姜 秉 介 敎授指導

碩士學位 請求論文

도형영역에서 조작 학습을 통한 동기 부여 및 학습능력 향상에 대한 연구

2009

성신여자대학교 교육대학원

교육학과 수학교육전공

염 윤 정

도형영역에서 조작 학습을 통한 동기 부여 및 학습능력 향상에 대한 연구

강 병 개 교수지도

이 논문을 석사학위 논문으로 제출함

2009년 5월

성신여자대학교 교육대학원
교육학과 수학교육전공
염 윤 정

認 准 書

廉允品의 碩士學位 論文을 認准함

審査委員 ____________________ 印

審査委員 ____________________ 印

審査委員 ____________________ 印

誠信女子大學校 敎育大學院

논 문 개 요

본 연구의 목적은 초등학교 학생들을 대상으로 도형 영역의 학습능력의 향상과 긍정적인 태도의 형성 및 동기부여를 위하여 마련된 프로그램을 통한 활동학습이 도형의 개념 형성과 태도변화에 어떠한 영향을 미치는지 알아보는 것이다. 이를 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

첫째, 교사가 수업에 효율적으로 활용할 수 있는 놀이를 이용한 교수·학습자료의 활용방안을 탐색한다.

둘째, 구체적인 조작물을 이용한 수업에서 학생들이 기존에 배웠던 도형에 대한 인식과 태도에 변화를 가져올 수 있는지 알아본다.

셋째, 활동 프로그램을 통하여 초등학교 6학년을 올라가기에 앞서 학생들의 도형영역에서의 학업 성취도에 미치는 영향을 알아본다.

이와 같은 연구목적을 달성하기 위하여 초등학교 5학년(예비 초등학교 6학년) 학생들 15명을 대상으로 도형영역의 학습효과를 증대시키기 위한 구체적 조작활동을 주 내용으로 하는 7회기의 학습 프로그램을 고안하여 실시하였고 활동 전·후의 학업성취도를 비교, 분석 하였으며 설문을 통하여 구체적인 조작 활동이 있기 전의 도형에 대한 인식과 활동 후의 도형에 대한 인식의 변화를 알아보았다. 연구를 통해서 얻은 결과는 다음과 같다.

첫째, 구체적 조작활동이었던 종이접기, 무늬만들기, 주사위 만들기, 칠교놀이 활동의 활용방안에 대하여 탐색해본 결과 조작물을 활용한 교수•학습이 학습 자료의 일환으로서 가치가 충분하였다.

둘째, 조작활동을 포함한 프로그램 학습이 도형영역의 대부분에서의 학습능력 향상에 영향을 주었다. 프로그램 시행 후의 학생들의 학업 성취도가 향상되었으며 문제를 푸는데 적극적인 모습을 보였다. 이는 학생들

의 기존에 배웠던 지식이 활동학습을 통하여 보다 효과적으로 습득되었음을 보여주는 것이라고 판단된다.

셋째, 조별로 구체적 조작물을 사용하여 협동학습을 함으로써 학생들은 서로 의사소통하며 피드백을 통한 상호 자극을 통해 수업에 참여하였다. 도형에 대한 흥미가 높아졌고 어려운 문제에도 적극적인 모습을 보였다. 즉, 프로그램 학습은 도형영역에서뿐만 아니라 수학 전반에 걸쳐 학습동기를 부여하였고, 부정적인 시선을 가졌던 학생들도 긍정적인 태도를 가지게 하는 효과가 있었다.

목 차

표 목 차

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성

수학교과는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다. 그리고 수량관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제해결 능력과 태도가 필요하다.

이홍우(1999)는 학문적 활동을 한 결과로 얻은 결론을 학생들에게 받아들이도록 하는 '주입식 방법'으로 가르쳐진 지식은 학습자의 '바깥'에 머물러 있을 뿐, 학습자의 '안'에 들어가지 않는다고 하였다. 이러한 점에서, 수학을 가르친다는 것은 권위주의적으로 제시된 수학의 기록을 수용하도록 기술을 부리는 것이 아니라, '수학을 하도록 하는 것'이라고 하겠다.

NCTM(National Council of Teachers Mathematics, 1989, 2000)은 수학의 학습 목표로 수학의 가치를 알고 수학하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적 문제를 해결하고, 수학적으로 의사소통할 수 있으며, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 내세우고 있다. 또한, 초·중등 수학교육을 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 제시할 것을 요구하고 있다[17].

'학교 수학을 위한 평가와 규준'에서 학생들은 모양과 패턴을 가지고 하는 실제적인 경험을 통해, 수학적 경험을 예술 활동과 통합하고 기하학적 컴퓨터 프로그램의 사용을 통해 기하학적 성질과 관계를 학습해야 한다고 권고하고 있다. 따라서 가장 중요한 것은 각종 자료와 정보를 수집, 분석, 종합, 판단할 수 있는 능력이며, 이를 위해서는 무

엇보다도 수학적 능력이 요구 된다[16].

이윤정[9]은 초등학생은 가능하면 구체적인 조작물을 통해서 추상적인 수학적 지식을 습득하도록 하는 것이 바람직하다고 하였다. 생활환경이 거의 대부분 공간 감각적이며 어린이들은 세상과의 초기 만남부터 공간과 도형의 구조를 경험한다. 도형과 공간 감각은 수학 교육의 기본적인 구성요소로 물리적 환경을 추상화를 통해 해석하고 반영하는 방법을 제공한다. 그리고 도형의 문제를 표현하고 해결하는 경험은 다른 공부를 위한 도구로 이용될 수도 있다. 공간 감각적인 요소들을 지도할 시에 단지 영상적 표현이나 상징적 표현 방법으로만 지도한다면 아동들의 집중력을 저해시키고 혼란을 야기할 수도 있으므로 지도할 때는 손으로 오리거나 접는 등의 구체적 체험이 필요하다고 하였다.

초등학교에서의 수학학습은 추상적인 개념 형성에 구체적인 조작 학습을 시행하여 활동학습을 시행하는 것이 도형영역에서뿐만 아니라 기하개념의 형성에 많은 도움을 줄 것으로 생각된다. 협동학습 역시 학생들 간의 상호 의사소통을 할 수 있기 때문에 구체적인 경험을 통하여 서로 자극이 되어 학습능력의 향상에 도움을 줄 수 있을 것이다.

종이접기 학습, 칠교놀이판 학습, 주사위 만들기 등의 조작 학습이 학생들의 도형에 대한 감각을 익히고, 초등학교 고학년인 학생들이 수학을 어려운 과목으로 인식하게 되는 경우데 이러한 활동이 흥미와 관심을 끌어 기본 개념의 이해에 도움을 주고 학업적인 성취도가 향상될 수 있다.

수학 학습의 문제점으로 가장 많이 지적되는 정리된 결과적인 지식의 암기위주의 교육과 교사의 설명이나 시범위주의 교육이 문제가 있다고 지적된다. 학생들이 직접 교과수업에 참여 할 수 있도록 교과물을 다뤄보고 조작한다면 일방적인 주입식 교육에서보다 이해가 높아지겠지만

현실적으로 수학을 매번 활동학습 하기란 어려운 부분이다.

김종미[5]에 따르면 교사는 수학의 내용을 내용적으로만 가르치지 않고 실생활과 관련시켜 해설해 낼 수 있는 전문가의 수준이 되어야 한다. 수학내용이 일상생활이나 자연현상과 관련이 있는 구체적인 실례를 들지 못하거나 학생이 직접 참여하는 것이 아닌 교과서 속에서만 있는 내용은 재미가 없다. 또한 교사는 생활 속에서의 수학을 이해하고 그것을 수학자들의 수학에 접목하고 적용해 낼 수 있는 안목을 길러야 한다. 수학교사가 교과서에 있는 남의 지식을 전달하기만 하는 사람으로 전략되어서는 안 되고 교실수학에만 머물러서도 안된다. 수학은 공식을 외우기만 하면 되는 것, '점수만 따면 그것으로 그만'이라는 사고가 팽배해 있는 과목으로 여겨지기 때문이라고 문제점을 지적하였다.

제7차 교육과정 개정안에서도 구체적인 경험에 근거하여 수학적으로 조직하고 해석하는 활동을 통해 수학학습을 하는 것을 권고하고 있다.

따라서 본 연구는 도형의 수학학습에 긍정적인 태도의 형성과 동기부여 및 학습능력의 향상을 위한 조작적 활동학습의 효과를 찾아보면서 도형의 세부적인 영역에서 수학 사고능력 및 문제에 대한 적극적인 태도 변화 에 어떠한 영향이 있는지 알아보고자 한다.

2. 연구 문제

본 연구에서는 도형영역의 지도에 있어서 구제적 조작 학습을 통한 프로그램이 초등학교 5학년을 마친 학생들의 도형 개념에 어떠한 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

가. 교사가 수업에 효율적으로 활용할 수 있는 놀이를 이용한 교수·학습자료의 활용방안을 탐색한다.

나. 구체적인 조작물을 이용한 수업에서 학생들이 기존에 배웠던 도형에 대한 인식과 태도에 변화를 가져올 수 있는지 알아본다.

다. 활동 프로그램을 통하여 6학년을 올라가기에 앞서 학생들의 도형 영역에서의 학업 성취도에 미치는 영향을 알아본다.

3. 용어의 정의

가. 조작물 및 조작활동

조작물은 수학적 개념을 병합하고 여러 가지 감각에 호소하며 학생이 만질 수 있고 여기 저기 옮길 수 있는 구체적 모델이며, 학생에 의해 조작될 수 있는 것을 말한다.

조작 활동이란 구체적인 수학적 자료를 학생이나 교사가 다루거나 사용함으로써 그 조작활동에 의도적으로 함유되어 있는 수학적 의미나 개념을 파악하거나 수학적 작업에 사용할 수 있는 내면화된 가역적인 행동을 잠재적으로 갖고 있는 활동을 말한다[7].

학습자의 개인차를 고려하여 학습능력에 따라 구체적인 조작물을 사용한 탐구활동, 또는 일정한 능력이 형성되어 수학적인 세련되고 완전한 구성된 상태를 준비 할 수 있는 아동들은 구체적 조작 활동(수모형, 모형돈, 그림)을 넘어 여러 가지 수학적 표현(식, 문제 만들기)을 할 수 있도록 학습력을 키워주는 것을 활동으로 한다[12].

나. 종이접기

국어사전에는 ‘접다’라는 낱말을 꺾어 겹치다, 접어주다(준말)로 풀이하고 있으며 백과사전에는 ‘종이접기’를 종이를 접어서 새나 옷·배·꽃·투구 같은 여러 가지 모양을 만들어내는 기술이자 놀이로 풀이하고 있다. 즉 종이접기는 주로 정사각형이나 직사각형의 종이를 의도적인 순서와 계획적인 방법으로 물고기나, 짐승, 집, 의자 등의 형태를 접는 것을 의미하며 여기에서는 이러한 형태뿐 아니라 다양한 도형을 구성하는 것을 포함시킨다[9].

다. 칠교놀이

칠교놀이는 크고 작은 직각이등변삼각형과 정사각형 및 평행사변형 등 모두 7개의 조각으로 구성되어 있는 칠교판과 이 7개의 조각들로 만든 여러 모양의 그림이 담긴 칠교도를 가지고 하는 놀이이다. 칠교놀이 책자가 1805년 독일에서 태그램(Tangram)이라는 이름으로 처음 소개된 이후 유럽의 많은 나라와 미국으로 빠른 속도로 퍼져 나갔으며 최근에는 이 칠교판 조각들로 유클리드 기하를 학생들에게 논증하거나 수개념, 분수개념을 익히는데 사용되었으며 면적의 측정, 닮은꼴 그리기 등에 활용되고 있다.
우리나라에서 칠교놀이가 교과서에 소개된 것은 1980년대 초에 발행된 제 4차 교육과정에서부터이다. 당시 4학년 산수교과서에서 칠교판은 여러 가지 문제 단원에서 정사각형이나 여러 가지 삼각형을 맞추어 보는 모양판 놀이로 소개되었다. 그 이후 칠교놀이는 분수개념 익히기 등 빠짐없이 새로운 교육과정에 반영되었다. 7개의 칠교판을 가지고

조작하는 가운데 익힐 수 있는 도형관련 인지능력들을 조작에서 추론까지를 포함하여 칠교놀이를 통한 수와 도형 개념을 도울 수 있다[3].

라. 놀이학습

한국교육생산성연구소의 설명을 보면 “학생들이 신체적 활동인 놀이나 게임, 구체적 조작 등을 통하여 흥미를 갖고 적극적으로 참여하기 위해 놀이를 접목시킨 창조적이고 능동적인 학습”이라고 광의로 정의하고 있다. 여기서 수학 학습에서 놀이의 궁극적인 목적은 개념학습을 효율적으로 하거나 학습한 내용을 적용하고 확인하기 위함이어야 한다[5].

이 논문의 제 Ⅱ장은 이론적 배경으로서, 7차교육과정 개정안에서의 도형의 목표와 지도방향 및 Dewey에서부터 시작하여 Piaget와 Bruner, Dienes에 이르기까지 역사적으로 경험주의 철학에 관련한 조작학습 활동, 그리고 Bruner의 탐구적 활동에 관한 이론, Skemp 이론에서의 관계적 이해와 Dienes의 놀이를 통한 구성적 활동에 관한 이론을 다루었다.

제 III 장은 사례연구로서, 위의 이론에 따라 연구 대상을 조직하고 프로그램을 작성하여 시행한 과정과 결과를 기술하였다. 초등학교 5학년 학생들을 대상으로 도형영역에서의 조작활동 프로그램을 7회기에 걸쳐 실시하였고, 프로그램 활동의 전후에는 사전 사후에 평가 및 설문조사를 실시하여 프로그램이 학업 성취도 및 태도, 동기 유발에 영향을 주었는지 알아보았다.

제 Ⅳ장은 사례연구의 결과를 분석하였는데, 분석의 방법으로는 프로그

램 실시 사전 사후의 평가 점수와 설문조사 결과에 대하여 SPSS를 이용한 t-검증을 실시하였다. 설문에서는 학생들의 도형에 관한 흥미와 태도가 유의미하게 증가하였는지를 분석하고, 평가는 도형을 세부영역으로 나누어서 각 부분에 대해서 유의미한 증가를 보였는지 관찰 분석하였다.

제 Ⅴ장은 결론 및 제언으로, 프로그램 실시의 의미를 정리하고, 초등학교 기하 교육에 대한 제언을 하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 제 7차 교육과정 개정안에서 도형영역의 목표 및 지도내용

가. 7차 교육과정 개정안에서 도형영역의 목표

제 7차 교육과정의 개정안에서는 수학교육의 목표로 "수학의 교수학습에서는 학생이 구체적인 경험에 근거하여 여러 가지 현상을 수학적으로 해석하고 조직하는 활동, 구체적인 사실에서 추상화단계로 점진적으로 나아가는 과정, 직관이나 구체적인 조작활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 한계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해할 수 있도록 한다"고 제시하고 있다. 이와 같은 목표하에서 도형영역의 학습목표를 다음과 같이 제시한다.

① 1학년

〈입체도형의 모양〉

- ➢ 여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾을 수 있다.
- ➢ 여러 가지 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다.

〈평면도형의 모양〉

- ➢ 여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾을 수 있다.
- ➢ 구체물을 이용하여 기본적인 평면도형을 만들고, 여러 가지 모양

을 꾸밀 수 있다.

② 2학년

〈기본적인 평면도형〉

➢ 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원을 이해하고, 그리거나 만들 수 있다.

➢ 기본적인 평면도형의 구성요소를 알고 찾을 수 있다.

〈입체도형의 구성〉

➢ 쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들 수 있다.

➢ 주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형을 만들 수 있다.

③ 3학년

〈각과 평면도형〉

➢ 각, 직각을 이해한다.

➢ 직각삼각형, 직사각형, 정사각형, 원을 이해한다.

〈평면도형의 이동〉

➢ 간단한 평면도형의 밀기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 이해한다.

〈원의 구성요소〉

➢ 원의 구성요소를 알고, 그들 사이의 관계를 이해한다.

➢ 컴퍼스를 이용하여 여러 가지 모양을 그릴 수 있다.

④ 4학년

〈각과 여러 가지 삼각형〉

➢ 이등변삼각형과 정삼각형을 이해한다.

➢ 예각과 둔각의 뜻을 알고, 예각삼각형과 둔각삼각형을 이해한다.

➢ 삼각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.

〈다각형의 이해〉

➢ 수직과 평행의 관계를 이해한다.

➢ 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형 등의 개념을 알고, 그 성질을 이해한다.

➢ 간단한 다각형과 정다각형을 이해한다.

➢ 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

⑤ 5학년

〈합동〉

➢ 도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 식별할 수 있다.

➢ 자, 컴퍼스, 각도기를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다.

〈대칭〉

➢ 선대칭도형과 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.

➢ 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형을 그릴 수 있다.

〈도형 덮기〉

➢ 주어진 도형을 여러 가지 모양으로 덮을 수 있다.

〈직육면체와 정육면체의 성질〉

➢ 직육면체와 정육면체의 구성 요소를 알고, 여러 가지 성질을 찾을 수 있다.

➢ 직육면체와 정육면체의 겨냥도와 전개도를 그릴 수 있다.

⑥ 6학년

〈각기둥과 각뿔의 성질〉

➢ 각기둥과 각뿔을 이해하고, 구성 요소와 성질을 안다.

➢ 각기둥의 전개도를 그릴 수 있다.

〈여러 가지 입체도형〉

➢ 원기둥과 원뿔을 알고, 구성 요소와 성질을 이해한다.

➢ 원기둥의 전개도를 이해한다.

➢ 회전체를 이해한다.

〈쌓기나무〉

➢ 쌓기나무로 여러 가지 모양을 만들고 규칙을 찾을 수 있다.

➢ 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현할 수 있다.

➢ 쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다.

따라서, 초등학교 도형영역의 학습목표는 평면도형과 입체도형에 관한 직관적인 이해와 구체적인 조작화동을 통하여 도형을 그리거나 만들고, 도형 사이의 관계를 이해하는 것이라고 말할 수 있다.

나. 7차 교육과정 개정안에서 도형영역의 지도내용

위의 제시한 목표를 달성하기 위한 교육내용은 다음과 같다.

① 1학년

▣ '상자 모양', '둥근 기둥 모양', '공 모양' 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 입체도형에 친숙해지게 한다.

▣ '네모', '세모', '동그라미' 등의 일상적인 용어를 사용하여 기본적인 평면 도형에 친숙해지게 한다.

② 2학년

▣ 여러 가지의 삼각형과 사각형을 그리고, 꼭지점과 변의 개수를 세는 활동을 통하여 공통점을 발견하게 한다.

▣ 제시되는 입체도형은 간단한 것으로 한다.

▣ 여러 가지 입체도형을 만드는 활동은 쌓기나무 5~6개 정도로 한다.

③ 3학년

▣ 밀기, 뒤집기, 돌리기는 구체물이나 그림, 모눈종이에 그려진 평면도형을 조작하는 활동을 통하여 간단히 다룬다.

④ 4학년

▣ 구체적인 조작 활동을 통하여 도형의 성질을 파악할 수 있도록 한다.

▣ 여러 가지 사각형의 관계를 이해하도록 지도한다.

⑤ 5학년

▣ 직육면체의 전개도를 다양하게 그리도록 지도한다.

▣ 구체적인 조작 활동을 통하여 선대칭도형이나 점대칭도형의 의미를 알도록 한다.

▣ 선대칭도형을 지도할 때 거울의 상을 이용할 수 있다.

⑥ 6학년

▣ 각기둥의 전개도는 다양하게 그릴 수 있도록 지도한다[18].

다. 도형영역의 지도방향 (수학적 활동)

초등학교 기하영역은 도형개념과 공간개념을 육성, 직관력과 논리적 사고력을 신장하고, 발전적·창조적인 사고방법 및 심미안적인 안목을 기르는 것을 목표로 한다. 이와 같은 맥락에서 미국 수학교사 협의회(NCTM)에서는 기하는 우리가 살고 있는 세계를 질서 정연한 방법으로 표현하고 설명하는데 도움을 주기 때문에 그들의 공간 능력은 종종 수치적인 기능을 능가하며, 이러한 힘은 수학에서 홍미를 자극하며 수에 대한 이해와 기능을 향상시킨다고 하였다.

또한 NCTM[19]의 수학 지도를 위한 전문가 규준의 13개 규준에서도 기하를 학습하는데 있어서 학생들이 일상생활에서 접하는 대상과 다른 구체적 자료를 사용해서 조사하고 실험하고 탐구해 보아야 하는데, 이렇게 아동들이 여러 위치에서 도형을 시각화하고 그리게 하고 비교하게 하는 훈련은 기하학적 개념과 그 성질의 이해를 촉진하므로 이를 위해서는 특별한 관심을 갖고 기하학적 도형을 시각화하고 표현할 수 있어야 한다고 하였다.

초등학교 수준에서 기하는 비형식적인 기하로서 형식적 연역의 증명보다는 모양과 공간을 탐구하며 도형내의 성질이나 기하도형간의 관련성을 다룬다. 그러므로 기하도형을 시각화하여 제시하고, 논리적 추론을 포함한 일반적인 적용을 할 수 있는 상황을 교사가 제공할 때 비로소 기하영역의 바람직한 수업목표가 달성될 수 있을 것이다[7].

7차 교육과정 개정안에서 도형 영역에서의 지도내용을 보면 다양한 조작적 활동을 통하여 도형영역에 대한 지도를 한다. 사물을 관찰하거나 구체적인 조작 및 실험을 통해 수학적인 내용을 발견하는 활동 수학을 창조하고 발전시키는 활동을 통해 수학 학습을 경험하고, 그 과정으로부터 생각이나 수학을 배우는 것의 재미를 느낄 수 있도록 함을 바탕에 두고 있다. 즉, 학생들은 도형영역을 학습하는데 있어서 다양한 수학적 활동을 통하여 보다 흥미와 관심을 가지고 배울 수 있도록 지도하는 것이 중요하다.

2. 조작활동의 역사적 배경

1895년 Dewey와 McLellan은 산술교육에서 실측의 중요성을 강조하였으며, 아동심리학자들은 구체적인 경험적 사실로부터 산술학습을 시작해야 한다고 주장하였다. 1902년 무어의 '수학의 기초에 관하여 (On the Foundation of Mathmatics)'라는 강연으로부터 근대화 운동이 시작되었다. 무어는 순수수학과 응용수학 사이에 너무나 큰 틈이 존재하며, 이로 말미암아 학교 수학에서도 순수수학과 응용수학을 극명하게 구분하려는 잘못된 경향이 만연해 있음을 지적하였다. 그는 수학교육에서 가장 우선적으로 해야 할 일은 수학을 구체적인 사실과 직접 관련지을 수 있도록 학생의 관찰, 실험, 추리의 힘을 육성하는 것

이라고 주장하였다. 또한 도형 그리기, 종이 접기, 모형 제작 등을 통해 직관 기하의 조작적 학습의 경험을 제공해야 한다고 생각하였다. 이로부터 수학의 현대화운동과 기본으로 돌아가기 운동을 지나오면서 여러 학자들의 경험으로 부터의 수학교육을 중요하다고 주장하였다[17].

가. Dewey

20세기 아메리카 대륙에서 시작된 프래그머티즘은 진리란 인간의 경험으로부터 나오는 시험적인 것, 또는 가설적인 것이라 주장하면서 과학적인 방법으로 인간의 행동 결과를 검증하는 데에 관심을 기울인다.

Dewey는 프래그머티즘을 이끈 대표적인 인물로 철학의 중심 개념에는 ‘경험’이 있으며 그의 교육철학은 경험을 통해서 설명 될 수 있는 것이다[6].

Dewey는 미성숙한 아동을 스스로 성장할 수 있는 능력을 가진 존재로 보았고, 아동 자신의 활동에 의한 환경과의 상호작용을 통해서 반성적 경험을 함으로써 자신의 경험을 질적으로 성장시키는 것이고, 경험이 질적으로 성장한다는 것은 아동 자신이 성장하는 것을 의미한다고 하였다. ‘경험으로부터 배운다’는 것은 우리가 사물에 대해서 행하는 일과 그 결과 사물에 의해 받는 즐거움이나 고통 등의 어떤 인상과 연결한다는 뜻이라고 하였다. 즉 경험이라는 것은 결과를 수동적으로 받아들이기만 하는 것이 아니라 먼저 사물에 대해서 능동적인 행위를 한 후에 그 행위와 결과와의 관계성의 의미를 알게 됨으로써 변화하는 것이라고 하였다. 합리화는 시행착오를 거치면서 그 타당성을 갖게 되는데, 합리화 과정에는 조작적 탐구를 통하여 어떤 결론을 도출해내기 위해서 여러 상징들과 의미를 통합하는 과정이 따르게 된다. 사람

들은 합리화 과정 자체가 실제 행동을 통하여 검증되기 이전까지는 그것에 확증적인 믿음을 갖지 않는다. 즉, 합리화는 경험적인 검증이 따라야 한다. 또한 집단적 경험은 참여자가 그들의 경험을 함께 공유하는 협동적인 활동이다. 함께 나누는 일이 많으면 많을수록 성장의 가능성은 그만큼 더욱 커지는 것이다[13]. 또한 Dewey는 산술 교육에서 실측의 중요성을 강조하였으며, 구체적인 경험적 사실로부터 산술 학습을 시작해야 한다고 주장하였다[17].

나. Piaget

플라톤에서 Kant와 Hegel을 거쳐 Dewey로 이어지고 형태심리학자(GestaltPsychologist)들에게 영향을 끼쳤으며 Piaget와Bruner에게 뿌리를 내린 인식론에 따르면, 모든 인간은 지식의 바탕이 되는 '기본적 소양을 가지고 있으며 이를 명확히 하고 재구성하기 위해서는 적절한 문제에 부딪혀야 한다고 하였다. Piaget는 수학적 지식 및 사고의 본질을 '조작'이라고 보고, 그 발생 과정을 분석하여 제시하고 있다. Piaget에 따르면 인간은 타고난 기본적인 쉠(schem)을 바탕으로 적응 기능에 의하여 환경과 상호작용하는 가운데 보다 유연하고 포괄적인 인지 쉠을 구성함으로써 인지 구조를 변화시켜간다. 쉠이란 행동과 조작을 반복 가능하게 하고 일반화할 수 있게 하는 인지 구조를 의미하며 수학 학습에 요구되는 조작적 쉠으로 발달시켜 나가게 된다. Piaget는 인간의 사고발달이 감각운동기, 전조작기, 구체적 조작기, 형식적 조작기의 순서를 따르며, 아동들의 기하개념을 실험을 통해 학습은 수동적으로 암기하고 습득하는 것이 아니라 능동적인 사고이고 환경에 적용한다는 지적 활동의 역동성을 강조하고 있다.

또한 아동의 추론의 발달과 관련하여 심상(mental imagery)이 가능해지기까지의 감각 운동기와 전조작기를 단계 Ⅰ로, 구체적 조작기를 단계 Ⅱ로, 형식적 조작기를 단계 Ⅲ으로 구분하고 있다[20].

(1) 제 1기에는 여러 감각적인 공간 사이에 조정이 결여되어 있어서 모양과 크기의 지각적 불변성이 존재하지 않으며, 근접, 포함, 연속, 관계 등 위상적으로 불변적인 관계만을 인식한다.

(2) 제 2기에는 직선, 원, 각등 주요한 지각적 모양의 구성과 함께 시점의 조정과 운동의 점진적인 조정의 결과로 모양과 크기의 불변성을 인식하게 된다.

(3) 제 3기에서 감각 운동 행위는 조직적인 관찰과 탐구 경험에서의 시험적 노력, 관계의 내면적 조정을 통한 완전히 지적이고 실제적인 활동에 의해 풍부해지고 비로소 심상이 생기게 된다.

우리나라 초등학교 5학년 학생은 Piaget의 분류에 의하면 구체적 조작단계와 단계 Ⅱ에 해당한다고 할 수 있다. 이 단계의 아동은 사물을 실제적으로 다루지 않고 개념 사이의 관계를 내면적으로 취급할 수 있다. 이러한 조작은 당시의, 혹은 전에 행하여진 구체적인 대상의 취급과 직접 관련되며, 구체적 대상 없이 언어적 명제만을 다루는 형식적 수준에는 이르지 못한다. 이 시기의 학생들은 실제적 경험을 바탕으로 한 사고가 가능하며, 특히 움직이는 구체물을 가지고 체험적인 조작활동을 많이 할 수 있는 경험적 학습 활동을 주장한다. 사물에 관한 정보를 파악하여 그 정보를 문제 해결에 도움이 되도록 취합하고 조직하는 작업이다. 사물과의 경험을 가짐으로써 아동 스스로가 흥미와 자신감을 습득하면서 논리 수학적인 지식이 구성될 수 있기 때문이다[14].

다. Bruner

Bruner는 지식의 구조라는 개념을 통해 수학교육 현대화 운동의 이론적 배경을 제공하였으며, Piaget의 인지 발달 단계 이론에 기초하여 EIS이론을 제안하였다.

Bruner는 자신의 저서 「교육의 과정(The Process of Education, 1963)」을 통하여 학교에서 지식의 구조를 지도할 것을 주장하고 있다. 브루너가 말하는 지식의 구조란 각 학문의 기저를 이루고 있는 핵심적인 개념과 원리, 즉 단순한 사실들이나 잡다한 현상에 대한 정보가 아니라 이러한 사실이나 현상을 서로 관련짓고 체계화하는 주요 개념이나 원리이다.

수학은 위계적이고 구조적인 특성을 가지고 있어서 학생들이 적절하게 학습하면 내적 동기유발이 가능하여 흥미 있게 학습해 나갈 수 있는 반면, 단편적인 지식들로 학습하려면 그 양이 방대해지고 이해하는 것도 어렵기 때문에 수학적 지식이 어떻게 조직되고 상호 관련되어 있는지에 관한 구조를 깨닫고 수학적인 아이디어와 절차를 획득하고 탐구하는 것이 필요하다. 수학의 구조를 이해한다는 것은 수학적 개념과 연산들의 상호관계를 알고 새로운 유형이나 성질들을 조작하고 재구성할 수 있다는 것이다. 그러한 수학적인 구조의 성질을 잘 이해하고 있으면, 그 구조를 만족하는 모든 대상들의 성질을 이해할 수 있다고 주장했다. 따라서 Bruner는 지식을 구성하는 개념이나 원리들의 상호관련성을 이해하고 학습하는 것이 지식의 구조를 학습한다는 것이라 하였고, 이는 학문의 기본개념과 원리를 강조하고 학생들로 하여금 탐구활동과 발견학습에 적극 참여하도록 하였다[8].

즉, Bruner의 학습지도 이론을 통해 학습은 단편적인 내용을 암기

하고 활용하는 것 보다는 학생 스스로 적극적으로 참여하는 탐구활동을 통하여 수학적 원리나 법칙을 발견하여 그들 사이의 관계를 비교 대조함으로써 수학적 개념이나 원리들 사이의 구조를 형성하여 수학을 학습하는 것이 바람직한 학습이라고 하겠다.

Bruner에 따르면 아동의 지능의 발달은 활동적(enactive) 표현, 영상적(iconic) 표현, 상징적(symbolic) 표현의 순서로 이루어지는 표현 수단의 발달과 그 사이의 조정 능력의 발달을 의미한다.

(1) 활동적 표현은 적절한 운동적 반응을 통하여 표현하는 것으로, 구체적 조작기까지의 아동에게 지배적인 역할을 하게 되며, 아동의 인지 발달과 더불어 내면화되어 간다. 예를 들어, 5개의 검은 바둑알에 대하여 동일한 개수의 흰 바둑알을 제시하거나, 사물의 개수를 나타내기 위하여 색칠을 하거나 스티커를 붙이는 행동은 모두 자연수에 대한 활동적 표현이며, 구체물을 합치거나 분리하는 행동은 자연수의 덧셈과 뺄셈에 대한 활동적 표현으로 볼 수 있다.

(2) 영상적 표현은 도식을 이용하여 표현하는 것으로, 수도를 이용하여 수를 나타내는 것은 자연수에 대한 영상적 표현이며, 벤다이어그램은 집합에 대한 영상적 표현이고, 여러 가지 함수의 그래프는 함수에 대한 영상적 표현이다.

(3) 상징적 표현은 언어 능력의 발달과 더불어 나타나는 것으로, Piaget의 발달 단계 이론으로는 구체적 조작기까지는 구체물과 관련되어 가능하다. 숫자 표현은 자연수에 대한 상징적 표현이며, 덧셈이나 뺄셈식은 덧셈과 뺄셈에 대한 상직적 표현이다.

EIS 이론을 통하여 Bruner가 가정하고 있는 것을 수학의 어떠한 지식도 세 가지 표현 양식으로 나타낼 수 있으며, 각각의 양식에 알맞은 아동의 수준에 따라 지도할 수 있다는 것이다. 즉, Bruner의 EIS 이론은 수학적 내용을 어떤 구체물이나 직접적인 활동을 통해서 가능하게 하며, 다양한 표현으로 그 개념의 의미를 풍부하고 폭넓게 이해하게 한다는 점에서 교육적 의의를 갖는다[17].

라. Diense

Dienes는 수학 학습을 '놀이'를 통한 구성적 활동이라고 보고, 학습자의 수학 학습 경험의 계열화 과정에서 구체적인 수학 자료를 이용한 놀이를 중요시하였고, 이에 기초하여 네 가지의 수학 학습 원리를 제시하였다.

놀이를 통한 학습은 수학적 상황에서의 '놀이'로서, 조직된 수학 학습, 수학적 구조를 내포한 학습 상황에서의 수학적 구조의 구성 및 그 응용 학습을 통해서 통합적 인격 형성에 기여하는 학습이다. Dienes는 '개폐연속체(open-closed continuum)'라는 용어를 도입하여 아동들의 개념 형성 과정을 설명하고 있으며, 이는 개념 형성의 단계를 거쳐 일단 형성된 수학적 개념은 닫힌 상태(폐)로 되지만, 분석과 적용 과정에서 열린 상태(개)로 변하여 보다 객관적이고 보다 높은 수준의 재구성이 이루어진다는 것이다.

예를 들어, 색종이로 만든 여러 가지 모양의 평면도형으로 놀이를 하는 과정에서 둥근 모양, 네모 모양, 세모 모양을 식별한다면 이 세 가지 모양에 대한 개념이 형성된 것이다. 여기서 나아가 여러 가지 네모 모양의 종이로 놀이를 하는 과정에서 차이를 식별하여 정사각형, 직사

각형, 평행사변형 등의 개념을 형성하는 경우를 생각해 볼 수 있다. Dienes는 이와 같이 구조화되어 가는 한없이 열려진 사고가 수학적 사고의 본질이라고 보고 도형 개념의 학습을 6단계로 나누었다.

(1) 1단계인 자유놀이의 단계는 구조화되어 있지 않은 조작이나 실험 활동 등 많은 구체적인 자료를 자유롭게 대하는 시기이다.

(2) 2단계인 게임단계는 자유롭게 놀이를 하는 가운데 점차로 어떤 규칙성이 있다는 느낌을 갖게 되는 시기이다.

(3) 3단계인 공통성 탐구의 단계는 놀이의 소재가 되는 여러 구체물 속에 공통적으로 들어 있는 특정 개념의 수학적인 구조를 파악하기 시작하며, 게임 단계에서 감지되는 규칙성이 보다 명확해지는 단계로 볼 수 있다.

(4) 4단계인 표현단계는 추상화 과정을 통하여 파악한 개념의 공통성을 적절한 방법으로 표현하는 시기이다.

(5) 5단계인 기호화의 단계는 자신만의 적절한 수단으로 표현한 개념을 수학적인 기호를 이용하여 표현하게 된다.

(6) 6단계인 형식화의 단계에서는 아동이 추상한 개념의 수학적인 구조를 파악하고, 이 개념이 갖고 있는 여러 성질을 체계화하게 된다[17].

3. 도형 및 기하와 관련된 조작활동의 교수학습(학습효과) 이론

가. Skemp

Skemp에 따르면 개념이란 일상생활에서 경험을 통해 얻어지는 무수히 많은 사건들 중에서 유사한 경험들끼리 분류하여 묶고, 분류된 경

험들 속에서 얻어지는 공통적 성질을 개념으로 인식하게 된다. 예를 들어 ‘모자’라는 개념을 학습자가 학습한다고 할 때 모자의 예를 한 가지만 보고 모자라는 개념을 얻는 것이 아니라 다양한 여러 가지 모양의 모자들과 모자가 아닌 예를 보고 모자들만 묶어서 분류한다. 그 다음으로 분류된 모자들 중에서 공통된 특성을 찾아내어 학습자 스스로 모자의 개념, 즉 ‘모자란 추위나 더위로부터 머리를 보호하거나 장식적 또는 사회적 지위의 상징으로서 머리에 쓰는 것의 총칭’을 얻게 되는 것이다[15].

Skemp는 어떤 것을 이해한다는 것은 그것을 적절한 스키마에 동화시키는 것으로 보았다. 스키마란 행동이나 사고의 양식이나 구조를 말하는 것으로 Piaget의 쉡과 유사한 것으로, 인간의 행동이나 사고를 반복 가능하게 하고 일반화할 수 있게 하는 심적인 구조를 말한다. Skemp는 이해를 관계적 이해와 도구적 이해의 두 가지로 구분하고 있다. 관계적 이해는 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 알고 있으면서 일반적인 수학적인 관계로부터 특수한 규칙이나 절차를 연역할 수 있는 상태를 말하고, 도구적 이해는 이유는 모르는 채 암기한 규칙을 문제해결에 적용하는 것을 말한다. 예를 들면 5-가의 무늬 만들기 단원에서 아동들은 뒤집기를 돌리기로서 표현하는 것은 최종결과로 나타난 무늬는 맞지만 아동들이 생각한 과정은 잘못된 것이다. 즉 교사는 나타난 결과물을 보고 아동들이 올바로 이해했다고 생각하고 다음 학습으로 넘어가게 되며 이것은 아동들에게 후속학습을 어렵게 할 수 있는 한 요인이 될 수 있다[2].

따라서 교사는 아동들이 도구적 이해에 머무르지 않고 관계적인 이해로서 올바르게 뒤집어 표현하도록 활동으로 구성해야 할 것이며, 무늬만들기 활동수업 및 칠교놀이판 활동이 관계적인 이해를 하는데 도

움을 줄 것으로 생각된다.

나. Van Hieles

Van Hieles에 따르면, 기하적 사고에는 다섯 수준이 존재하며, 각 수준에는 독특한 언어 구조가 있어서 서로 다른 수준에 있는 사람끼리는 의사소통에 많은 어려움을 겪는다. 따라서 기하 교수에서의 주된 문제는 교사가 학생에게 기대하는 수준과 학생들의 실제적인 수준 사이의 거리로부터 초래된다. 즉 교사가 학생들의 수준을 파악하고 학생들의 수준에서 지도할 것을 권고하였다. 다시 말해서 교사는 학생의 수준에 적절한 언어로 풍부한 사고를 유발시켜야 하며, 학생들이 다음 수준으로 진행할 수 있도록 지도해야 한다는 것이다. 그는 학습지도가 아동의 사고 수준을 넘어서게 되면 그 학습은 아동에게 의미가 없어지게 된다는 것을 알아내고, 도형학습에서 기하학적 사고 수준이 다음과 같은 순서에 따라 발달한다는 것을 알아냈다.

(1) 제 1수준 : 시각적 인식 수준

이 수준의 학생들은 전체적인 모양새로 도형을 인식하며 도형의 성질에 주목하지 않는다. '이 도형이 왜 정사각형일까요?'라는 질문에 대해 이 수준의 학생들은 '정사각형처럼 보이니까요'라고 대답한다. 학생들은 도형을 시각적 전체로 인식하며 따라서 시각적 이미지로서의 도형을 정신적으로 표현할 수 있다. 그러나 학생들은 도형의 성질에 주목하지 않으며, 도형의 성질을 인식하지 못한다.

(2) 제 2수준 : 기술적/분석적 인식 수준

학생들은 도형의 성질에 주목하여 도형의 성질을 분석할 수 있다.

시각적으로 지각되는 모양을 분석함으로써 도형의 성질을 알게 되고 결과적으로 도형을 성질에 의해 인식하고 특징짓는다. 학생들은 도형을 전체적으로 바라보지만 시각적 형태로서가 아닌 성질의 집합으로서 고려하게 되며, 시각적 이미지는 배경으로 물러나게 된다. 따라서 각 도형은 그 도형을 특징짓는 데 필요한 성질들의 집합이 된다. 예를 들어, 마름모를 네 변의 길이가 같은 도형으로 생각하게 된다. 그러나 학생들은 도형들 사이의 포함관계를 거의 인식하지 못한다.

(3) 제 3수준: 관계적/추상적 인식 수준

도형의 성질이나 도형 자체가 논리적으로 정렬된다. 학생들은 개념에 대한 추상적 정의를 형성하고, 개념의 성질에 대한 필요조건과 충분조건을 구분하며, 기하 영역에서 논리적으로 논쟁하기도 한다. 도형의 성질의 일부는 도형의 정의로 채택되고 나머지 성질은 논리적 방법으로 정리되며, 학생들은 여러 도형 사이의 관계와 한 도형의 여러 성질 사이의 관계를 이해한다. 예를 들어, 이 수준의 학생들에게 정사각형은 마름모인 동시에 직사각형이고 평행사변형이며 사다리꼴이다.

(4) 제 4수준: 형식적 연역 수준

연역의 의의가 전반적으로 이해되며 학생들은 기하학의 이론 전체를 전개하는 공리적 방법의 의의를 이해하게 된다. 또한 연역적 추론을 이해하며 형식적 증명을 구성할 수 있다. 즉, ‘제시된 조건’의 결과로서의 결론을 논리적으로 정당화하는 일련의 명제를 만들어 낼 수 있다. 예를 들어, 대학교에서 수학을 전공하는 대학생들의 대부분은 제 4수준의 사고를 할 수 있다.

(5) 제 5수준: 엄밀한 수학적 수준

엄밀한 수학적 수준으로서, 대상의 구체적 성질이나 성질들 사이의 관계의 구체적 의미가 사상된다. 즉, 여러 가지 구체적 해석을 떠나서 발전하는, 여러 수학 체계에 대하여 형식적으로 추론할 수 있는 수준이다. 이 수준에서는 모델을 참고하지 않고 기하를 연구할 수 있으며, 공리, 정의, 정리 등의 문장을 형식적으로 다룸으로써 추론할 수 있다[2].

다. Freudenthal

Freudenthal에 따르면 기하 영역에서의 수학화는 '① 주변 현상을 도형이라는 본질로 조직 → ② 도형의 성질 발견 → ③ 국소적 조직화: 정의와 증명하기 → ④ 전체적 조직화: 공리화 → ⑤ 존재론적 결합 끊기'의 순서로 이루어진다.

국소적 조직화는 공리에서 출발하는 것이 아니라 학습자가 접하고 있는 영역에서 참이라고 인정되는 사실, 즉 학습자의 실제로부터 시작해서 부분적으로 조직화하는 것을 말한다. 전문적인 수학자들이 수학을 창조하고 적용할 때 행하는 활동이 바로 국소적 조직화 활동이다.

Freudenthal은 기하를 지도하는 진정한 방식은 학생들이 기하를 활동으로 경험하게 하는 것, 즉 학생들이 기하를 재발명할 수 있도록 지도하는 것이다. 학습자의 실제로부터, 그리고 증명이 조직화를 위한 수단으로서 요구되는 현상을 학생들에게 제시함으로써 증명이 자연스럽게 도입되도록 해야 한다는 것이다. Freudenthal이 학생들의 기하 재발명에서 중심적인 활동으로 제안하는 것이 바로 국소적 조직화 활동이며, 국소적 조직화는 전체적 조직화와 대비되는 개념이다. 다음은 평행사변형을 예로 주변 현상을 도형이라는 본질로 조직, 도형의 성질

발견, 국소적 조직화의 과정을 설명한 것이다.

(1) 주변현상을 도형이라는 본질로 조직

학생들에게 주변의 여러 현상(모양)을 관찰하여 공통점을 발견하게 한다.발견한 공통적인 특성에 따라 모양을 분류하게 한다.

특히  처럼 생긴 도형을 평행사변형이라고 부르도록 안내한다. 주의할 것은 여기에서 평행사변형을 정의해서는 안 된다는 것이다. Freudenthal은 ‘정의’를 지도해서는 안 되며, ‘정의하기’를 지도해야 한다고 강조한다.

(2) 도형의 성질 발견

학생들에게 평행사변형 그림을 가지고 책상 위를 덮는 활동을 하도록 한다. 이 활동에서 학생들은 평행사변형의 성질을 발견할 수 있다. 즉, ㉠ 대변의 길이가 같다, ㉡ 대각의 크기가 같다, ㉢ 두 쌍의 대변이 평행하다 등의 성질을 발견할 수 있다. 그 다음 학생들에게 발견한 평행사변형의 성질 사이에 어떤 관계가 있는가를 조사하도록 한다. Freudenthal에 따르면 바로 여기에서 연역이나 증명의 필요성이 생긴다는 것이다.

(3) 국소적 조직화: 정의하기, 증명하기

평행사변형의 성질, ㉠, ㉡, ㉢이 서로 어떻게 관련되는가를 조직화하기 위해서 ㉠, ㉡, ㉢중에서 어느 하나를 다른 것들을 이끌어내는 기본 성질로 설정할 수 있다. 기본 성질로 설정하는 과정이 바로 Freudenthal이 주장하는 ‘정의하기’이다 [2].

Ⅲ. 사례연구

1. 연구대상

사례 연구의 대상은 서울시 성동구 청소년 수련관에서 방과 후 아카데미 교육을 받고 있는 초등학교 5학년(예비 초등학교 6학년) 14명의 학생들을 대상이다.

방과 후 아카데미는 서울시에서 저소득층 가정을 대상으로 청소년 수련관에서 초등학교 고학년 학생들이 수업 후 국,영,수 주요과목에 대해서 보충교육 및 다양한 활동교육을 받을 수 있도록 운영하고 있는 프로그램이다. 본 사례 연구 대상자인 학생들은 학교 이외에 학원이나 과외 수업을 받지 않는 학생들이나 수학에서의 상위집단과 하위집단의 수준차이는 뚜렷하다.

2. 연구방법

가. 단원의 설정

7차 교육과정 개정안에서 경험과 욕구를 바탕으로 창의적인 문제해결을 강조하고 있고 실제로 다양한 활동학습을 수업에 활용하도록 교과서에 조작물을 부록에 실어 두었다. 또한 여러 조작적 활동의 이론을 바탕으로 도형영역은 구체적인 조작물을 활용하여 학생들의 인식과 이해도를 증진하기에 가장 특징적인 단원이므로 도형단원을 연구단원으로 설정하였다.

나. 연구의 방법 및 목적

이 연구를 위하여 초등학생 5학년을 대상으로 사례연구를 하였고, 도형영역의 학습효과를 증대시키기 위한 활동 전·후의 학업성취도 평가지의 난이도를 초등학교 5학년 학생들의 교과서 수학익힘책 수준으로 동일하게 하여 학습 자료를 적용한 후 성취도를 비교, 분석 하였으며 설문을 통하여 구체적인 조작 활동이 있기 전의 도형에 대한 인식과 활동 후의 도형에 대한 인식의 변화를 알아보았다.

Bruner의 탐구적 활동에 관한 이론, Skemp이론에서의 관계적 이해와 Dienes의 놀이를 통한 구성적 활동에 관한 이론에 근거하여 구체적 조작활동을 주 내용으로 하는 7회기의 학습활동을 고안하여 실시하였다. 또한 5학년을 마치고 6학년으로 올라갈 준비를 하고 있는 학년의 마무리 단계에 있는 학생들이기 때문에 지금까지 배운 도형에 대한 확실한 이해를 돕기 위하여 4학년부터의 도형영역과 관련하여 학습활동을 위한 프로그램을 준비하였다. 이를 통하여 연구의 목적은 도형과 관련한 학생들의 흥미와 관심의 향상과 동기유발을 통하여 학습능력의 신장이며 5학년까지의 도형영역에서만큼은 학생들의 확실한 이해와 문제를 포기하지 않고 끈기 있게 풀 수 있도록 하기 위함이다.

학습활동은 도형과 관련되어 조작적 활동을 통해 학생들의 관심과 흥미를 얻을 수 있도록 구체적 조작물을 통한 그리기, 만들기나 종이접기 활동을 하였다. 또한 개인학습이 아니라 학생들 여럿이 상호작용을 통한 토론학습을 할 수 있도록 조를 편성하였고, 조별 활동에서 얻은 결과를 정리하여 발표하는 시간을 포함하였다. 이를 통하여 학습활동의 사전과 사후에 설문조사와 개념 및 문제해결력 Test를 실시하였다. 조사 결과는 SPSS 14.0 을 이용하여 분석하였다.

3. 연구 기간 및 절차

이 연구는 2009년 2월, 3주에 걸쳐서 7회기로 진행되었고, 1회기 당 시간은 45분 ~ 1시간 30분으로 긴 시간 활동학습을 하는 경우 40분씩 2회에 걸쳐 활동수업을 진행하였다.

다음 표는 7회기의 학습활동 내용이다.

차시	활동프로그램 절차
1회	1. 7주간의 활동 프로그램에 대한 소개 2. 지금까지 배운 도형에 대한 인식 설문조사 3. 도형에 관한 문제 Test
2회	1. 조 나누기 2. 주사위 전개도 그리기에 대한 설명 듣기 3. 나누어 받은 8절 색지에 주사의 전개도 그리기 4. 마주보는 변의 합이 7이 되도록 주사위 점 찍기 5. 전개도 오려서 접기 6. 다양한 모양의 전개도 그려서 만들어보기 7. 전개도에서 밑면과 옆면 찾아서 색칠해보기 8. 다음 차시 예고
3회	1. 조 나누기. 2. 조별로 정사각형의 두꺼운 판지를 여러 장 받아 4가지의 모양을 정하여 동일한 모형의 무늬만들기에 필요한 정사각형 판지를 8개씩 만든다.

	3. 색지를 이용하여 판지의 앞뒤 모양이 같게끔 주의하여 만든다. 4. 4가지 모양의 무늬만들기 판 이용하여 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동해서 활동 평가지에 결과 모양 그리기 5. 조별로 앞에 나와서 결과 발표 6. 다음 차시 예고
4회	1. 조 나누기 2. 10가지의 칠교놀이판과 그림이 그려진 활동 평가지, 그리고 실제 판에 맞춰볼 7개의 조각들을 나누어 받는다. 3. 칠교놀이판의 유래 및 놀이 방법 대한 설명을 간략히 듣는다. 4. 4개의 조에서 커다란 판에 그려진 칠교놀이판 10개를 돌아가며 나누어진 조각들을 이용하여 맞춰본 후 결과 모양 평가지에 그리기 5. 조별로 앞에 나와서 결과 발표 6. 다음 차시 예고
5회	1. 조 나누기 2. 양면 색종이 나누어 받고 종이접기 활동과 넓이 구하기에 대한 설명 듣기 3. 선생님 설명에 따라서 삼각형 접는 방법 따라하기 4. 삼각형의 특징 살펴보고 넓이 구하기 5. 선생님 설명에 따라서 사각형 접는 방법 따라하기 6. 사각형의 특징 살펴보고 넓이 구하기 7. 넓이 구하는 공식의 배경에 대해 종이 접기와 관련하

	여 이해하기 **8. 넓이 구하는 문제 풀어보기** **9. 다음 차시 예고**
6회	**1. 조 나누기** **2. 색지와 먹지를 이용하여 선대칭 도형 그려보기** **3. 색종이를 이용하여 선대칭 도형 접어보기** **4. 선대칭 도형의 특징 알아보기** **5. 점대칭 도형 그려보기 및 색종이 접어보기** **6. 점대칭 도형의 특징 알아보기** **7. 지금까지 도형에 관련된 활동 학습의 총정리 및 확인**
7회	**1. 도형에 대한 인식 설문조사** **2. 도형에 대한 문제 Test**

7회기에는 도형에 대한 인식 설문조사 및 도형에 대한 문제에 대한 평가를 실시하였는데, 이 프로그램을 실시하기 전에도 같은 조사를 하였고, 평가문항은 사전 사후에 차이가 없도록 하였다.

Ⅳ. 결과 및 분석

본 연구에서 수학적 활동의 결과를 통한 도형영역에 대한 설문과 Test를 통해 SPSS 14.0을 써서 독립표본에 의한 T검정을 한 결과는 다음과 같다.

1. 사전 및 사후 설문조사 분석

설문조사는 사전에 5학년을 마친 학생들이 지금까지 도형을 배우면서 학습에 대한 태도와 홍미・동기를 얻었는지를 점수를 통하여 알아보고, 활동학습을 마친 후 사후설문에서 이러한 부분이 얼만큼 향상되었는지를 판단하는 자료로 활용된다. 이를 통하여 유의미한 차이가 있으면 학생들이 앞으로의 도형학습에서 어느 정도 홍미와 관심을 가지고 배움의 자세로 임할 수 있는 준비가 되었다고 판단할 수 있을 것이다. 또한 설문의 세부항목을 통하여 도형영역의 문제를 풀 때의 적극성과 자신감을 가지고 문제를 오랫동안 생각해보는 문제해결력의 향상을 기대해 볼 수 있다.

사전, 사후의 설문조사 문항은 부록에 수록하였는데, 사전 설문조사에서 "매우 홍미 있다(혹은 쉽다) → 전혀 홍미 없다(혹은 어렵다)"까지의 5단계를 "5점 → 1점"으로 점수를 매겨서 도형영역에 대한 태도와 홍미, 동기유발 및 문제의 난이도에 대해 학생들이 느끼는 어려움의 정도에 대하여 점수를 합산하였다.

사전과 사후 설문조사의 평균과 표준편차, 유의확률은 다음과 같다.

설문	N	평균		표준편차		유의확률
		사전	사후	사전	사후	
도형	14	2.9513	3.5925	0.28165	0.26429	0.000

〈 표 Ⅰ〉

표 1에서와 같이, 사전과 사후 점수의 평균은 각각 2.9513, 3.5925 인데 유의확률이 0.000이므로 신뢰수준 95%에서 사전과 사후에 유의미한 차이가 있는 것으로 판명되었다. 다시 말하면 사전에 비하여 사후에 도형에 대한 흥미가 증대하였으며, 학습에 대하는 태도도 향상된 것으로 나타났다.

항목별 문항에서 도형에 대한 전반적인 흥미도와 관련하여 응답 비율은 다음과 같다.

	사전		사후	
	명	백분율	명	백분율
매우 흥미있다	2	14%	4	29%
조금 흥미있다	4	29%	6	43%
보통이다	5	36%	2	14%
별로 흥미없다	1	7%	0	0%
전혀 흥미없다	2	14%	2	14%
평균(점수)	3.07		3.53	

〈 표 Ⅰ- 1 〉

위의 표 I-1에서 매우 흥미있음을 5점으로 시작하여 전혀 흥미없음을 1점으로 계산한 사전설문의 평균은 3.07이고, 사후설문의 평균은 3.53으로 증가하였음을 알 수 있다. 도형에 관한 문제에서 조금 또는 매우 흥미를 느끼는 학생은 43%에서 72%로 증가하였고, 흥미를 못 느끼는 학생은 21%에서 14%로 약간 감소하였다. 결과적으로 보통 이상의 흥미를 가진 학생들이 활동학습을 통하여 이전보다 더 도형의 전

반적인 부분에서 관심과 재미를 느낀 것으로 판단된다. 복수 응답이 가능한 세부항목으로, 도형 관련하여 문제가 재미있는 이유를 고르는 보조 설문에서는 "새로운 형태의 실생활과 관련된 내용이어서"라는 응답과 "수업 중 탐구와 토론과정이 재미있어서"라는 응답이 증가하였다.

다음으로 도형의 학습내용의 이해정도를 묻는 질문에 대한 응답비율은 다음과 같다.

	사전		사후	
	명	백분율	명	백분율
매우 그렇다	2	14%	4	29%
조금 그렇다	4	29%	6	43%
보통이다	5	36%	2	14%
아니다	0	0%	1	7%
전혀 아니다	3	21%	1	7%
평균(점수)	3.13		3.73	

〈 표 Ⅰ- 2 〉

표Ⅰ- 2는 도형의 학습내용의 이해정도에 대하여 위에서와 마찬가지로 매우 그렇다, 즉 이해가 잘 되었을 경우인 5점에서 전혀 이해가 되지 않았을 때 1점으로 하여 평균을 계산한 결과 3.13에서 3.73으로 증가하였음을 알 수 있다. 사전설문에서 조금 이상 이해가 잘 되었다고 생각한 경우는 사전 43%에서 사후 72%로 첫 설문의 응답비율과 같은 증가율을 보였다. 따라서 도형영역에서 학습내용의 이해정도와 도형에 대한 전반적인 흥미도가 서로 의미 있게 연관되어 있다고 판단된다. 즉, 학생들은 도형을 배우면서 학습내용이 이해가 잘 되면 도형과 관련하여 흥미를 가지게 되고, 반대로 도형을 흥미 있게 배운다면 학습에 대한 이해도가 증가한다는 결론을 얻을 수 있다.

아래의 표는 평면도형의 성질에 관한 학생들의 응답비율을 나타낸다.

	사전		사후	
	명	백분율	명	백분율
매우 재미있다	0	0%	1	7%
조금 재미있다	5	36%	4	29%
보통이다	1	7%	4	29%
별로 재미없다	2	14%	2	14%
전혀 재미없다	6	43%	3	21%
평균(점수)	2.60		3.07	

〈 표 Ⅰ- 3 〉

표Ⅰ- 3에서와 같이 평면도형의 성질이 재미있다고 생각하는 설문에 대한 평균은 2.60에서 3.07로 증가하였고, 사전설문에서는 이 부분과 관련하여 매우 재미있다고 생각하는 학생이 전혀 없었으며 재미를 느낀다고 대답한 학생의 비율은 사전과 사후에 커다란 변화가 없어 보인다. 그러나 전혀 재미없다고 생각하는 학생의 비율은 43%에서 21%로 큰 차이로 감소하였고, 보통정도로 느끼는 학생이 7%에서 29%로 증가함을 보였으므로 평면도형의 성질과 관련하여 관심과 흥미를 가지지 못했던 학생들이 조금의 발전적인 긍정성을 가졌다고 볼 수 있다.

설문의 세부항목에서 평면도형의 성질을 이해하기 어려울 경우 어떻게 하는지 묻는 사전설문에 대한 응답으로 "포기한다"인 학생이 57%로 가장 많았고 다음으로는 "책을 찾아보고 힌트를 얻는다"고 하였다. 사후설문에서는 "포기한다"고 대답한 비율은 21%로 줄었고 "선생님께 여쭈어 본다"는 학생의 비율이 43%로 증가하였다. 다음으로 "부모님이나 형, 어니 등에게 여쭈어 본다","책을 찾아보고 힌트를 얻는다" 라고 각각 21%의 학생들이 대답했다.

평면도형으로 무늬만드는 방법, 도형 덮기에 관련한 문제에 대하여 학생들의 응답비율은 다음과 같다.

	사전		사후	
	명	백분율	명	백분율
매우 재미있다	3	21%	3	21%
조금 재미있다	4	29%	5	36%
보통이다	1	7%	3	21%
별로 재미없다	1	7%	2	14%
전혀 재미없다	5	36%	1	7%
평균(점수)	3.27		3.80	

〈 표 Ⅰ- 4 〉

평면도형으로 무늬 만드는 방법, 도형 덮기에 관련된 문제에 대한 평균은 3.27에서 3.8로 다소 증가하였고, 3.27이란 점수는 전혀 재미없다고 응답한 학생이 36%를 차지하고 있어도 사전설문에서 도형영역 중 가장 흥미도의 평균이 높게 나타난 부분이다. 이로부터 학생들은 기존에 배워왔던 학습수준에서 무늬만들기 단원에 대한 이해와 관심의 정도가 높음을 알 수 있고, 활동학습 이후에 조금 더 증가하였음을 알 수 있다.

이와 관련되어 문제가 안 풀릴 경우에 학생들의 행동에 대한 사전 응답 비율은 "포기한다"가 50%로 가장 높았으나 사후 설문에서는 "풀릴 때까지 계속 풀어본다"가 36%로 가장 많았고 "포기한다"는 응답은 14%로 줄었다.

아래의 표는 입체도형의 겨냥도 및 전개도 문제와 관련하여 재미정도에 따르는 사전 사후 변화를 나타낸다.

	사전		사후	
	명	백분율	명	백분율
매우 재미있다	2	14%	2	14%
조금 재미있다	2	14%	5	36%
보통이다	2	14%	4	29%
별로 재미없다	2	14%	1	7%
전혀 재미없다	6	43%	2	14%
평균(점수)	3.07		3.87	

〈 표 Ⅰ- 5 〉

입체도형의 성질 및 겨냥도와 전개도에 관련된 문제에 대한 설문에서는 평균이 3.07에서 3.87로 증가하였고, 조금이라도 재미없다고 생각하는 학생들의 응답 비율은 57%에서 21%로 감소하였다. 표Ⅰ- 5로부터 매우 재미있게 생각하는 학생들의 비율은 변함이 없지만 "조금 재미있다", 또는 "보통이다"라고 응답한 학생의 비율이 조금씩 증가를 보였기에 재미없다고 느꼈던 학생들이 조금 흥미를 가지게 되었다고 해석된다.

이에 관한 사전 보조설문 응답으로는 "포기한다"가 가장 많았고, 사후 보조설문에서는 "직접 모형을 만들어서 풀어본다"로 대답한 학생의 수가 증가하였음을 알 수 있다.

2. 사전 및 사후 Test 분석

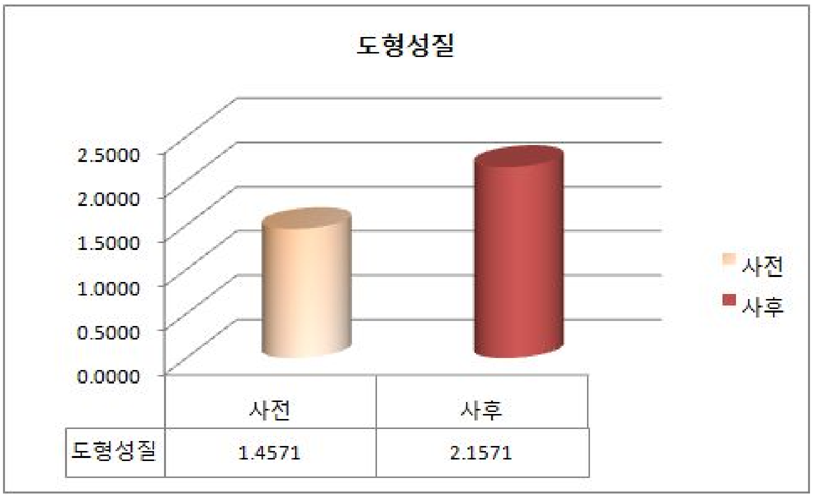
도형과 관련된 Test는 초등학교 4,5학년의 교과서 수학익힘책 수준으로 사전과 사후에 두 번 이루어졌고, 도형에 대한 기초지식, 측도, 도형의 성질과 관련하여 문제를 풀게 하였다. 이를 통하여 초등학교 5

학년을 마친 학생들의 도형에 대한 수준이 6학년을 준비하기에 적당한 수준까지 도달할 수 있음을 판단할 수 있을 것이다. 또한 활동학습으로부터 향상된 도형에 대한 학습효과가 조작활동수업 후 어떤 영역에서 유의하게 증가하였는지는 각각의 영역별로 평균과 표준편차를 통하여 알아보았다. 그 결과는 다음과 같다.

도형	N	평균		표준편차		유의확률
		사전	사후	사전	사후	
도형성질	14	1.4571	2.1571	0.90274	0.96533	0.058
무늬	14	2.2714	4.1429	2.02121	1.39929	0.008
입체도형	14	2.4500	3.7357	1.06897	0.60206	0.001
넓이	14	1.9643	3.9286	2.23146	1.88982	0.018
합동	14	3.0357	3.6929	2.00446	1.74376	0.363
대칭	14	2.1286	3.1429	0.74051	0.64416	0.001

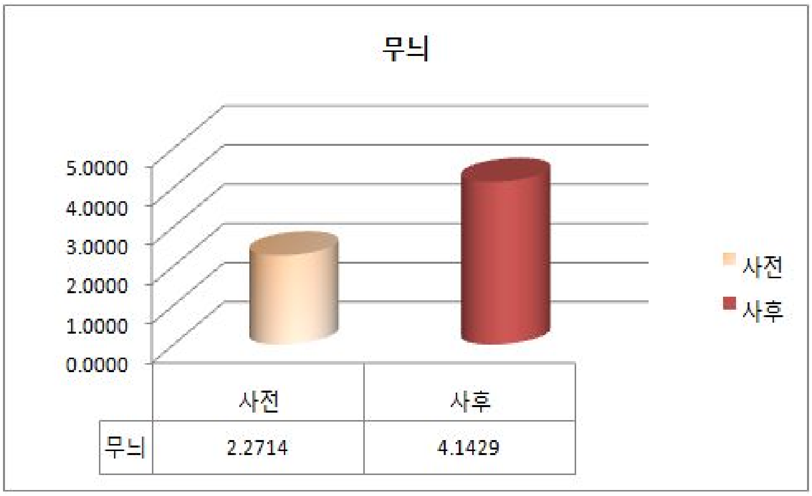
〈 표 Ⅱ 〉

먼저 도형의 무늬만들기, 입체도형, 도형의 넓이, 도형의 대칭과 관련해서는 유의확률이 0.05미만이므로 신뢰수준 95%에서 사전과 사후에 유의미한 차이가 있다고 판단된다. 그러나 평면도형의 성질, 도형의 합동과 관련되어서는 사전과 사후 Test에 관련한 유의확률이 0.05이상이기 때문에 유의하지 않다는 결론이 나오게 된다.



<표 Ⅱ-1>

표 Ⅱ-1과 관련하여 사전 Test에서 평면도형의 성질에 관련된 문제로 평행과 수직, 내각의 합에 관련된 문제로 이루어져있고 영역의 평균점수가 3점이 만점으로 사전검사에서는 평균 1.4571로 절반정도에 해당하는 문제에 제대로 답변하지 못하였다. 사후검사에서는 2.1571로 조금 점수가 향상되었으나 큰 차이를 보이지 않았고, 통계적으로 유의미하지 않으므로 활동학습이 도형의 성질과 관련하여 학습의 결과에 영향을 주었다고 보기 어렵다. 이러한 결과가 나오게 된 이유로는 평면도형에서 각각의 도형에 따르는 성질이 다양하기 때문에 활동학습을 통하여 이러한 성질들을 파악하여 기억하기 어려운 단점이 있고, 주로 모형을 통해 보고 익히는 것보다는 도형의 특성을 이론을 통하여 외우는 것이 더 큰 도움이 되는 부분이라고 판단된다. 또한 다양한 삼각형의 종류와 사각형의 종류들, 그리고 그에 따르는 성질을 몇 번의 프로그램 활동을 통하여 전부 습득하기에는 어려운 부분이 따른 것으로 보인다.

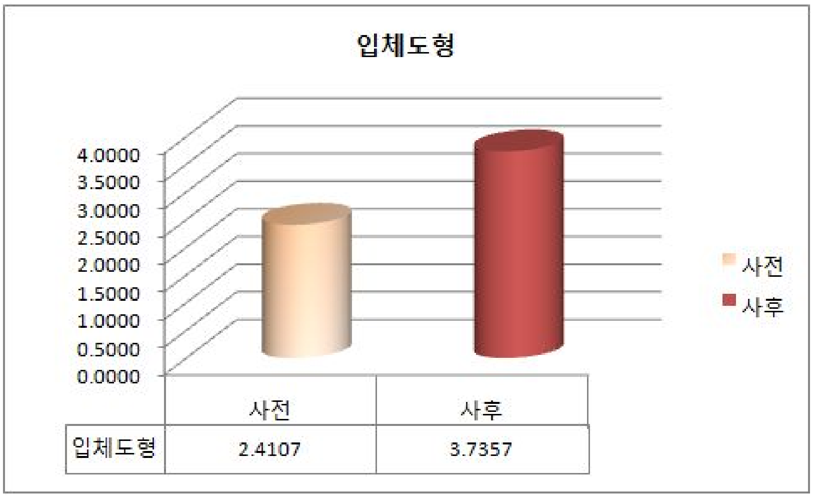


<표 Ⅱ-2>

표Ⅱ에서 도형영역의 무늬란, 무늬만드는 방법 중 다른 하나의 방법을 찾는 문제와 칠교놀이판 완성하는 문제, 그리고 둘레가 주어진 작은 하나의 평면도형으로 몇 배의 커다란 모양의 도형을 덮는데 필요한 개수를 묻는 문제를 포함한다. 학생들은 이와 관련하여 3회기와 4회기에 걸쳐 프로그램 활동학습을 하였고, 조원들과 함께 협동하여 다양한 무늬를 맞추어 보면서 수업에 대한 참여도가 높았던 활동시간이었다. 무늬 만드는 문제와 관련하여 사전, 사후검사 모두 한 가지 방법만을 사용하여 무늬를 만들었을 때 가능하지 않는 모양을 고르는 부분을 이해하지 못하여 전체적인 설명을 덧붙였다. 학생들의 흥미와 관심이 높았던 수업이었던 만큼 무늬만들기 부분에서의 Test 평균이 총 5점 만점으로 표Ⅱ-2에서와 같이 사전검사 평균은 2.2714에서 사후의 4.1429로 유의확률 0.005미만이기 때문에 평균의 증가에 따르는 조작물을 활용한 학습활동이 유의미하다고 보여 진다.

무늬만들기 활동학습에서 학생들은 정사각형 판지에 일정한 모양으로 색종이를 붙이는 활동을 조원이 나누어 분담하여 조작물을 만들고,

대부분의 학생들은 그 도형을 90° 돌려보거나, 뒤집기, 옮기기 활동을 하였다. 조원 중 한명의 학생이 회전하기의 경우 90° 돌리는 방법만이 하니라 180°, 270° 돌려보는 방법을 해보자 하는 경우 다른 학생들도 이와 같은 방법이 있음을 알고 주어진 활동학습에서의 방법만이 아니라 본인들의 호기심에 의해 다른 조원들도 여러 가지 방법을 생각해 볼 수 있는 수업이었다. 이로써 NCTM에서 요구하는 수학의 학습 목표에서 수학적으로 문제를 해결하고, 수학적으로 의사소통하며, 수학적으로 추론하는 과정이 조작적인 학습활동을 수행하면서 학생들 서로간에 자연스럽게 일어나는 과정이 될 수 있었다.



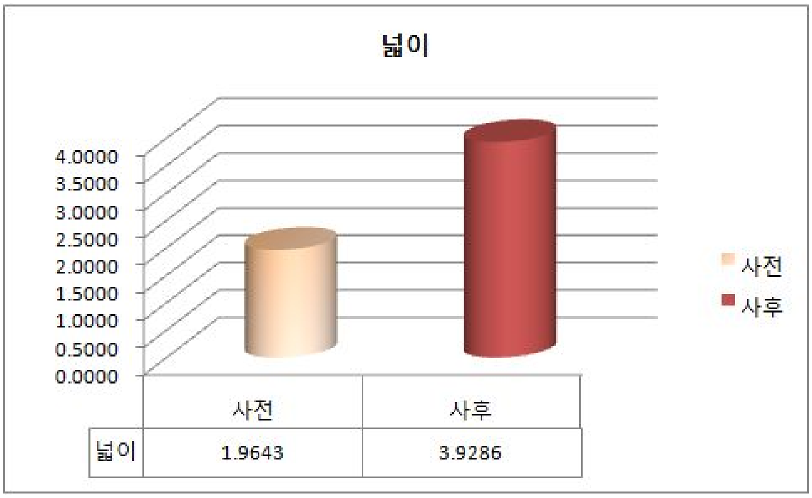
<표 Ⅱ-3>

다음으로 표Ⅱ의 입체도형에 대한 부분은 표 Ⅱ-3에서 보는바와 같이 사전검사에서의 평균이 2.4107이었고, 사후검사에서 3.7357로 유의확률 0.001로서 신뢰도 95%이상에서 프로그램학습을 통해 확실히 입체도형 부분과 관련하여 향상되었음을 보여준다. 입체도형과 관련한 문제로서는 직육면체의 겨냥도와 전개도에 관련한 문제로서 프로그램 활동에서 2회기와 3회기에 걸쳐 주사위 만들기 및 다양한 전개도를 접어 평행인 면과 수직인 면을 찾아보는 활동학습을 하였다.

학생들은 편성된 조에서 다른 조원들과 함께 개별적으로 전개도를 접어보고, 다양한 직육면체의 전개도를 그리는 부분에서는 서로 도움을 얻어가며 접었을 때 맞닿는 변을 찾아 시행착오를 겪으며 학습하였다. 사전에 주사위 전개도에서 점 빈 면에 마주 보는 눈의 합이 7이 되도록 점을 찍는 문제를 잘 해결하지 못했던 학생들도 직접 전개도를 오려서 접어보며 눈금을 그려 확인하는 활동을 통하여 어려웠던 문제에 대해 자신감을 가지고 해결하려는 의지를 보였다.

Test의 결과로부터 알 수 있듯이 활동학습을 통한 입체도형과 관련한 부분에서 학습능력의 뚜렷한 향상을 보였고, 이로부터 활동학습이 학습효과에 기여한다고 판단된다.

아래의 표Ⅱ-4는 도형의 측도의 영역에서 넓이를 구하는 부분과 관련한 Test를 사전과 사후의 평균에 의해 비교한 것이다.



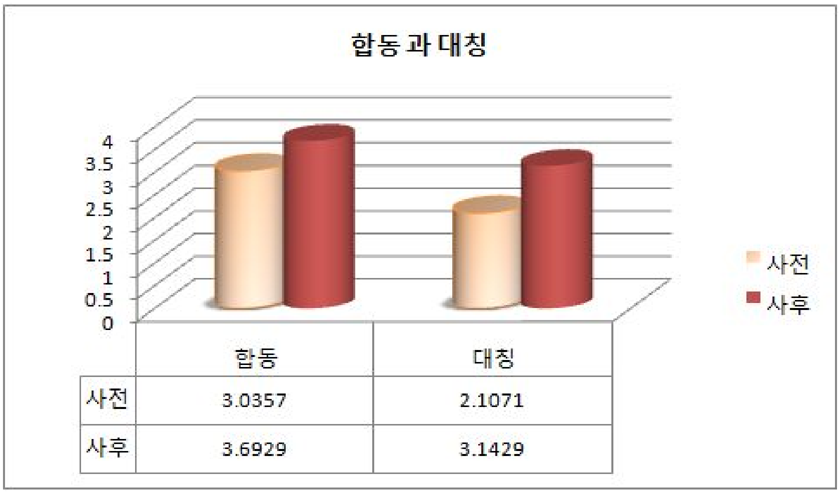
<표 Ⅱ-4>

넓이와 관련된 프로그램활동은 종이접기를 통하여 이루어졌고, 삼각형과 사각형의 넓이 구하는 공식을 상기할 수 있는 활동수업이었다. 문제를 통해서 기본 도형의 넓이와 'T자'모양 및 'ㄱ자'모양의 도형의

넓이를 나누어서 구할 수 있는지를 알아보기 위한 문제를 출제하였고, 사전과 사후의 평균이 유의확률 0.018에 의하여 평균 1.9643에서 3.9286으로 증가하였음을 알 수 있다.

활동수업 이전에 사전 Test에서는 단순히 넓이 구하는 공식을 잊어버려 문제를 풀지 못하는 학생들이 의외로 많아 평균의 총점 5점에 많이 못 미치는 점수가 나온 것으로 보여지며, 종이접기 수업을 통하여 넓이 구하는 공식을 다시 학습하는 시간을 갖게 되면서 사후 Test에서 향상됨을 보인 것으로 판단된다.

수학적 기초가 충분하지 못한 학생들은 넓이공식이 생각이 나지 않으면 문제를 해결할 수 없기에 바로 포기하는 모습을 보였다. 활동수업을 하면서도 종이접기에만 관심을 보이고, 넓이를 구하는 방법과 공식의 설명에 있어서는 주의력이 떨어지는 모습이었다. 사전과 사후에 문제의 난이도가 수학익힘책 수준으로 비슷했기 때문에 프로그램학습을 통하여 넓이공식에 대해서 한번 되짚어 보는 시간이 되면서 6학년을 앞두고 학년의 마무리 단계에서 5학년을 마친 수련관 학생들의 다수가 넓이는 구할 수 있는 수준이 되었다고 본다.



<표 Ⅱ-5>

표 Ⅱ-5는 합동과 대칭에 관련한 Test의 비교이다. 먼저 합동은 사전검사에서의 평균이 3.0357이었고, 사후검사에서는 평균이 3.6929로 조금 증가하였으나 유의확률이 0.363으로 유의하지 않은 결과 값이다. 즉, 프로그램활동을 통한 학습효과가 유의하지 않다는 결론인데 이는 합동에 관한 사전지식이 풍부했기 때문으로 보여 진다. 학생들은 합동과 관련한 문제의 해결은 빠르고 쉽게 하였으며, 넓이와 연결된 문제에서만 고민하는 모습을 보였다.

대칭과 관련해서 프로그램 활동은 마지막 6회기에 이루어졌으며, 선대칭도형과 점대칭도형을 그려보고 색종이로 접어보는 활동을 하였다. 대칭과 관련해서도 사전지식이 높은 편이었으나 문제에서 직접 그리는 부분은 잘 못 풀거나 헤매는 모습을 보였고, 소수의 학생들은 점대칭도형과 선대칭도형을 잘 구분하지 못하였다. 사전검사와 사후검사의 평균은 2.1071에서 3.1429로 유의확률 0.001, 신뢰도 95%이상의 확률에서 학습활동에 의한 사전과 사후의 평균의 증가가 유의하다고 판단된다.

3. 연구의 제한점

가. 서울시에서 주관하는 청소년 수련관은 저소득층 아동들을 대상으로 운영하는 것으로, 따로 수학교과와 관련하여 학교 수업과 방과 후 아카데미에서의 교육을 제외하고는 부과적인 학습을 받는 여건이 힘든 학생들이다. 또한 부모님이 맞벌이를 하시는 경우가 대부분이라 학생 교육에 대한 관심도가 낮아 단계별 학습을 해야 하는 수학교과에는 거부감을 가지고 있는 학생들이 많았다. 그렇기 때문에 평균적으로 학년에 비하여 사전지식이 낮은 편이고, 수업분위기나 집중도가 낮아 의사소통이 원활하지 못한 부분이 있었다.

그러므로 과외나 학원을 통한 수학교과에 대한 집중적인 학습을 받은 학생들이 포함된 다른 수준의 초등학생이 있는 집단에 일반화하는데 유의해야 한다.

나. 성동구 지역의 방과 후 아카데미에 참여하는 학생들을 대상으로 실시되고 저소득층 아동을 대상으로 실시하였으므로 다른 지역이나 다른 수준의 학생들 및 정규 교과과정에 있는 일반 초등학교에서도 같은 결과를 기대할 수는 없다.

다. 합동과 관련하여 학생들의 사전지식이 높음을 먼저 고려하여 문제를 난이도 있게 출제하였다면 사전과 사후에 활동학습을 통한 학습효과를 판단하기 위한 유의미한 차이가 있을 수 있다.

라. 연구대상인 학생들이 14명으로 적어서 표준편차가 크고, 학습활동의 결과에 대한 정확한 분석을 하는 데에 여러 가지 제한점이 되었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

1. 요약 및 결론

본 연구는 구체적 조작 활동이 도형에 대한 인식변화 및 학습능력의 향상에 미치는 영향을 알아보는 것을 목적으로 하여 초등학교 5학년 학생 14명을 대상으로 3주간 총 7회 회당 45분~90분간 다양한 프로그램 활동을 실시하였다. 활동학습 이전에 사전 검사 및 사전 Test를 실시하고, 활동학습 이후에 사후 검사와 사후 Test를 실시한 결과에 따른 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학지도를 위한 NCTM의 규준에서는 기하를 학습하는데 있어서 학생들이 일상생활에서 접하는 대상과 다른 구체적 자료를 사용해서 조사하고 실험하고 탐구하여 학생들이 여러 위치에서 도형을 시각화하고 그리게 하고 비교하게 하는 훈련하도록 하였고, 제 7차교육개정안에서는 제7차 교육과정 개정안에서도 구체적인 경험에 근거하여 수학적으로 조직하고 해석하는 활동을 통해 수학학습을 하는 것이라 하였으며 수학교육의 목표로 직관이나 구체적인 조작활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 한계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해할 수 있도록 한다는 것으로부터 출발한다. 구체적 조작활동이었던 종이접기, 무늬만들기, 주사위 만들기, 칠교놀이활동의 활용방안에 대하여 탐색해본 결과 조작물을 활용한 교수•학습이 학습 자료의 일환으로서 가치가 충분하다.

둘째, 조작활동이 5학년을 마친 학생들의 도형영역 학습지도에 많은 도움이 될 것이라고 생각하여 적용한 결과 도형영역의 대부분에서의 학습능력 향상에 영향을 주었고, 사후의 학생들의 학업 성취도가 향상

되었으며 문제를 푸는데 적극적인 모습을 보였다. 이는 학생들의 기존에 배웠던 지식이 활동학습을 통하여 보다 효과적으로 습득되었음을 보여주는 것이라고 판단된다.

셋째, 조별로 구체적 조작물을 사용하여 협동학습을 함으로써 학생들은 서로 의사소통하며 피드백을 통한 상호 자극을 받게 된다. 다른 학생의 의견을 수렴하고 본인의 생각과 비교해보며 활동학습 하면서 조작물을 통해 다양한 아이디어를 구축해 보는 경험이 가능하다. 이로써 수업에 참여도가 높아지고 본인의 결과물에 기대하는 모습을 보이며 사후 설문에서도 도형에 대한 흥미가 높아졌고 동기 부여 및 어려운 문제에 적극적인 모습이었다. 즉, 활동을 통해 수학을 배움으로써 도형영역에서뿐만 아니라 수학에 부정적인 시선을 가졌던 학생들도 긍정적인 태도를 보였다.

넷째, 창의력과 조작능력이 향상되었다. 주사위 만들기 활동을 통하여 다양한 직육면체 전개도를 만들어 보았고, 무늬만들기에서 조별로 여러 타입의 일정한 무늬를 앞뒤로 붙여 같은 모양으로 한 후 옮기기, 돌리기, 뒤집기를 실시하였는데 처음보다 점차 조작활동 시간이 단축되었으며 조원끼리 의견을 교환해가며 다양한 모양을 만들 수 있었다.

2. 제언

본 연구는 초등학교 5학년을 대상으로 조작학습을 통한 도형영역에서의 동기부여 및 학습능력 향상에 미치는 영향을 살펴보았다. 이 연구의 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구는 단기간의 조작물을 이용한 학습의 긍정적 태도 및

성취도 향상에 대한 효과를 검증하였으므로 일반화 시키는 데에는 한계가 있다.

즉, 학생들의 도형영역에서의 수학적 태도와 학습능력의 향상과정이 단기간에 이루어지는 것이 아니라 오랜 기간에 걸쳐 다른 상황과 상호관련성을 맺어가면서 효과적으로 변화되는 과정임을 감안할 때 보다 연구가 장기간에 걸쳐 지속적으로 이루어져야 한다.

둘째, 짧은 시간에 도형에 대해서 몇 가지 놀이를 통한 조작활동으로 학생들의 흥미와 관심을 얻었지만 도형영역 전반에 걸친 부분의 문제와 측도와 관련된 복합적인 부분까지 포함하여 연구하는 것도 좋을 것 같다.

측정영역이나 규칙성 찾기 등 다른 영역의 내용과 다른 학년의 각 단계별 목적에 맞는 지도방법 및 이에 활용할 수 있는 자료를 개발하여 그 효과를 검증해보는 후속 연구가 이루어지는 것도 의미 있는 일이라고 생각된다.

셋째, 본 연구에서는 초등학교 3, 4, 5학년에서만의 도형영역과 관련하여 조작적 학습활동을 하였으나 협동학습을 통한 학생들의 적극적인 참여를 촉진시킬 수 있는 단계별로 교육과정의 교육적 요소에 맞게 전 학년에서 이루어져야 할 것이다.

마지막으로 조별활동을 통한 활동 학습 시에 모든 조원들이 공동으로 활동에 참여할 수 있는 수업배경의 기반을 잘 마련해야 한다. 다양한 의견을 수렴하고 교환해야 하는 협동학습에서 특정한 학생만이 칠교놀이판 만들기를 하거나, 조작물 오리기 붙이기 등을 하게 되는 일이 없도록 역할 분배 및 창의적인 의사소통이 이루어져야 한다.

[참 고 문 헌]

[1] 권도희, 수학적 활동을 중심으로 한 수학 학습의 효과 분석, 부산대학교 교육대학원 석사학위논문, 2006

[2] 김남희·나귀수·박경미·이경화·정영옥·홍진곤, 수학교육과정과 교재연구, 경문사, 2007

[3] 김상윤, 유아용 칠교놀이프로그램이 노인들의 인지발달에 미치는 효과에 관한 연구, 아동연구. 제15집 (2006. 2), pp.71-82, 고신대학교 아동연구소, 2006

[4] 김숙자, 평면도형을 이용한 수학활동이 유아의 기하개념 및 수학적 태도에 미치는 영향, 원광대학교 교육대학원 석사학위논문, 2005

[5] 김종미, 놀이수학 활동이 아동의 수학적 태도에 미치는 효과분석, 광주대학교 교육대학원 석사학위논문, 2007

[6] 박의수·강승규 외, 교육의 역사와 철학, 동문사, 2007

[7] 서민, 도형영역 지도에서 종이접기 활용 방안, 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문, 2004

[8] 윤수지, Bruner의 EIS 이론에 따른 수학 교수·학습 자료의 개발 및 적용 가능성에 대한 탐색 연구 , 홍익대학교 교육대학원 석사학위논문, 2007

[9] 이윤정, 구체적 조작활동을 통한 도형학습이 학업성취도와 수학적 태도에 미치는 영향, 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문, 2007

[10] 이재경, 구체적 조작물을 활용한 활동중심수업이 학업성취도에 미치는 영향, 국민대학교 교육대학원 석사학위논문, 2007

[11] 이혜진, 수학적 종이접기 활동이 초등학생의 도형 개념 및 성질의 이해에 미치는 영향, 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문, 2004

[12] 정문선, 초등 수학교육 현장에서 활동을 통한 문제해결 학습의 효과 연구, 서울대학교 교육대학원 석사학위논문, 2004
[13] 조정희, John Dewey 경험론의 교육 실천적 의미, 경성대학교 교육대학원 석사학위논문, 2006
[14] 최보근, 수학적 체험활동이 수학에 대한 흥미도와 학업성취에 미치는 영향, 국민대학교 교육대학원 석사학위논문, 2005
[15] 편유선, Skemp 이론을 통한 이산 수학 교수법 연구, 숙명여자대학교 교육대학원 석사학위논문, 2007
[16] 홍민정, 활동주의 입장에서의 도형지도를 위한 자료 개발, 단국대학교 교육대학원 석사학위논문, 2002
[17] 황혜정·나귀수·최승현·박경미·임재훈·서동엽, 수학교육학신론, 문음사, 2006
[18] 수학과 교육과정 개정시안 연구
[19] http://standards.nctm.org/
[20] Linn, M.C. & Peterson, A.C.(1985).Emergence and characteriz
-ation of sex difference in spatial ability: A meta-analysis. Child Development.
[21] NCTM(1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, V.A. : The Mational Council of Teachers of Mathematics

Abstract

A study on motivation and improve abilities to study with concrete oprtation instruction in descriptive geometry

Yeom, Yoonjung
Major in Mathematics Education
The Graduate School of Education
Sungshin Women's University
Supervised by Professor Kang, Byunggae Ph.D.

The purpose of this research is to find effects of an activity program developed in order to improve abilities to study descriptive geometry, positive mind and motivation of elementary school students. The goals of this research are as follows;

First, we study how to use effectively the educational materials of a study game which teachers can effectively use during a class.

Second, we find out whether teaching with concrete manipulates affect students' former figure recognition and attitude or not.

Third, we test academic achievement of pre-6th grade students in descriptive geometry before and after using activity program.

For this research I designed 7 time figure studying program for 15 5th graders in elementary school and did comparative analysis of academic achievement, and finally surveyed to find a change of figure recognition of the students before and after the activity.

The results of this research are as follows.

First, the educational materials of a study game such as folding paper into various figures, making patterns, making a dice, and

playing with seven pieces, teaching with these kind of games were worth sufficiently.

Second, the activity program was effective in almost entire region of descriptive geometry improving academic achievements of the students. After the program, the academic achievements of the students were increased and they were positive and active to solve the questions. I conclude that by the activity program the students learned what they had already known more effectively.

Last, through cooperative study using concrete manipulates divided students into groups, the students communicate each other and mutually stimulate with feedback during the class. They got more interested in descriptive geometry and showed active attitude in even difficult problems. That is to say, this program gave students not only interests in descriptive geometry but also motivation to study entire region of mathematics and, moreover, this program had an effect on making students having negative mind to have positive mind.

부　　록

★도형에 대한 의식조사 설문지☆

1. 지금까지 배운 수학에서 도형에 관한 문제(도형의 합동, 대칭, 수직과 평행, 쌓기나무 등)를 풀면서 재미가 있었습니까?
①매우 흥미있다　②조금 흥미있다　③보통이다.　④별로 흥미없다　⑤전혀 흥미없다

1-1. **(①,②를 고른 학생만 대답)** 도형에 관련된 문제가 재미있는 이유를 모두 고르면?
① 내용자체가 쉬워 간단히 풀 수 있어서　② 어려운 공식을 외워 풀 필요가 없어서
③ 새로운 형태의 실생활과 관련된 내용이어서 ④ 수업 중 탐구와 토론과정이 재미있어서
⑤ 선생님이 재미있게 가르쳐 주어서

1-2. **(③,④,⑤를 고른 학생만 대답)** 도형에 관련된 문제가 재미없는 이유를 모두 고르면?
① 숫자를 계산하기 싫어서　② 푸는 방법이 복잡해서
③ 실생활에 응용된 문제라서　④ 탐구와 생각하기 과정이 귀찮아서
⑤ 선생님이 잘 설명해 주지 않아서　⑥ 그 전부터 수학이 싫어서

2. 도형영역은 수학의 다른 영역(분수와 소수, 사칙연산, 길이·무게·넓이 측정, 표와 그래프) 에 비해 쉽다고 생각합니까?
①매우 쉽다　②조금 쉽다　③보통이다　④조금 어렵다　⑤매우 어렵다

2-1. **(①, ②를 고른 학생만 대답)** 도형이 다른 영역에 비해 쉬운 이유를 모두 고르면?
①내용 자체가 쉽고 단순해서　②어려운 공식이 많지 않아서
③내가 워낙 열심히 공부해서　④선생님이 잘 가르쳐 주어서
⑤수학 기초 실력이 뛰어나서

2-2. **(③,④,⑤를 고른 학생만 대답)** 도형이 다른 영역에 비해 어려운 이유를 모두 고르면?
①내용 자체가 어려워서　②생각을 많이 해야하므로
③문제가 복잡해서　④수학 기초 지식이 없어서
⑤선생님의 설명이 어려워서　⑥관심이 없어 공부하지 않아서

3. 도형의 학습 내용이 잘 이해되었습니까?
①매우 그렇다　②그렇다　③보통이다　④아니다　⑤전혀 아니다

3-1. **(①, ②를 고른 학생만 대답)** 도형의 학습 내용이 잘 이해된 이유는?
①내용 자체가 쉬워서　②선생님의 설명이 쉬워서
③열심히 예습이나 복습을 해서　④원래 수학 실력이 뛰어나서

3-2. **(③,④,⑤를 고른 학생만 대답)** 도형의 학습 내용이 잘 이해되지 않은 이유는?
①내용 자체가 어려워서 ②관심 없어서 공부를 하지 않아서
③선생님의 설명이 어려워서 ④수학 기초 실력이 모자라서

4. 삼각형, 사각형, 원 등 평면도형의 넓이를 구하는 문제가 재미있다고 생각합니까?
①매우 재미있다 ②조금 재미있다 ③보통이다. ④별로 재미없다 ⑤전혀 재미없다

5. 삼각형, 사각형 등 평면도형의 넓이를 구하는 문제가 잘 안 풀릴 경우 어떻게 합니까?
① 풀릴 때까지 계속 풀어 본다. ② 책을 찾아보고 힌트를 얻는다.
③ 선생님께 여쭈어 본다. ④ 부모님이나 형, 언니 등에게 풀어달라고 한다.
⑤ 포기한다.

6. 삼각형, 사각형, 원 등 평면도형의 성질이 재미있다고 생각합니까?
①매우 재미있다 ②조금 재미있다 ③보통이다. ④별로 재미없다 ⑤전혀 재미없다

7. 삼각형, 사각형, 원 등 평면도형의 성질을 이해하기 어려울 풀릴 경우 어떻게 합니까?
① 이해할 때까지 계속 생각해 본다. ② 책을 찾아보고 힌트를 얻는다.
③ 선생님께 여쭈어 본다. ④ 부모님이나 형, 언니 등에게 여쭈어 본다.
⑤ 포기한다.

8. 평면 도형으로 무늬 만드는 방법, 도형 덮기에 관련된 문제가 재미있다고 생각합니까?
①매우 재미있다 ②조금 재미있다 ③보통이다. ④별로 재미없다 ⑤전혀 재미없다

9. 평면 도형으로 무늬 만드는 방법, 도형 덮기에 관련된 문제가 잘 안 풀릴 경우 어떻게 합니까?
① 풀릴 때까지 계속 풀어 본다. ② 책을 찾아보고 힌트를 얻는다.
③ 선생님께 여쭈어 본다. ④ 부모님이나 형, 언니 등에게 풀어달라고 한다.
⑤ 포기한다.

10. 쌓기나무, 직육면체 등 입체도형의 성질이 재미있다고 생각합니까?
①매우 재미있다 ②조금 재미있다 ③보통이다. ④별로 재미없다 ⑤전혀 재미없다

11. 쌓기나무, 직육면체 등 등 입체도형의 성질을 이해하기 어려울 풀릴 경우 어떻게 합니까?
① 이해할 때까지 계속 생각해 본다. ② 책을 찾아보고 힌트를 얻는다.
③ 선생님께 여쭈어 본다. ④ 부모님이나 형, 언니 등에게 여쭈어 본다.
⑤ 포기한다.

12.입체도형의 겨냥도, 전개도에 관련된 문제가 재미있다고 생각합니까?
①매우 재미있다 ②조금 재미있다 ③보통이다. ④별로 재미없다 ⑤전혀 재미없다

13.입체도형의 겨냥도, 전개도에 관련된 문제가 이해하기 어려울 경우 어떻게 합니까?
① 이해할 때까지 계속 생각해 본다. ② 직접 모형을 만들어서 풀어본다.
③ 책을 찾아보고 힌트를 얻는다. ④ 선생님께 여쭈어 본다.
⑤ 부모님이나 형, 언니 등에게 여쭈어 본다. ⑥ 포기한다.

<사전설문 결과>

※문항별 응답 학생 수

	1	1—1	1—2	2	2—1	2—2	3	3—1	3—2
①	2	4	3	2	3	2	2	5	2
②	4	4		5	3	3	4	4	2
③	5			1		3	5	1	3
④	1		6	2	2	1			
⑤	2			3			3		
⑥			6			3			

	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
①	0	3	0	1	3	3	1	3	2	2
②	4	2	5	5	4	4	5	2	2	2
③	3	4	1	1	1	2	1	4	2	1
④	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1
⑤	6	7	6	8	5	7	5	7	6	
⑥										10

<사후설문 결과>

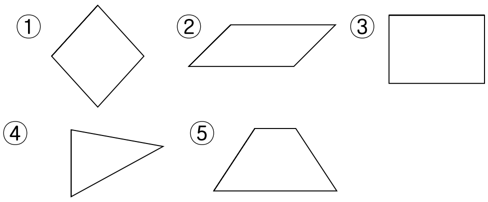
※문항별 응답 학생 수

	1	1—1	1—2	2	2—1	2—2	3	3—1	3—2
①	4	5	2	3	4	1	4	2	3
②	6	1	3	7	4	1	6	6	
③	2	2		1	2	3	2	2	
④		2	2	1	2	1	1	1	
⑤	2	2		2			1		
⑥									

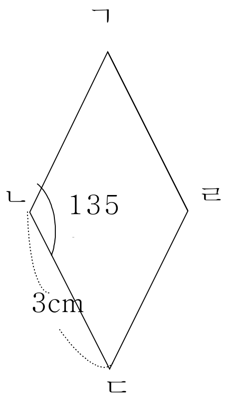
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
①	3	4	1	1	3	5	3	4	2	3
②	5	3	4	3	5	3	4	4	5	6
③	2	4	4	6	3	3	4	4	4	
④	3	1	2	3	2	3	1	2	1	4
⑤	1	4	3	3	1	2	2	2	2	1
⑥										2

<도형에 관한 사전 Test>

【1】 서로 평행인 변이 한 쌍도 <u>없는</u> 도형은 어느 것 입니까? ……………( )



【2】 마름모를 보고 물음에 답하시오.

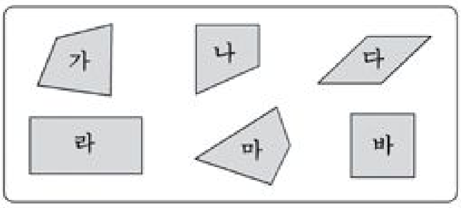


(1) 각 ㄱㄴㄷ의 크기가 135°일 때, 각 ㄴㄷㄹ의 크기는 얼마입니까?

( )°

(2) 선분ㄴㄷ의 길이가 3cm일 때 마름모의 둘레의 길이는 얼마입

【3】 다음 도형을 보고, 물음에 답하시오.



1. 평행사변형을 모두 찾아 쓰시오.

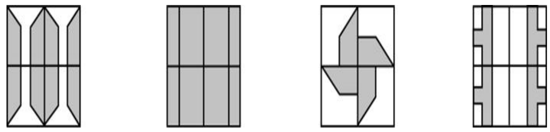
( )

2.위 도형 중에 대각선이 서로 수직인 관계인 것을 모두 고르시오.

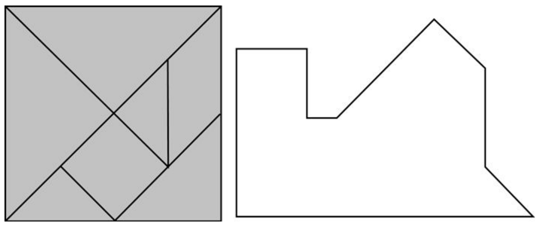
( )

【4】 다음 중 무늬를 만든 방법이 <u>다른</u> 하나는 어느 것입니까?

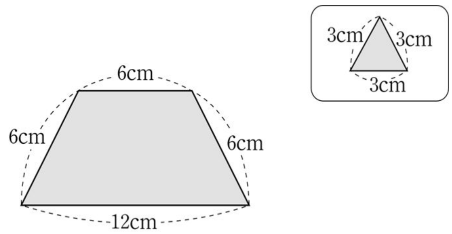
① ② ③ ④



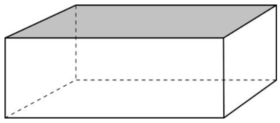
【5】 색종이를 아래 그림의 왼쪽과 같이 잘라서 오른쪽 도형을 덮어 보시오.



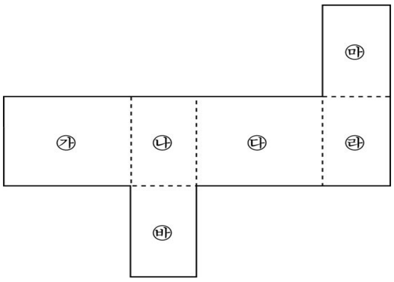
【6】 색종이를 아래 그림과 같은 모양으로 여러 장 오려 다음 평면을 덮으려면 몇 장이 필요합니까?



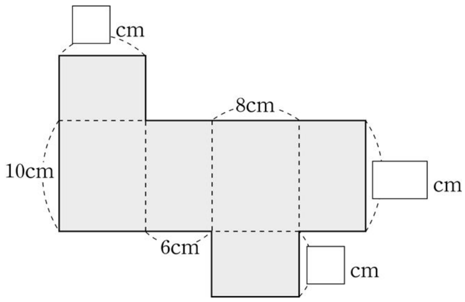
【7】 직육면체에서 색칠한 면과 평행인 면을 찾아 색칠하시오.



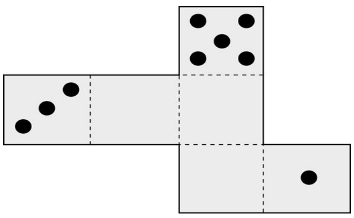
【8】 아래 그림을 보고 면 ㉣와 수직인 면을 모두 찾아 기호로 쓰시오.



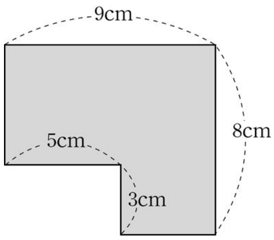
【9】 □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.



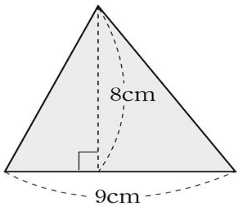
【10】 주사위에서 서로 평행인 면의 눈의 합은 7입니다. 전개도의 빈 곳에 주사위의 눈을 알맞게 그려 넣으시오.



【11】 도형의 넓이를 구하시오.

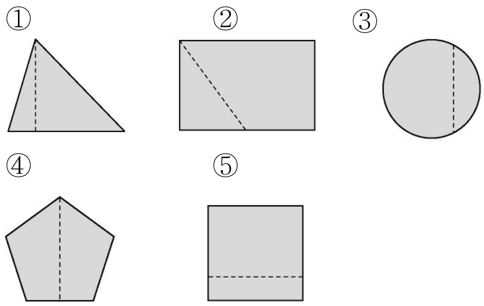


( )

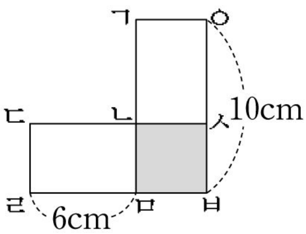


( )

【12】 다음 중 점선을 따라 잘랐을 때, 합동이 되는 것은 어느 것입니까?
( )

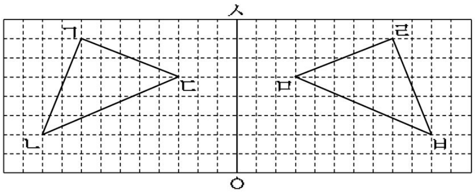


【13】 다음 직사각형 ㄱㅁㅂㅇ과 ㄹㅂㅅㄷ은 합동입니다. 두 사각형의 겹쳐진 부분의 넓이는 몇 cm²입니까?



( )cm²

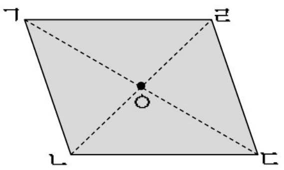
【14】 다음 선대칭의 위치에 있는 도형을 보고, 물음에 답하시오. (2 ~ 4)



1 대칭축을 찾아 쓰시오.
직선(   )

2 점 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 대응점을 찾아 쓰시오.
점 ㄱ과 점 (   )
점 ㄴ과 점 (   )
점 ㄷ과 점 (   )

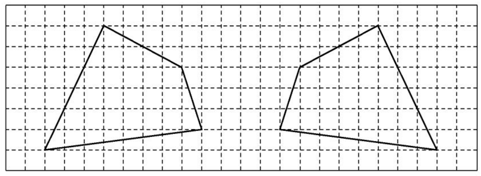
【15】 다음 점대칭도형을 보고, 물음에 답하시오. (6 ~ 8)



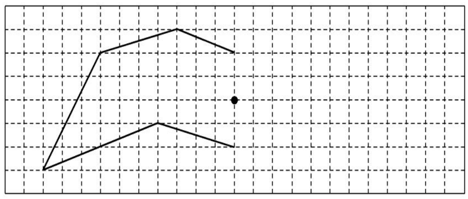
1 다음 점의 대응점을 찾아 쓰시오.
점 ㄱ과 점 ( )
점 ㄴ과 점 ( )

2 다음 변의 대응변을 찾아 쓰시오.
변 ㄱㄴ과 변 ( )
변 ㄴㄷ과 변 ( )

【16】 다음은 선대칭의 위치에 있는 도형입니다. 대칭축을 그려 보시오.

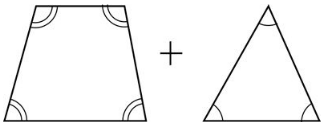


【17】 점대칭도형이 되도록 나머지 부분을 완성하시오.



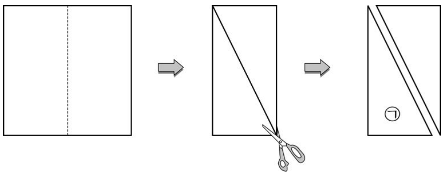
<도형에 관한 사후 Test>

1. 다음 두 도형의 모든 각의 합을 구하시오.

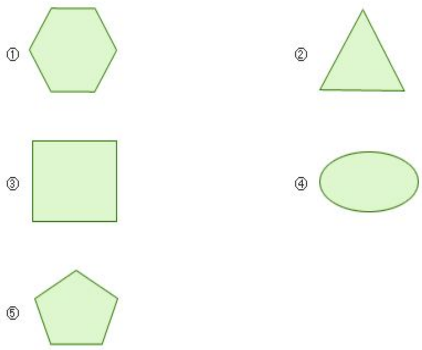


2. 다음 <보기>는 정사각형 모양의 색종이를 반으로 접은 다음 직사각형 모양의 색종이를 대각선으로 반으로 접은 다음 직사각형 모양의 색종이를 대각선으로 자른 것입니다. ㉠부분을 펼쳤을 때, 어떤 삼각형이 되겠습니까?

<보기>



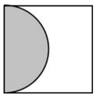
3. 다음 중 평행선과 수선을 모두 가지고   있는 도형은 어느 것입니까?

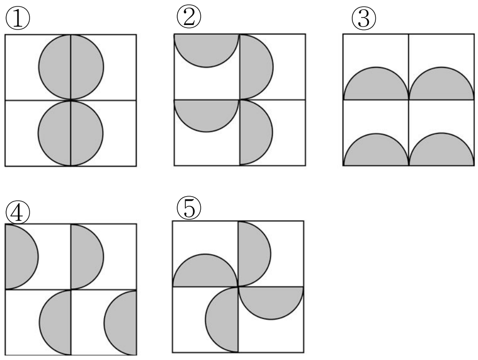


4. 다음 중 대각선의 길이가 같고 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 도형은 어느 것입니까?

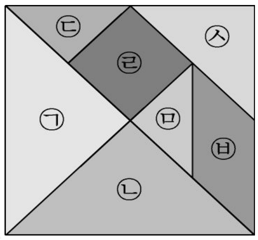
① 정삼각형 ② 정사각형
③ 정오각형 ④ 평행사변형
⑤ 마름모

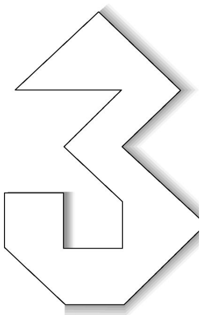
5. 아래 그림과 같은 모양으로 만들 수 없는 무늬는 어느 것입니까?



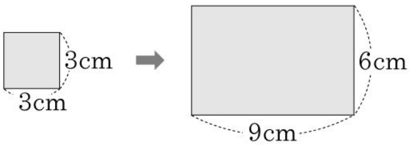


6. 오른쪽 7가지 모양 조각으로 주어진 도형을 덮어 보시오.

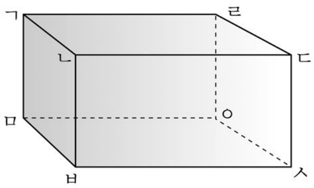




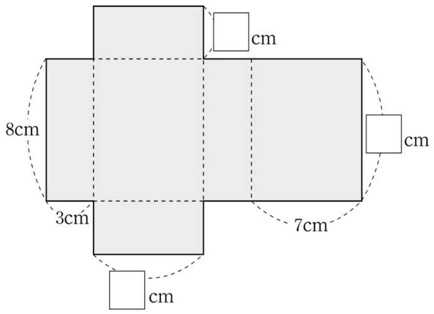
7. 왼쪽의 작은 정사각형으로 오른쪽의 큰 직사각형 모양의 도형을 덮으려고 합니다. 필요한 작은 정사각형은 몇 개입니까?



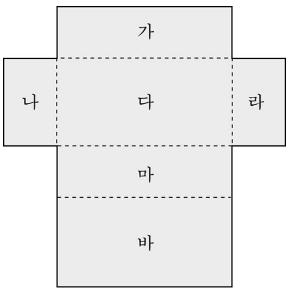
8. 아래 직육면체에서 면 ㄴㅂㅅㄷ과 평행인 면은 어느 면입니까?



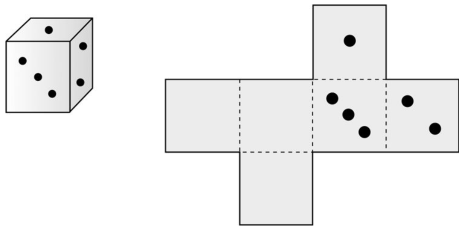
9. 직육면체의 전개도입니다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.



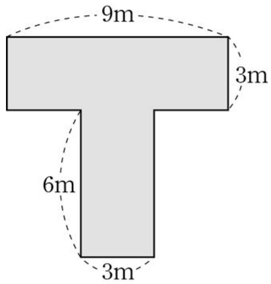
10. 아래 직육면체의 전개도에서면 가와 수직인 면을 모두 써 보시오.



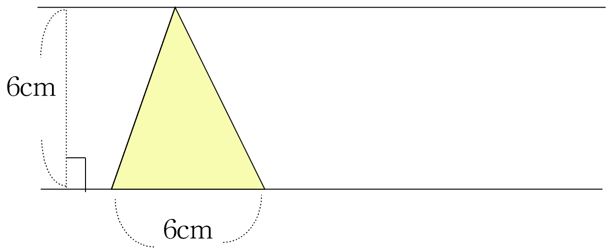
11. 다음은 주사위의 전개도입니다. 주사위의 마주 보는 두 면의 눈의 합이 7이 되도록 전개도에 눈을 그려 넣으시오.



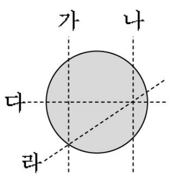
12. 아래 색칠한 도형의 넓이는 몇 cm^2입니까?



13. 주어진 삼각형의 넓이는 몇 cm^2입니까?

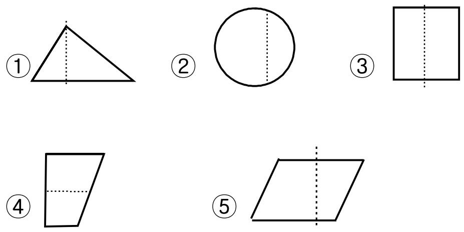


14. 다음 도형을 점선을 따라 잘랐을 때, 잘린 도형이 합동이 되는 점선을 찾아 쓰시오.

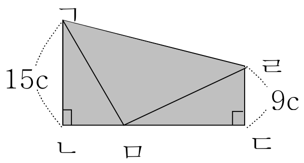


(   )

15. 점선을 따라 잘랐을 때 잘려진 2개의 도형이 서로 합동이 되는 것은 어느 것입니까? (   )

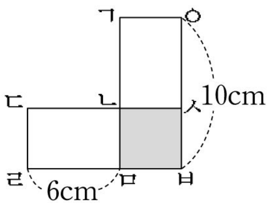


16.다음 도형에서 삼각형 ㄱㄴㅁ과 삼각형 ㄹㅁㄷ이 합동일 때, 선분 ㄴㄷ의 길이를 구하여라



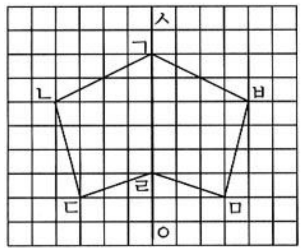
(   )

17.다음 직사각형 ㄱㅁㅂㅇ과 ㄹㅂㅅㄷ은 합동입니다. 두 사각형의 겹쳐진 부분의 넓이는 몇 cm² 입니까?



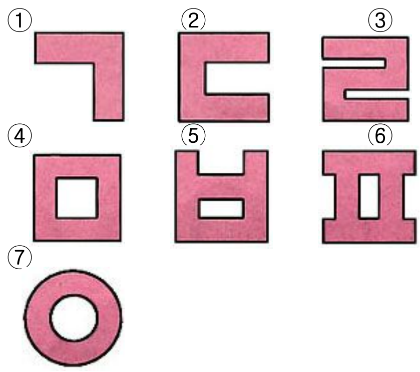
(   )cm²

18.다음 선대칭도형을 보고, 물음에 답하여라.

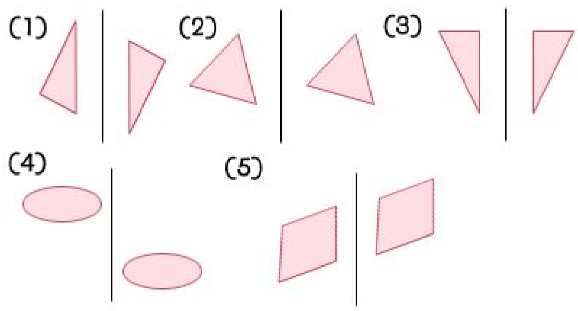


점 ㄴ의 대응점은 어느 것인가?
(   )

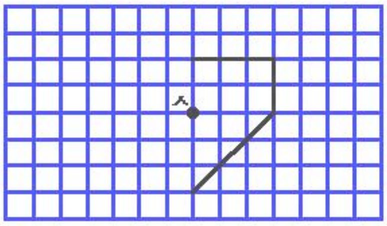
19. 다음 중에서 선대칭도형도 되고 점대칭도형도 되는 도형을 모두 찾아라.
(   )



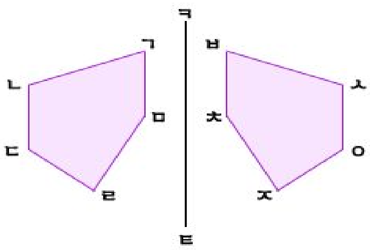
20. 다음 중 선대칭 위치에 있는 도형은 어느 것인가?



21. ㅅ은 대칭의 중심이다. 점대칭도형이 되게 나머지 부분을 그려 보아라.



22. 다음 그림은 선대칭 위치에 있는 도형이다. 다음 중 선분 ㅋㅌ에 의해 수직으로 같은 거리에 있지 <u>않은</u> 것은 어느 것인가?



① 점 ㄱ 과 점 ㅂ
② 점 ㄱ 과 점 ㅈ
③ 점 ㄴ 과 점 ㅅ
④ 점 ㄷ 과 점 ㅇ
⑤ 점 ㄹ 과 점 ㅈ

< 사전·사후 Test 통계>

집단통계량

	사전사후	N	평균	표준편차	평균의 표준오차
도형성질	1,00	14	1,4571	,90274	,24127
	2,00	14	2,1571	,96533	,25800
무늬	1,00	14	2,2714	2,02121	,54019
	2,00	14	4,1429	1,39929	,37398
입체도형	1,00	14	2,4500	1,06897	,28569
	2,00	14	3,7357	,60206	,16091
넓이	1,00	14	1,9643	2,23146	,59638
	2,00	14	3,9286	1,88982	,50508
합동	1,00	14	3,0357	2,00446	,53571
	2,00	14	3,6929	1,74376	,46604
대칭	1,00	14	2,1286	,74051	,19791
	2,00	14	3,1429	,64416	,17216

독립표본 검정

		Levene의 등분산 검정		평균의 동일성에 대한 t-검정						
									차이의 95% 신뢰구간	
		F	유의확률	t	자유도	유의확률 (양쪽)	평균차	차이의 표준오차	하한	상한
도형성질	등분산이 가정됨	,005	,946	-1,982	26	,058	-,70000	,35323	-1,42608	,02608
	등분산이 가정되지 않음			-1,982	25,884	,058	-,70000	,35323	-1,42624	,02624
무늬	등분산이 가정됨	3,312	,080	-2,848	26	,008	-1,87143	,65701	-3,22193	-,52092
	등분산이 가정되지 않음			-2,848	23,134	,009	-1,87143	,65701	-3,23013	-,51273
입체도형	등분산이 가정됨	4,616	,041	-3,921	26	,001	-1,28571	,32789	-1,95970	-,61173
	등분산이 가정되지 않음			-3,921	20,493	,001	-1,28571	,32789	-1,96863	-,60280
넓이	등분산이 가정됨	1,406	,246	-2,513	26	,018	-1,96429	,78152	-3,57072	-,35785
	등분산이 가정되지 않음			-2,513	25,314	,019	-1,96429	,78152	-3,57285	-,35573
합동	등분산이 가정됨	,315	,580	-,925	26	,363	-,65714	,71006	-2,11669	,80240
	등분산이 가정되지 않음			-,925	25,511	,363	-,65714	,71006	-2,11805	,80377
대칭	등분산이 가정됨	,545	,467	-3,867	26	,001	-1,01429	,26231	-1,55347	-,47510
	등분산이 가정되지 않음			-3,867	25,511	,001	-1,01429	,26231	-1,55398	-,47459