac, ba, b^2, bc, ca, cb, c^2$의 크기를 갖는 직사각형을 2장 이상씩 만들도록 한다. 직사각형에 넓이를 표시한다. 학생은 문자 a, b, c를 사용하여 (다항식)×(다항식) 형태의 식을 만들고, 가로축과 세로축에 덧셈을 사용한 다항식을 표시하여 가로, 세로에 맞는 색종이를 붙인다. 뺄셈은 빠지는 부분도 있으므로 색종이만으로는 결과를 알기 어려워 대표적인 것을 한 가지 $(a+b)(a-b)$으로 제시하였다. 기하학적인 방법을 사용한 (다항식)×(다항식)을 나타내고, 곱셈을 전개하는 방법을 사용하여 전개식을 적어 기하학적 방법과 비교하여 본다.

[읽기자료3]

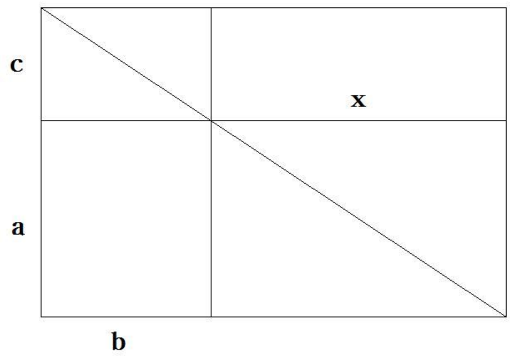
과거에는 일반적인 계산을 기하학적인 형태로 수행하는 것이 타당한 것으로 여겨졌고, 그러한 계산이 발명되었어요. 그러한 계산을 기하학적 대수라 부른답니다.

기하학적 대수의 첫 번째 요소로는 직선에서 선분을 들 수 있어요. 선분을 이용하여 계산에 관련된 모든 연산이 정의 되었어요. 덧셈은 선분들을 덧붙여 놓는 것으로, 뺄셈은 선분으로부터 빼려는 선분을 버리는 것으로 해석 되었어요.

선분들의 곱셈을 이차원적인 작도로 하기 시작했는데, 변의 길이가 a와 b인 직사각형이 두 선분 a와 b의 곱으로 생각해서 계산하기 시작했어요. 세 선분의 곱은 직육면체가 되고, 기하학적 대수에서는 그 이상의 인수들의 곱은 생각될 수 없어요. 나눗셈은 나누는 수의 크기가 나누어지는 수보다 클 때에만 가능한 것으로 생각되었고, 나눗셈은 영역 첨부 문제와 동일시되었어요. 이를 구체적으로 살펴볼까요?

문제. $ab \div c = x$인 선분 x를 작도하여라.

풀이. 선분 c에 주어진 ab와 같은 직사각형을 첨부하자. <그림>에서 직사각형 ab와 bc를 덧붙여 놓고, 직사각형 bc의 대각선을 변 b와 만날 때까지 연장하여, 이것을 대각선으로 가지는 새로운 직사각형을 작도하였다. 이때, 직사각형 ab와 cx는 같으므로, $ab = cx$이고, $ab \div c = x$ 이므로 원하는 선분 x를 얻게 된다.



<그림 Ⅳ-2> $ab \div c = x$인 x의 길이 작도

영역 첨부 방법을 통해서 1차방정식 문제들을 풀 수 있어요. 이러한 방법을 포물적(parabolic) 방법이라 부른답니다. parabolic은 그리스어로는 $\pi\alpha\rho\alpha\beta o\lambda\eta$라 쓰는데, '영역의 첨부'를 의미해요.

기하학적 대수에는 대수적 항등식을 나타내는 기하학적 명제들이 포함되어 있어요. 항등식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$의 기하학적 해석을 나타내는 그림을 보도록 해요.[3)]

3) Carl B. Boyers(2000), 양영오 외 1인 (역), 수학의 역사 상, 경문사.

[활동지3]

단원	II. 식의 계산
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	(단항식)×(다항식), (다항식)×(다항식), 곱셈공식을 기하학적 인 형태로 나타내어 보도록 하자.
활동 순서	1. 한 변의 길이를 a, b, c 로 하는 직사각형 또는 정사각형을 여러 개 만든다. 2. 각 직사각형에 변의 길이를 표시하고 넓이를 적는다. 3. 다항식의 곱셈을 a, b, c 로 나타내고 식으로 전개한다. 4. 다항식의 곱을 면적으로 나타낸다. 5. 식으로 전개된 것과 면적으로 나타낸 것을 비교한다.
내용과 방법	1. 덧셈으로 이루어진 (다항식)×(다항식) 2. 뺄셈과 덧셈으로 이루어진 $(a+b)(a-b)$
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 4 >

관련 단원	III. 방정식과 부등식
자료 유형	수학사적 문제 활용
활동 인원	1~4명
준 비 물	·

방정식과 부등식 단원으로 방정식의 역사를 읽기 자료로 제시하였고, 『구장산술』의 방정장의 두 문제를 활동으로 구성하였다. 문제에 대한 답은 다음과 같다.

『구장산술』의 방정장 1번 문제 풀이. 조건을 세로로 나열한다.

상급벼	1	2	3
중급벼	2	3	2
하급벼	3	1	1
합계	26	34	39

오른쪽 상급벼의 수 만큼 가운데에 곱해준다. 가운데 상급벼가 0이 될 때까지 오른쪽 열을 뺀다. 오른쪽 상급벼의 수 만큼 왼쪽에 곱해준다. 왼쪽 상급벼가 0이 될 때까지 오른쪽 열을 뺀다.

상급벼	0	0	3
중급벼	4	5	2
하급벼	8	1	1
합계	39	24	39

상급벼	0	0	3
중급벼	0	5	2
하급벼	4	1	1
합계	11	24	39

상급벼는 $\frac{37}{4}=9\frac{1}{4}$, 중급벼는 $\frac{17}{4}=4\frac{1}{4}$, 하급벼는 $\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}$ 이다.

『구장산술』의 방정장 8번 문제 풀이.

소	2	3	-5
양	5	-9	6
돼지	-13	3	8
전	1,000	0	-600

방정 계산법에 따라 소 2, 양 5를 양수, 돼지 13을 음수, 남는 돈 1,000전을 양수로 한다. 다음에 소 3을 양수, 양 9를 음수, 돼지 3을 양수로 놓는다. 다음에 소 5를 음수로, 양 6을 양수로, 돼지 8을 양수로, 부족한 돈을 음수로 놓는다. 양수음수 계산법에 따라 계산한다. 그러면 소 1마리의 값은 1,200전, 양 1마리의 값은 500전, 돼지 1마리의 값은 300전 이다.

[읽기자료4]

방정식의 역사를 살펴보면 방정식 초기의 역사는 사실 자세히 전해지고 있지 않지만, 방정식(方程式)에서 방정(方程)이란 말은 연립방정식을 다룬 1세기경의 중국 한나라 수학서인 구장산술의 제 방정장(方程章)에서 유래한 것이에요. 구장산술에는 연립일차방정식의 풀이에 대하여 그 계수를 계산판 위에 나열한 다음, 가감법으로 푸는 방법이 소개되어 있는데 이와 같이 계수를 늘어놓는 것을 '방정'이라고 불렀어요. 방정식은 바빌로니아의 점토판과 고대 이집트의 파피루스에서 취급하기 시작하여 중국의 구장산술과 그리스의 디오판토스를 거쳐 비에트와 데카르트에 의해 현대와 같은 체계를 확립하였답니다.

수학사에 등장하고 있는 방정식에 대해 살펴보면, 첫째, 바빌로니아에서는 60진법의 정수와 분수를 알고 있었고, 수표 중에는 곱셈표, 역수표, 제곱표, 세제곱표, 지수표 등이 있으며, 이들을 써서 일차방정식을 풀었어요. 바빌로니아의 점토판(B.C. 2000년경)에는 미지수를 길이, 너비, 깊이, 부피 등으로 표현하여 방정식을 취급하고 있는데, 길이(x), 너비(y), 그들의 곱을 넓이(xy)로 나타내고 또 미지수가 더 필요한 경우에는 길이(z)를 사용

하여 xyz를 부피라고 나타내고 있어요. 둘째, 고대 이집트에서 만들어진 가장 오래된 수학서인 아메스(Ahmes)의 파피루스가 있는데 아메스(B.C. 1650 년경)가 그 전부터 알려져 있던 수학에 관한 지식을 파피루스에 기록한 수학책이에요. 그 내용은 실용적인 기원을 보여주고 있는데, 이를테면 빵과 맥주의 농도라든가 가축들의 먹이 혼합, 곡식의 저장과 같은 문제에 관한 것이었다. a, b, c는 알고 있는 수이고 x가 미지수인 경우의 $x+ax=b$, $x+ax+bx=c$와 같은 일차방정식에 대한 문제를 해결하였어요. 그 때의 미지수는 '아하(aha)'이며, 곧 쌓아놓은 더미를 가리킨답니다. 한편 이집트의 대수는 몇 가지 기호를 사용하고 있는데 더하기 기호는 왼쪽에서 오른쪽으로 걸어가는 다리 한 쌍으로 표현하고 있고, 빼기 기호는 오른쪽에서 왼쪽으로 걸어가는 다리 한 쌍으로 표현하였으며, '같다'와 '미지'라는 뜻의 기호와 표의문자도 이용됩니다. 셋째, 중국의 구장산술은 모두 9개의 장으로 되어있고 측량, 농업, 세금징수, 계산, 방정식 풀이법, 직각삼각형의 성질에 관한 총 246문제를 다루어요. 구장산술에는 산목을 사용하여 계산을 하고 그 결과만을 숫자로 기록하였어요. 넷째, 그리스의 대표적인 수학자 디오판토스(246~330?)는 그의 저서 산학에서 기호를 사용하여 방정식을 최초로 풀었어요. 이 책에서는 음의 유리수에 대한 연산까지 정의하였으며, 실제로 음수는 방정식의 풀이 과정에만 사용되고 문제나 답에서는 양의 유리수만을 취급하였답니다.[4]

4) 심상길(2009), 교과서 연립방정식 단원에 제시된 수학사의 소재 분석 및 교수학적 분석, <학교수학> 제 11권 제 3호 415-429, 대한수학교육학회지.

[활동지4]

단원	III. 방정식과 부등식
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	『구장산술』의 방정장을 『구장산술』의 방법대로 풀어보자.
활동 순서	1. 방정장의 문제를 바탕으로 조건들을 세로로 나열한다. 2. 세로의 맨 윗부분이 0이 될 때까지 다른 열에서 뺀다. 3. 남은 것을 계산하여 답을 구한다.
내용과 방법	1. 상급벼 3단, 중급벼 2단, 하급벼 1단을 탈곡했더니 벼 39말을 수확했고, 상급벼 2단, 중급벼 3단, 하급벼 1단에서 벼 34말을, 상급벼 1단, 중급벼 2단, 하급벼 3단에서 벼 26말을 수확했다고 한다. 그렇다면 상・중・하급벼 각각 1단에서 수확하는 벼의 양은 얼마인가? 8. 소 2마리, 양 5마리를 팔고, 그 돈으로 돼지 13마리를 사면 돈이 1,000전이 남는다. 소 3마리, 돼지 3마리를 팔고, 그 돈으로 양 9마리를 사면 돈이 정확히 맞아 떨어진다. 양 6마리, 돼지 8마리를 팔고, 그 돈으로 소 5마리를 사면 돈이 600전 부족하다. 그렇다면 소・양・돼지 1마리의 값은 각각 얼마인가?
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 5 >

관련 단원	III. 방정식과 부등식
자료 유형	수학사적 문제 활용
활동 인원	1~2명
준 비 물	·

방정식과 부등식 단원에서 디오판토스 문제에 관한 자료이다. 부정방정식 중의 하나인 디오판토스 방정식에 관한 내용을 읽기 자료로 제시하였고, 디오판토스의 묘비에 기록되어진 문제와 디오판토스 방정식 2문제를 제시하였다. 문제에 대한 답은 다음과 같다. 디오판토스는 몇 살에 죽었을까?

1. 디오판토스의 나이를 x 라고 합시다. 청년기는 $\frac{1}{6}x$이고, 수염을 기른 기간은 $\frac{1}{12}x$, 그 후부터 결혼 전까지 $\frac{1}{7}x$, 5년 후 아들을 얻고, 아들은 아버지 생의 반 $\frac{1}{2}x$을 살았다. 아들이 죽은 뒤 4년 후에 죽었다.

$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4 = x$. 이것을 풀면 $x=84$

2. 세 개의 미지수 x, y, z을 갖는 다음과 같은 두 개의 방정식을 만들 수 있다.

$10x+40y+120z=1000,\quad x+y+z=40$

$x=20,\ y=20,\ z=0$

$x=28,\ y=9,\ z=3$

3. 수박 1통, 사과 39개, 자두 60개

[읽기자료5]

디오판토스는 유클리드(기원전 300년경)의 시대에서 히파티아(415)의 시대 안에 이집트 북부에 위치한 도시 알렉산드리아라는 수학 연구의 세계적

인 중심지에서 살았어요. 대수학의 발전에 큰 영향을 끼쳤던 디오판토스는 수에 관련된 인상적인 정리들과 130여 개의 다양한 문제를 포함하고 있는 『산학 Arithmetica』을 저술하였어요. 이 책에서는 수사, 미지수, 계산 기호 등을 사용하여 대수학을 만들어 일차, 이차방정식 및 연립방정식을 푸는 방법을 보여 주었답니다. 디오판토스의 대수학에서 가장 흥미로운 부분은 부정방정식에 관한 해법이에요. 부정방정식이란 미지수의 개수보다 방정식의 개수가 적은 (연립)방정식을 말해요. 예를 들면, $5x+2y=20$ 이 방정식을 보면, 미지수의 개수는 x와 y로 2개 이고 방정식의 개수는 1개로, 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 많지요. 부정방정식은 그대로 풀기 어렵기 때문에 모든 해를 구하는 것이 아니라 '유리수해' 또는 '정수해' 또는 '자연수해'만을 구하라는 조건이 붙어 있는 것이 보통이지요. 이러한 부정방정식 가운데 특히 정수해만을 구하는 것을 디오판토스 방정식이라고 합니다.

수학에 공헌한 디오판토스의 업적이 중요함에도 불구하고 그가 알렉산드리아에 살았다는 사실과 사망했을 때 그의 나이를 논리적으로 알 수 있다는 사실 외에는 디오판토스의 삶에 대해 우리가 알고 있는 것이 거의 없다고 해요. 디오판토스의 묘비에 기록되어졌다고 하는 그의 일생에 관한 대수학적인 수수께끼를 보도록 해요.

디오판토스의 청년기는 그 일생의 $\frac{1}{6}$ 동안 지속되었다.

그 후 일생의 $\frac{1}{12}$ 의 기간 동안 수염을 길렀다.

그 후 일생의 $\frac{1}{7}$ 이 지난 후에 디오판토스는 결혼을 했다.

5년 후 그는 아들을 얻었다.

그의 아들은 정확하게 아버지 생의 반을 살다갔다.

디오판토스는 아들이 죽은 지 정확히 4년 후에 죽었다.[5)6)]

5) Yakov I. Perelman(2006), 조수영 역, 페렐만의 살아있는 수학 3, 써네스트.
6) Sanderson Smith(1996), 황선욱 역, 수학사 가볍게 읽기, 한승.

[활동지5]

단원	III. 방정식과 부등식
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동주제	디오판토스는 몇 살에 죽었을까?, 디오판토스 방정식을 풀어 보자.
활동 순서	1. 디오판토스는 몇 살에 죽었는지에 대한 문제와 디오판토스 방정식 2문제를 푼다.
내용과 방법	1. 디오판토스는 몇 살에 죽었을까? 2. 1000원으로 40장의 우표를 사야 한다. 그런데 우표는 10원, 40원, 120원 짜리가 있다. 각각 몇 장씩 살 수 있을까? 3. 50000원을 가지고 여러 가지 과일 100개를 사려고 한다. 과일 별 가격은 다음과 같다. 수박 1통 - 5000원 사과 1개 - 1000원 자두 1개 - 100원 과일을 종류별로 몇 개나 살 수 있나?
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 6 >

관련 단원	V. 확률
자료 유형	수학사적 문제 활용
활동 인원	2~6명
준 비 물	각자 작은 사탕 두 개씩.

확률 단원에서 활용할 수 있는 수학사 문제를 제시하고, 해결 방법을 찾아 보는 활동을 구성하였다. 드 메레가 제시한 게임의 가짓수를 생각하여 보자.

A는 두 번 이기고, B는 한 번 이겼다. 다음 번 게임의 경우를 살펴보자.

네 번째 게임

1) A가 이길 경우 : A는 세 번 이기게 되므로 A가 동전을 가지게 된다.

2) B 가 이길 경우 : A가 두 번 이기고, B가 두 번 이기므로 게임을 한 번 더 한다.

다섯 번째 게임

a) A가 이길 경우 : A가 세 번 이기게 되므로 A가 동전을 가지게 된다.

b) B가 이길 경우 : B가 세 번 이기게 되므로 B가 동전을 가지게 된다.

동전을 나누는 방법을 생각해 보자.

네 번째 게임에서 A가 이길 경우와 B가 이길 경우 두 가지의 경우로 나누어지므로 32개의 동전을 일단 A와 B에게 반반씩 나누어 준다. 그런데 네 번째 게임에서 B가 이겼을 경우 한 번의 게임을 더 해야 하므로 B가 가진 16개의 동전을 다시 A와 B에게 반 나누어 갖는다. 그러면 A는 24 개의 동전을 가지게 되고 B는 8개의 동전을 가지게 된다.

[읽기자료6]

수천 년 동안 인류는 확률 게임을 즐겨왔어요. 확률 게임은 숫자를 가지고 하는 게임이므로 확률과 손실을 계산하는 데 매우 능숙해야 합니다. 그

런데 주사위를 던지거나 룰렛 판을 돌려서 나오는 결과들은 무작위이므로 이러한 확률 게임에서 이기려면 엄청난 행운이 따라야 합니다.

<그림 Ⅳ-3> 확률

간단한 확률은 우리도 쉽게 알아낼 수가 있어요. 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률은 1/2이고 뒷면이 나올 확률도 1/2이죠. 동전을 여러 번 던지면 앞면이 나오는 횟수만큼 동전의 뒷면이 나오게 되겠지요. 스위스의 수학자인 자코브 베르누이의 논문에는 이러한 내용이 나와 있어요.

그는 동전을 던졌을 때 앞면과 뒷면이 나오는 확률이 너무나도 명백하기 때문에 아무리 어리석은 사람이라도 그 결과를 쉽게 알 수 있다는 사실을 인정했어요. 하지만 이 확률이 왜 사실인지를 명확하게 증명하는 데 20년의 세월을 보냈고 결국에는 그 공을 인정받았다고 합니다.

그는 이것을 자신의 이름을 따 베르누이의 황금 정리라고 불렀지만, 현재는 '대수의 법칙'으로 알려져 있어요. 카지노는 이 법칙을 잘 활용하고 있어요. 사람들은 요행을 바라며 도박을 하지만 시간이 지나면 카지노는 룰렛 판에 베팅된 돈의 5.3퍼센트를 수익으로 예상할 수 있다고 하네요. 눈에 보이는 확률과 대수의 법칙 사이에서 확률 문제는 점점 복잡해집니다. 동전의 뒷면이 연속해서 다섯 번 나올 가능성은 얼마인가요? 세 개의 주사위를 던졌을 때, 세 주사위 모두 6이 나올 가능성은 얼마인가요?

이것을 알기 위해서는 확률과 관련된 계산을 해야 합니다. 동전의 뒷면이 연속해서 다섯 번 나올 확률은 $\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$이고 주사위 세 개가 모두 6이 나올 확률은 $\frac{1}{6^3}=\frac{1}{216}$입니다.

수천 년 동안 사람들은 확률 게임을 해왔지만 결과가 명백하거나 경우의 수를 쉽게 나열할 수 있는 매우 드문 경우를 제외하고는, 여러 가지 다양한 결과가 나오는 확률을 계산할 수가 없었답니다.

한 사건이 발생할 수 있는 가능성, 즉 확률은 17세기에 수학의 한 분야로 자리 잡았는데, 운으로 하는 게임(a game of chance)이라는 관점에서 다루어졌어요. 지롤라모 카르다노가 1520년대에 운으로 하는 게임에 대한 글을 썼지만 그의 연구 결과는 1633년까지는 출판되지 않았기 때문에 최초의 자리를 페르마와 파스칼에게 내주었습니다. 페르마와 파스칼은 여러 통의 편지를 주고받으며 도박사였던 슈발리에 드 메레가 제안한 문제에 대해 논의했어요. 그 문제를 살펴보도록 해요.

“두 명의 참가자가 순수하게 운에 의한 게임을 하고 있고 각각 32개의 동전을 배팅한다. 세 번 연속으로 먼저 이기는 사람은 베팅된 동전 전부를 가질 수 있다. 게임을 세 번 한 후에 게임이 중단되었는데, 참가자 A는 두 번 이겼고 참가자 B는 한 번 이겼다. 이 상황에서 어떻게 하면 두 사람이 동전을 공정하게 나눠 가질 수 있을까요?”[7)]

7) Anne Rooney(2010), 문수인 (역), 수학 오디세이, 돋을새김.

[활동지6]

단원	V. 확률
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동주제	드 메레의 문제를 해결하여 보자. 공정하게 동전을 나누는 방법을 토의하여 서술하여보자.
활동 순서	1. 드 메레가 제안한 문제를 풀어본다. 동전을 나누는 방법을 생각해본다.
내용과 방법	게임의 가짓수를 생각하여 보자. 동전을 나누는 방법을 생각해 보자.
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 7 >

관련 단원	V. 확률
자료 유형	용어·정리의 수학사적 내용
활동 인원	2～4명
준 비 물	14면체에 들어가는 사각형 6개와 육각형 8개, 가위, 풀, 테이프.

확률 단원에서 용어·정리의 수학사적 내용으로 목제주령구에 관한 읽기자료와 목제주령구를 만들어 보는 활동을 제시하였다. 목제주령구의 전개도를 활용하는 것도 좋다. 목제주령구는 모든 면이 같지 않기 때문에 각각의 면이 나올 확률이 같지 않다는 점을 언급한다.

[읽기자료7]

확률 게임의 대표격인 주사위는 1부터 6까지의 숫자가 적혀 있는 정육면체 모양이에요. 그런데 8세기경(통일신라시대)에 제작된 것으로 추정되는 14면체의 주사위가 있어요. 이 주사위는 주령구 라고 불리우는데 1975년 경주 안압지를 발굴하던 중 연못 바닥의 뻘 속에서 발견되었다고 해요. '술 마시기를 명령하는 놀이기구'라는 뜻으로 붙인 이름이라고 하는데, 나무로 만든 것이어서 목제주령구라고 해요. 목제주령구는 임금과 귀족들이 풍류를 즐기는 도구로 쓴 것 같아요. 각 면에 숫자가 아닌 문자가 새겨진 것으로 보아, 술을 마시는 연회 자리에서 게임을 하기 위한 것이었음을 짐작할 수 있지요. 목제주령구에 적힌 벌칙들을 살펴 볼까요?

삼잔일거(三盞一去) : 한 번에 술 석 잔 마시기

중인타비(衆人打鼻) : 여러 사람이 코 때리기

자창자음(自唱自飮) : 스스로 노래 부르고 스스로 마시기

음진대소(飮盡大笑) : 술 한잔 다 마시고 크게 웃기

금성작무(禁聲作舞) : 소리 없이 춤추기

〈그림 IV-4〉 목제주령구

유범공과(有犯空過) : 덤벼드는 사람이 있어도 가만히 있기

농면공과(弄面孔過) : 얼굴을 간질여도 꼼짝 않기

곡비즉진(曲臂則盡) : 팔을 구부린 채 다 마시기

추물막방(醜物莫放) : 더러운 물건을 버리지 않기

월경일곡(月鏡一曲) : 월경 한 곡조 부르기

공영시과(空詠詩過) : 시 한 수 읊기

임의청가(任意請歌) : 누구에게나 마음대로 노래 시키기

자창괴래만(自唱怪來晩) : 스스로 괴래만이라는 노래 부르기

양잔즉방(兩盞則放) : 술 두 잔이면 쏟아 버리기[8]

주령구는 사각형 6개, 육각형 8개로 되어 있어요. 면적이 서로 비슷해야 각 면이 나올 확률도 비슷하겠지요? 그래서 주령구의 6각형은 길쭉한 삼각형 모양에 가까워요. 주령구를 한 번 만들어 볼까요?

8) 이윤경(2010), 놀면서 혼자하는 수학 3 확률·통계와 도형, 글담출판사.

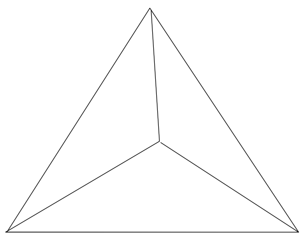
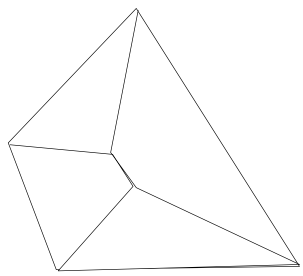
[활동지7]

단원	VII. 도형의 닮음
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동주제	종이 주령구를 만들어봅시다.
활동 순서	1. 주어진 사각형과 육각형을 각각 6개, 8개를 만든다. 2. 각각의 면에 친구들과의 놀이에서 할 수 있는 벌칙을 적는다. 3. 테잎으로 14면체가 만들어질 수 있도록 이어 나간다. 4. 14면체가 완성되면 모서리를 다 붙여 종이 주령구를 완성한다. 5. 조별로 종이 주령구로 게임을 한 번 해 본다.
내용과 방법	목제주령구를 만들어보자.
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 8 >

관련 단원	Ⅵ. 도형의 성질
자료 유형	용어·정리의 수학사적 내용
활동 인원	2～4명
준 비 물	딱딱한 종이로 만든 도형, 종이 도형 아래에 받침이 될 도구

'용어·정리의 수학사적 내용'으로 도형의 성질 단원으로 구성하였다. 이 자료는 야외 수업으로 진행되어야 활동을 할 수 있을 것이다. 먼저 딱딱한 종이로 만든 적당한 크기의 여러 가지 평면 도형과 도형 아래에 받침이 될 도구가 준비되어 있어야 한다. 읽기자료를 함께 보고 삼각형이 가장 기본적이고 단단한 구조라는 이유를 한 가지 더 찾기 위해 모래를 이용하여 내심을 찾는 활동을 한다. 내심은 꼭 1개가 나오는 것이 아니라는 것을 미리 언급하여 혼동이 없도록 한다.

	
삼각형 모양 피라미드 모양으로 모래가 쌓인다. 가장 높은 곳이 내심이다.	사각형 모양 높이 솟아오른 점이 2개 생긴다. 사각형의 내심은 2개라는 것을 알 수 있다.

[읽기자료8]

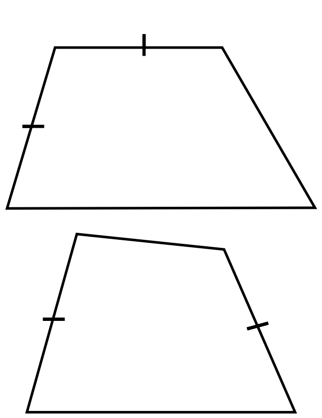
왜 삼각형은 도형 중에서 가장 기본적인 것일까?

철학자 플라톤은 직선으로 싸인 면은 모두 반드시 삼각형으로 분해할 수 있기 때문에, 삼각형은 가장 기본적인 도형이라고 했어요. 실제로 다각형 중에서는 삼각형이 가장 간단합니다. 그러다가 변의 개수를 하나 더 늘인

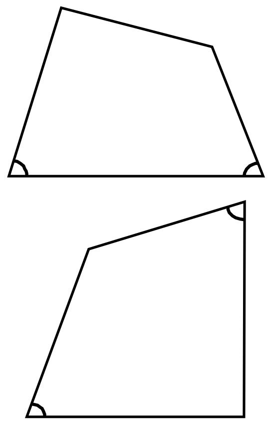
사각형만 되면, 삼각형에 비하여 훨씬 복잡해져요.

예를 들어 이등변삼각형을 살펴 보도록 하지요.

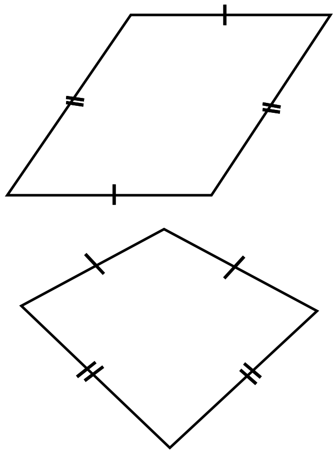
'이웃한 두 변(또는 두 각)이 서로 합동인 삼각형'이라고 하면 그만이지만, '이등변사각형'은 그렇게 간단히 말할 수 없어요. 이웃한 변(각)이 같을 때와, 맞선 변(각)이 같을 때를 서로 다른 경우로 생각해야 하고, 게다가 두 쌍이 같은 경우(그림중의 (3)과(4))가 있으며, 그것도 두 종류나 되기 때문이에요.



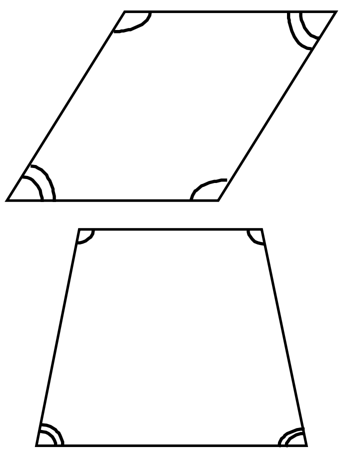
〈그림 IV-5〉
(1) 두 변이 같을 때



〈그림 IV-6〉
(2) 두 각이 같을 때



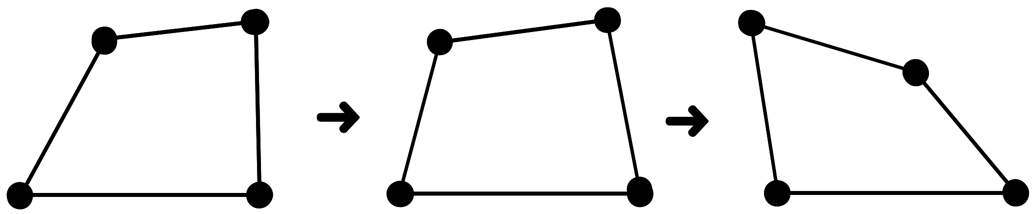
〈그림 IV-7〉
(3) 두 쌍의 변이 같을 때



〈그림 IV-8〉
(4) 두 쌍의 각이 같을 때

삼각형에서는 두 개의 변이 같은 삼각형인 '이등변삼각형'이 두 각의 크기가 같다는 뜻인 '이등각삼각형'이 되지만, 사각형의 경우에는 '이등변사각형' 곧 '이등각사각형'이라고 말할 수는 없어요. 삼각형과 사각형은 얼핏 생각하기에는 '3'이 '4'로만 바뀌어진 것 같지만, 사실은 엄청난 차이가 있어요. 그 차이 중 몇 가지를 말한다면,

첫째, 삼각형은 3변의 길이를 정하면 고정되고 움직이지 않지만, 사각형은 네 변의 길이가 정해져도 모양이 여러 가지로 바뀌어요.

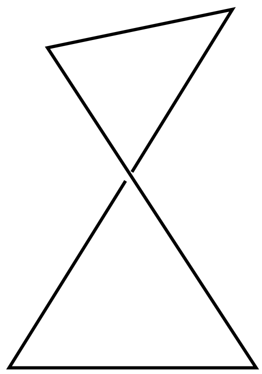


<그림 Ⅳ-9> 네 변의 길이가 정해진 사각형

둘째, 삼각형에는 오목한 것이 없으나 사각형에는 있어요. 즉, 삼각형은 '볼록 삼각형'뿐이지만, 사각형에는 '볼록사각형'도 '오목사각형'도 있고요. 물론, 사각형만이 아니고, 오각형, 육각형, … 에도 '오목'과 '볼록'이 있어요.

셋째, 사각형 중에는 '비틀린' (또는 '꼬인') 위치의 것도 있어요. 다음 그림은 마치 열차 선로와 버스 노선이 '입체 교차'하는 것처럼 되어 있어요.

"이런 것은 사각형도 사변형도 아니다!"라고 할지도 모르겠지만 이러한 것도 '4개의 각과 4개의 변으로 된 도형'이라는 정의에 조금도 어긋나지 않지요? 그러니까 사각형(4변형)으로 간주할 수 있어요.



〈그림 Ⅳ-10〉 비틀린(꼬인) 사각형

'평면 위에서의 도형'이라는 조건을 이 정의에 덧붙인다면 입체 교차하는 경우는 제외시킬 수 있지만, 삼각형 이상의 다각형, 즉, 사각형, 오각형, … 등은 '입체적'으로도 생각할 수 있다는 사실을 염두에 둘 필요가 있어요. 철사를 틀어서 삼각형을 만들면, 언제나 평탄한 탁자 위에 짝 들러붙지만, 사각형인 경우에는 그렇게 되지 않을 때가 있는 것도 이 때문이지요.

처음에 이야기했던 플라톤의 말은 아주 깊은 뜻을 담고 있음을 알 수 있어요.[9)]

삼각형이 단단한 구조라고 생각할 수 있는 또 하나의 이유를 찾아보도록 해요. 모래를 이용해서 삼각형 그리고 다각형의 내심을 찾아보도록 합시다.

9) 김용운, 김용국(2000), 재미있는 수학여행 3 기하의 세계, 김영사.

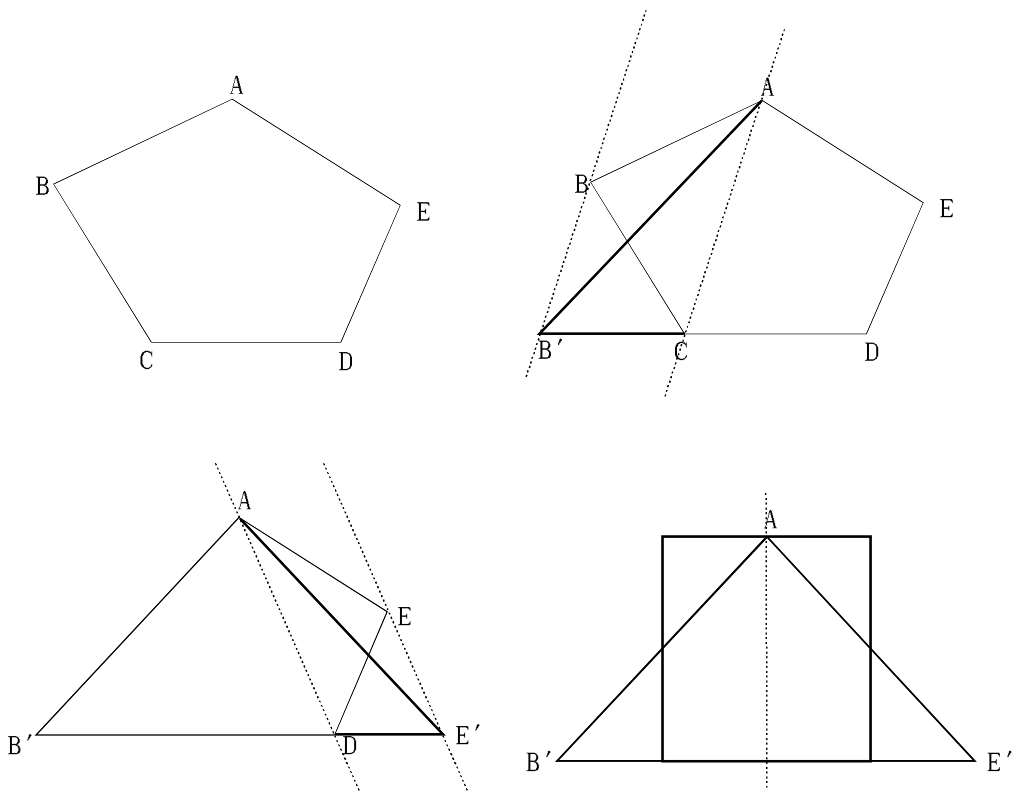
[활동지8]

단원	Ⅵ. 도형의 성질
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	모래를 이용하여 삼각형과 평면도형의 내심 찾기.
활동 순서	1. 딱딱한 종이로 내심을 찾고자 하는 도형을 만든다. 2. 도형을 바닥에서부터 조금 떨어지게 고정한다. 3. 도형위에 고운 모래를 흘러내릴 때까지 뿌린다. 4. 가장 높은 곳이 나타나는가? 그림을 그려보자.
내용과 방법	내심을 찾을 도형 1 내심을 찾을 도형 2
비교 및 소감	

〈 수학사 학습 자료 9 〉

관련 단원	VII. 도형의 닮음
자료 유형	수학 개념의 역사적 발달 과정
활동 인원	2~4명
준 비 물	자

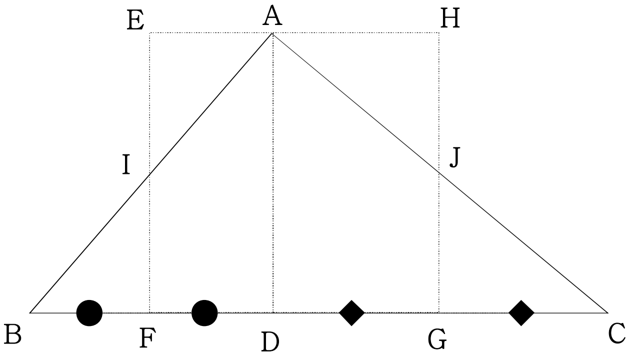
도형의 닮음 단원에서 도형의 성질을 이용한 자료이다. 삼각형의 밑변과 높이가 같으면 넓이가 같아지는 성질을 이용하여 오각형과 넓이가 같은 직사각형을 찾는 활동을 구성하였다. 다음과 같이 오각형과 넓이가 같은 사각형을 찾고, 사각형과 넓이가 같은 삼각형을 찾으면, 삼각형과 넓이가 같은 직사각형을 찾을 수 있다.



[읽기자료9]

옛날 농경 사회에서는 나라 재정의 기본이 바로 곡식의 수확량에 달려 있었어요. 곡식 수확량을 정확히 알아야 세금을 제대로 걷을 수 있었을 테니, 토지 측량 또한 정확해야 했고요.

『구장산술』에는 여러 가지 모양의 땅 넓이를 구하는 방법이 수록되어 있어요. 옛날 사람들은 삼각형 모양의 땅을 '규전'이라 했는데, '규전은 밑변을 반으로 하여 높이에 곱한다.'고 『구장산술』에 쓰여 있어요. 이것을 오늘날의 언어로 풀면, 삼각형의 넓이는 '밑변의 $\frac{1}{2}$'에 '높이'를 곱해서 구하라는 내용이 되는 것이지요. 이것을 그림으로 본다면 다음과 같아요.



<그림 Ⅳ-11> 넓이가 같은 사각형

ASA 합동으로 $\triangle AEI \equiv \triangle BFI$, $\triangle AHJ \equiv \triangle CGJ$ 이기 때문에 삼각형을 직사각형 모양으로 바꿔도 넓이가 같다는 걸 알았어요.[10]

10) 나숙자(2007), 친절한 도형 교과서 도형의 성질과 닮음 2, 부키.

[활동지9]

단원	VII. 도형의 닮음
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동주제	오각형과 넓이가 같은 사각형, 또 그 사각형과 넓이가 같은 직사각형을 만들어 봅시다.
활동 순서	1. 오각형을 그린다. 2. 이 오각형을 바탕으로 넓이가 같은 사각형을 만든다. 3. 2의 사각형을 가지고 넓이가 같은 삼각형을 만든다. 4. 3의 삼각형을 가지고 넓이가 같은 직사각형을 만든다.
내용과 방법	오각형 오각형과 넓이가 같은 사각형 사각형과 넓이가 같은 삼각형 삼각형과 넓이가 같은 직사각형
비교 및 소감	

< 수학사 학습 자료 10 >

관련 단원	VII. 도형의 닮음
자료 유형	용어·정리의 수학사적 내용
활동 인원	1～2명
준 비 물	자

이 자료는 도형의 닮음 단원에서 용어·정리의 수학사적 내용으로 황금비에 관한 것이다. 피타고라스가 언급한 황금비에 대한 읽기자료를 제시하였다. 활동은 손에서 황금비를 찾아보며 수학은 기초가 되는 학문일 뿐 아니라 미적 아름다움도 추구하는 학문이라는 것을 보여준다. 우리 신체의 다른 부분에도 황금비가 존재하는데, 손을 제외하고 다른 황금비를 찾아보는 것도 좋을 것이다. 또, 수학사에 관한 황금비의 내용과 함께 일상생활에서 쓰이는 황금비를 알아본다면 좀 더 흥미로울 것이다.

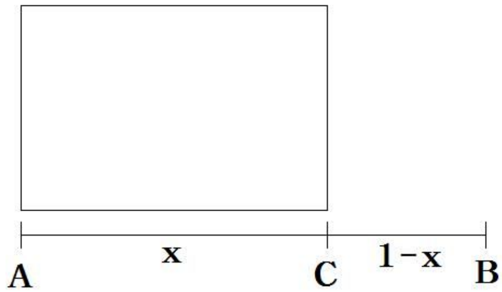
[읽기자료10]

세상의 일을 숫자와 관련짓는 데 열심이었던 그리스의 철학자 피타고라스(기원전 572～497)는 다음과 같은 글을 썼다.

"황금비는 이 세상의 모든 피조물에 존재한다. 사람의 키와 배꼽의 높이의 비를 계산해 보라. 대신전의 두 벽의 길이의 비, 별(pentagram)의 긴 변과 짧은 변의 길이의 비. 이것들의 길이의 비는 어떤가? 일정한가? 왜 그런가? 전체에 대한 큰 것의 비는 큰 것에 대한 작은 것의 비와 같기 때문이다."

피타고라스를 그토록 황홀하게 했던 '황금비'란 무엇인가? 황금비에 대하여 살펴 보도록 하자. 다음 그림에서처럼 선분 AB를 그어서, 그 위에 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$가 되도록 점 C를 잡으면, 황금비(golden ratio)를 만들 수 있다. 만약 $\overline{AB}=1$이면, $\frac{x}{1}=\frac{1-x}{x}$이다. 이 방정식을 풀어서 구한 비의 값이

바로 황금비인 1.618033989로 약 1.6이다.



<그림 IV-12> 황금비

가로와 세로의 비가 황금비인 직사각형을 황금사각형(golden rectangle) 또는 완전사각형이라고 한다. 황금사각형이 모든 기하학 도형 중에서 시각적으로 가장 안정된 모양이라고 생각하기 때문에 예술품과 건축물에 많이 적용되고 있다. 예를 들면, 이탈리아의 화가이며 건축가, 기술자인 레오나르도 다 빈치(Leonardo da Vinci, 1452~1519)는 수학에 아주 많은 관심을 가졌는데, 그의 미완성 그림인 '성 제롬 St. Jerome'(1483년경)에서 성자의 몸이 황금사각형에 둘러싸인 틀 안에 그려져 있다. 황금비가 시각적으로도 보기에 좋다는 것을 화가로서 레오나르도도 분명히 알고 있었겠지만, 자신의 작품에 황금비를 '의도적으로' 사용했는지는 알 수 없다.[11] 우리도 시각적인 아름다움을 추구하기 위하여 황금비를 사용하는 것은 어떨까?

11) Sanderson Smith(1996), 황선욱 역, 수학사 가볍게 읽기, 한승.

[활동지10]

단원	VII. 도형의 닮음
날짜	2011년 월 일 요일 교시
참여자	
활동 주제	내 손에서 황금 비율을 찾자.
활동 순서	1. 손을 움켜쥐고 두 번째 손가락의 가로와 세로의 길이를 자로 잰다. 2. 가로의 길이 : 세로의 길이로 놓고 간단한 비율로 나타낸다. 3. 이 비가 황금비율과 비슷하다고 할 수 있는가?
내용과 방법	움켜쥔 내 손의 두 번째 손가락의 가로의 길이와 세로의 길이는? 가로의 길이 : 세로의 길이의 비 황금비율과 유사한가?
비교 및 소감	

C. 수학사 학습 자료 개발에 관한 학습 지도안

수학사 학습 자료 중 수학 개념의 역사적 발달 과정과 용어·정리의 수학사적 내용의 유형을 바탕으로 하는 두 개의 학습 지도안을 예로 제시하였다.

〈 지도안 1 〉

다항식의 곱셈과 나눗셈을 수학 개념의 역사적 발달 과정에 관한 수학사로 활용하여 수업을 할 수 있도록 지도안을 구성하였다.

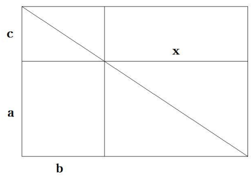
<table>
<tr><td colspan="6">수학사 유형 : 수학 개념의 역사적 발달 과정</td></tr>
<tr><td colspan="3">차시 : 8 / 12</td><td colspan="3">수준별 수업 : 중</td></tr>
<tr><td colspan="2">단원</td><td colspan="4">II. 식의 계산
2. 다항식의 계산
02. 다항식의 곱셈과 나눗셈</td></tr>
<tr><td colspan="2">수업목표</td><td colspan="4">수학사를 활용하여 기하학적인 형태로 다항식의 곱셈을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">단계</td><td rowspan="2">수업내용</td><td colspan="2">교수·학습 활동</td><td rowspan="2">시간(분)</td><td rowspan="2">자료 및 지도상의 유의점</td></tr>
<tr><td>교사</td><td>학생</td></tr>
<tr><td rowspan="3">도입</td><td></td><td>· 자리정돈 및 인사</td><td>· 자리정돈 및 인사</td><td rowspan="3">5분</td><td rowspan="3">· 예제1과 예제2를 연결시켜 지도한다.</td></tr>
<tr><td>[학습목표]
· 기하학적인 형태로 다항식의 곱셈을 나타낸다.</td><td>· 학습목표를 함께 읽어봅시다.</td><td>· 학습목표를 함께 읽는다.</td></tr>
<tr><td>[지난시간 복습]
· 다항식의 곱셈

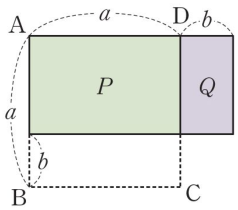
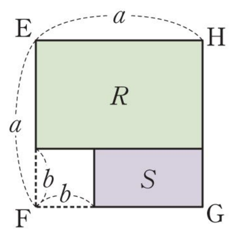
예제1) $(a+b)M$

예제2) $(a+b)(c+d)$</td><td>· 지난 시간에 배운 (단항식)×(다항식), (다항식)×(다항식)을 기억하고 있는지 간단한 예제로 확인한다.</td><td>예제1)
$(a+b)M$
$=aM+bM$

예제2)
$(a+b)(c+d)$
$=a(c+d)+b(c+d)$</td></tr>
</table>

		· 예제2에서 $(c+d)$를 예제1의 M이라 생각하고 전개한다. · 이러한 곱셈을 기하학적인 형태로 전개할 것이라는 것을 미리 언급한다.	$=ac+ad+bc+bd$		
전개	[읽기자료] 함께 읽어본다. 과거에는 일반적인 계산을 기하학적인 형태로 수행하는 것이 타당한 것으로 여겨졌고, 그러한 계산이 발명되었어요. 그러한 계산을 기하학적 대수라 부른답니다. 기하학적 대수의 첫 번째 요소로는 직선에서 선분을 들 수 있어요. 선분을 이용하여 계산에 관련된 모든 연산이 정의되었어요. 덧셈은 선분들을 덧붙여 놓는 것으로, 뺄셈은 선분으로부터 빼려는 선분을 버리는 것으로 해석 되었어요. 선분들의 곱셈을 이차원적인 작도로 하기 시작했는데, 변의 길이가 a와 b인 직사각형이 두 선분 a와 b의 곱으로 생각해서 계산하기 시작했어요. 세 선분의 곱은 직육면체가 되고, 기하학적 대수에서는 그 이상의 인수들의 곱은 생각될 수 없어요. 나눗셈은 나누는 수의 크기가 나누어지는 수보다 클 때에만 가능한 것으로 생각되었고, 나눗셈은 영역 첨부 문제와 동일시되었어요. 이를 구체적으로 살펴볼까요?			35분	
	[읽기자료 문제] 문제) $ab \div c = x$인 선분 x를 작도하여라.	풀이) 선분 c 에 주어진 ab 와 같은 직사각형을 첨부하자. 직사각형 ab와 bc를 덧붙여 놓고, 직사각형 bc의 대각선을 변 b와 만날 때까지 연장하여, 이것을 대각선으로 가지는 새로운 직사각형을 작도한다. 이때, 직사각형 ab와 cx는 같으므로, $ab=cx$ 이고, $ab \div c = x$ 이므로 원하는 선분 x를 얻게 된다.			· 그림과 함께 과정을 알 수 있도록 설명한다.

					
	[읽기자료] 함께 읽어본다. 영역 첨부 방법을 통해서 1차방정식 문제들을 풀 수 있어요. 이러한 방법을 포물적(parabolic) 방법이라 부른답니다. parabolic은 그리스어로는 $\pi\alpha\rho\alpha\beta o\lambda\eta$라 쓰는데, '영역의 첨부'를 의미해요. 기하학적 대수에는 대수적 항등식을 나타내는 기하학적 명제들이 포함되어 있어요. 항등식 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 와 같은 기하학적 해석을 나타내는 그림을 만들어보도록 해요.				
	[활동] (단항식)×(다항식), (다항식)×(다항식)을 기하학적인 형태로 나타내어 보도록 하자. · 덧셈으로 이루어진 (다항식)×(다항식)	· 모둠활동을 시작한다. · 한 변의 길이를 a, b, c로 하는 직사각형 또는 정사각형을 만들도록 한다. · 각 모둠별 덧셈으로만 이루어진 다항식의 곱을 a, b, c를 사용하여 만들게 한다. · 다항식의 곱을 색종이의 면적으로 나타낼 수 있도록 지도한다. · 색종이의 면적의 합으로 다항식의 곱을	· 모둠활동을 시작한다. · a, b, c의 길이를 서로 다르게 정하고, a, b, c로 a^2, ab, ac, ba, b^2, bc, ca, cb, c^2의 크기를 갖는 직사각형 또는 정사각형을 2장 이상씩 만든다. · 각각의 직사각형에 넓이를 표시한다. · a, b, c를 사용한 덧셈을 사용한 다항식으로 곱셈식을 만든다. · 한 개의 다항식을 한 번으로 생각하여 각각을 가로축과 세로축에 길이를 표시한다. · 각각에 해당하는 색종이의 면적을 놓는		· 활동을 하면서 활동지를 작성 할 수 있도록 한다.

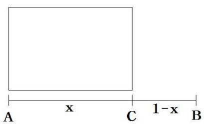
		나타낸 것과, 다항식을 전개한 식과 비교하여 같은지 확인할 수 있도록 한다.	다. · 다항식의 곱을 면적의 합으로 구하여 본다. · 다항식을 전개하여 면적으로 답을 구한 것과 같은지 확인하여 본다.		
	· 뺄셈으로 이루어진 (다항식)×(다항식) · $(a+b)(a-b)$	· $a+b$의 길이와 $a-b$의 길이를 가로축과 세로축에 표시하여 해당하는 면적을 원래의 면적에서 오려서 만들 수 있도록 한다.  · Q의 면적을 이동시키는 것을 알려준다.  · 남은 면적을 구하는 방법을 알려준다. · 면적을 이용하여 구한 것과 다항식을 전개한 식을 비교하여 같은지 확인 할 수 있도록 한다.	· $a+b$의 길이와 $a-b$를 가로축과 세로축에 표시한다. · $-b$만큼 길이를 잘라낸다. · 가로와 세로의 길이가 $a+b$, $a-b$ 가 된다. · $b(a-b)$의 넓이를 $a(a-b)$ 아래로 옮긴다. · a^2-b^2이 되는 것을 확인 할 수 있다. · 다항식을 전개하여 면적으로 답을 구한 것과 같은지 확인하여 본다.		· 뺄셈은 학생들이 하기에 어려움이 있으므로 이 한가지 다항식의 곱에 대하여 함께 해보도록 한다.

정리	[정리] (다항식)×(다항식)을 기하학적인 형태로 나타내어 살펴보았다.	· 질문을 통하여 학습한 내용을 정리한다.	· 활동지를 정리하여 작성하고, 주변을 정리한다.	5분	

< 지도안 2 >

닮은 도형의 성질을 용어·정리의 수학사적 내용으로 수학사를 활용할 수 있도록 지도안을 구성하였다.

<table>
<tr><td colspan="6">수학사 유형 : 용어·정리의 수학사적 내용</td></tr>
<tr><td colspan="3">차시 : 3 / 26</td><td colspan="3">수준별 수업 : 하</td></tr>
<tr><td colspan="2">단원</td><td colspan="4">VII. 도형의 닮음
1. 도형의 닮음
01. 닮은 도형의 성질</td></tr>
<tr><td colspan="2">수업목표</td><td colspan="4">황금비에 대하여 알고, 내 손에서 황금비를 찾는다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">단계</td><td rowspan="2">수업내용</td><td colspan="2">교수·학습 활동</td><td rowspan="2">시간(분)</td><td rowspan="2">자료 및 지도상의 유의점</td></tr>
<tr><td>교사</td><td>학생</td></tr>
<tr><td rowspan="3">도입</td><td></td><td>· 자리정돈 및 인사</td><td>· 자리정돈 및 인사</td><td rowspan="3">5분</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>[학습목표]
· 황금비에 대하여 안다.
· 내 손에서 황금비를 찾는다.</td><td>· 학습목표를 함께 읽어봅시다.</td><td>· 학습목표를 함께 읽는다.</td></tr>
<tr><td>[지난시간 복습]
· 무엇을 닮음이라 하는가?</td><td>· 대답할 수 있도록 유도한다.</td><td>· 닮음이란 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 될 때, 두 도형을 닮음인 관계에 있다고 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">전개</td><td colspan="3">[읽기자료] 함께 읽어본다.
세상의 일을 숫자와 관련짓는 데 열심이었던 그리스의 철학자 피타고라스는 다음과 같은 글을 썼다. “황금비는 이 세상의 모든 피조물에 존재한다. 사람의 키와 배꼽의 높이의 비를 계산해 보라. 대신전의 두 벽의 길이의 비, 별 pentagram의 긴 변과 짧은 변의 길이의 비. 왜 그런가? 전체에 대한 큰 것의 비는 큰 것에 대한 작은 것의 비와 같기 때문이다.”
피타고라스를 그토록 황홀하게 했던 '황금비'란 무엇인가?</td><td rowspan="2">35분</td><td></td></tr>
<tr><td>[읽기자료 문제]
문제) 황금비와 황금사</td><td>· 선분 AB를 그어서,</td><td></td><td>· 그림과 함께 과</td></tr>
</table>

	각형에 대하여 알아보자.	그 위에 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$가 되도록 점 C를 잡으면, 황금비 golden ratio를 만들 수 있다. 만약 $\overline{AB}=1$이면, $\frac{x}{1}=\frac{1-x}{x}$이다. 이 방정식을 풀어서 구한 비의 값이 바로 황금비인 1.618033989로 약 1.6이다.  			정을 알 수 있도록 설명한다.
	[읽기자료] 함께 읽어본다. 가로와 세로의 비가 황금비인 직사각형을 황금사각형 (golden rectangle) 또는 완전사각형이라고 한다. 황금사각형이 모든 기하학 도형 중에서 시각적으로 가장 안정된 모양이라고 생각하기 때문에 예술품과 건축물에 많이 적용되고 있다. 예를 들면, 이탈리아의 화가이며 건축가, 기술자인 레오나르도 다 빈치 (Leonardo da Vinci, 1452~1519)는 수학에 아주 많은 관심을 가졌는데, 그의 미완성 그림인 '성 제롬 (St. Jerome, 1483년경)' 에서 성자의 몸이 황금사각형에 둘러싸인 틀 안에 그려져 있다. 황금비가 시각적으로도 보기에 좋다는 것을 화가로서 레오나르도도 분명히 알고 있었겠지만, 자신의 작품에 황금비를 '의도적으로' 사용했는지는 알 수가 없다.				
	[활동] · 내 손에서 황금 비율을 찾자. · 손을 움켜쥐고 두 번째 손가락의 비를 알아보자.	· 손을 움켜쥐었을 때 두 번째 손가락의 가로의 길이 : 세로의 길이로 놓고 간단한 비율로 나타내어본다. · 이 비가 황금비와 유사하다고 할 수 있는가?	· 정확한 직사각형은 아니지만 두 번째 손가락의 가로의 길이와 세로의 길이를 자로 재어 소숫점 둘째자리까지 나타낸다. · 가로의 길이 : 세로의 길이를 나타내어 간단한 비율로 정리한다.		· 활동을 하면서 활동지를 작성할 수 있도록 한다.

			· 이 비가 황금비와 유사한지 확인한다.		
정리	[정리] 내 손에서 황금비를 찾아 보았다. 이 외에도 황금비는 여러 곳에서 쓰인다.	· 황금비는 신체의 여러 부분, 명함, 고대의 건축물 등에서 나타난다. 가장 아름답게 보이는 비율인 만큼 많이 쓰이고 있다. 이러한 것들을 찾아보도록 하자. · 질문을 통하여 학습한 내용을 정리한다.	· 활동지를 정리하여 작성한다.	5분	

V. 결론 및 제언

A. 결론

본 연구는 제 7차 수정 교육과정 중학교 2학년 수학 교과서 17종 중 10종에서 수학사를 활용한 자료를 조사하였다. 이를 바탕으로 하여 학교수학에서 수학사를 활용한 수업으로 보다 자연스러운 과정을 거쳐 학습 할 수 있도록 수학사를 활용한 학습 자료를 개발하고 이를 실제 수업에 활용할 수 있도록 도움을 주고자 한다. 실제 수업에 활용할 수학사 자료는 흥미를 유발하기 위한 자료와 더불어 학생들이 활동에 참여하여 직접적인 이해를 유도하는 자료를 개발하고자 하였다.

본 연구 목적을 위하여 중학교 2학년 과정의 수학사 활용 자료를 개발하고자 다음과 같은 연구내용을 설정하여 제시하였다.

가. 중학교 2학년 수학 교과서에서 수학사가 어떻게 활용되고 있는지 조사하여 수학사 자료를 네 가지 범주로 분석한다.

나. 연구내용 가를 기초로 하여 중학교 2학년 수학사 활용 자료를 개발하고 이것을 적용할 수 있는 교육 과정안을 제시한다.

연구내용 가에 의해 수학사적 내용의 분포와 특징을 알아보기 위하여 중학교 2학년 중 10종의 교과서를 선택하여 분석하였다. 자료에 대한 유형은 네 가지 범주로 구성하였다. 네 가지 범주는 '수학자 소개', '용어·정리의 수학사적 내용', '수학사적 문제 활용', 수학 개념의 역사적 발달 과정으로

나누었다. 수학사 소개에서는 수학자의 삶이나 업적, 일화를 중심으로 하는 내용을 포함시켰고, '용어·정리의 수학사적 내용'에서는 수학적 용어나 그에 대한 수학사적 설명, 정리나 내용을 수학사를 활용하여 설명한 것, 그리고 수학 어원의 유리를 담은 것도 포함하였다. '수학사적 문제 활용'에서는 수학사 문제를 적용하여 문제로 제시한 것을 포함하였고, 수학 개념의 역사적 발달 과정은 수학적 개념을 발생 과정에 따라 설명하는 것을 포함하였다. 중학교 2학년 교육과정의 각 단원을 이 네 가지 범주로 구분하여 현재의 수학사를 활용한 자료가 어느 정도 도입되고 네 가지 범주 중 어느 범주로 활용되고 있는지를 알아보았다. 수학사 자료를 제시하였고, 자료의 일부를 수업에 활용할 수 있도록 지도안을 작성하였다.

이 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학사 활용을 위한 교과서의 접근을 확인 할 수 있었다. 수학자를 소개하는 내용은 많았지만 '수학사적 문제 활용'은 특정 단원에 많은 쏠림이 있었고, '수학 개념의 역사적 발달과정'은 모든 단원에서 거의 나타나지 않아 학교수학에서 수학사를 활용하여 수업을 진행하기에 교과서만으로는 부족하다고 판단되어진다.

둘째, 수학사 활용을 위하여 본 논문에서 중학교 2학년 과정에서 활용 가능한 수학사 자료를 제시하였고, 수업 시간에 활용 할 수 있도록 활용 예시를 제시하였다. 수학사를 활용한 수업을 통하여 흥미 유발, 동기 부여, 개념 형성에 도움, 이해 등 긍정적인 이점을 기대한다.

수학 수업에 수학사의 보다 많은 활용을 하여 수학 학습에 도움이 되기를 바란다.

B. 제언

본 연구의 한계는 학교수학 전 학년 중 중학교 2학년에서만 활용 가능한 수학사 자료 개발로 한정되었고, 이미 학습된 내용과 앞으로 학습할 내용의 연계성이 부족하였다. 이러한 결점을 보안하기 위하여 학교수학의 각각의 학년에 관한 연구와 전체를 포괄하여 전·후 학습과 수학사를 연계 시킬 수 있는 후속 연구가 필요할 것이다.

학교수학에서 교사들이 사용하는 교과서에 제시된 수학사뿐만 아니라 더욱 광범위하고 깊은 수학사 자료를 제공하여 학생들이 수학을 이해하고 수학사를 접할 수 있는 기회를 제공 하여야 할 것이다.

참고문헌

강옥기 외 2인(2001), 교사용 지도서 8-가 중학교 수학, (주)두산

고지숙(2005), 수학사를 활용한 중학교 기하 수업 자료 개발, 석사학위논문, 한국교원대학교 교육대학원.

김미화(2008), 수학사를 활용한 8-가 단계의 함수 단원 지도, 석사학위논문, 신라대학교 교육대학원.

김용운, 김용국(2000), 재미있는 수학여행 3 기하의 세계, 김영사.

김원경 외 6인(2010), 중학교 수학 2, 비유와 상징.

김원경 외 6인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 비유와 상징.

김창일, 윤영기(2001), 역사발생적 원리에서의 수학사 활용에 관한 고찰, 교과 교육 연구 제5호, 단국대학교 교과교육연구소.

김홍종 외 3인(2010), 중학교 수학 2, 성지출판.

김홍종 외 3인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 성지출판.

나숙자(2007), 친절한 도형 교과서 도형의 성질과 닮음 2, 부키.

민세영(2002), 역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구, 교육학 박사학위논문, 서울대학교 대학원.

박묘상(2000), 중학교 기하 수업에서 수학사 활용에 관한 연구, 석사학위논문, 경희대학교 교육대학원.

박현정(2009), 가우스가 들려주는 근삿값과 오차 이야기, 자음과 모음.

배민혜(2000), 수학사와 관련한 초등 수학 교수-학습 자료 개발 연구, 교육학 석사학위논문, 서울교육대학교 교육대학원.

신항균(1998), 초등 수학 교육에 수학사를 이용한 방안 연구, 과학과 수학 교육 논문집 제 24 집, 139-151.

신항균 외 3인(2010), 중학교 수학 2, 지학사.

신항균 외 3인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 지학사.

심상길(2009), 교과서 연립방정식 단원에 제시된 수학사의 소재 분석 및 교수학적 분석, 〈학교수학〉 제 11권 제 3호 415-429, 대한수학교육학회지.

양성호, 이경언(2010), 수학 교수-학습에서의 동양 수학사 활용에 관한 연구, 〈수학교육〉 제 49권 제 1호 15-37, 한국수학교육학회지.

엄상미(2005), 수학사 활용 수업에 나타난 학습 태도와 학습 과정의 특징 연구, 석사학위논문, 한국교원대학교 교육대학원.

우정호(1998), 학교 수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부.

우정호(2009), 수학 학습-지도 원리와 방법, 서울대학교 출판부.

우정호 외 9인(2010), 중학교 수학 2, 두산동아.

우정호 외 9인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 두산동아.

유희찬 외 7인(2010), 중학교 수학 2, 미래엔 컬쳐그룹.

유희찬 외 7인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 미래엔 컬쳐그룹.

유휘(1998), 김혜경, 윤주영 역, 동양 최고의 수학서 구장산술, 서해문집.

윤성식 외 5인(2010), 중학교 수학 2, 더텍스트.

윤성식 외 5인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 더텍스트.

이강섭 외 4인(2010), 중학교 수학 2, 도서출판 지학사.

이강섭 외 4인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 도서출판 지학사.

이윤경(2010), 놀면서 혼자하는 수학 3 확률·통계와 도형, 글담출판사.

이준열 외 5인(2010), 중학교 수학 2, 천재교육.

이준열 외 5인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 천재교육.

이진(2009), 교과서의 수학사와 실생활 문제 활용 분석 연구, 석사학위논문, 이화여자대학교 대학원.

이혜현(2008), 중학교 수학교과서에서의 수학사 활용에 관한 연구, 석사학위논문, 건국대학교 교육대학원.

정상권 외 6인(2010), 중학교 수학 2, 금성출판사.

정상권 외 6인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 금성출판사.

정은진(2005), 수학사 자료 개발 및 학습 효과에 관한 연구, 석사학위논문, 경남대학교 교육대학원.

정창현 외 4인(2010), 중학교 수학 2, 대교.

정창현 외 4인(2010), 중학교 수학 익힘책 2, 대교.

황혜정 외 5인(2008), 수학교육학신론, 문음사.

Anne Rooney(2010), 문수인 (역), 수학 오디세이, 돋을새김.

Carl B. Boyers(2000), 양영오 외 1인 (역), 수학의 역사 상, 경문사.

Sanderson Smith(1996), 황선욱 (역), 수학사 가볍게 읽기, 한승.

Victor J. Katz(2006), 계영희 외 12인 (역), 수학교육에서 역사 활용하기 (상), 교우사.

Yakov I. Perelman(2006), 조수영 (역), 페렐만의 살아있는 수학 3, 써네스트.

Abstract

A Study on Analysis and Materials Development of Using History of Mathematics in Middle School Mathematics Textbooks

Han, Hyun Hee
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education
Sungshin Women's University
Supervised by Jung, Hea Nam of advisor, Ed. D.

The study attempts to help the student understand the development and historical character of mathematics in school and feel interest. I considered the second year course of middle school in order to develop the material utilizing the history of mathematics.

Firstly, I surveyed about use of it used in the second year of middle school text book by dividing into four categories. Second, I develop the material about the mathematics history and suggest a educational curriculum to apply based on this material.

First of all, I selected 10 textbooks of the second grade in middle school among the 7th Revision Educational Curriculum Korea and analyzed the material about mathematics history and surveyed it by dividing four category (mathematician introduction, information of words and theorem

in the history, use of mathematics problem in the history, and development of mathematics concepts in the history). As a result, I found that the most content is about mathematician introduction with 82, and the fewest content is about the development of mathematics concepts in the history.

Therefore I assumed that it will be difficult for students to understand mathematics concepts only in established textbooks. And also, I focused on the development of mathematics concepts in the history and developed learning materials to make up present textbook.

The example of teaching plan is written by the level of the difficulty in order to be used in the practical lesson. I expect positive effect that student can understand the development of mathematics concept in the history and feel interest in studying mathematics through this document.