



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

서 동 수 교수지도  
석사학위 청구논문

그래픽을 활용한 효과적인 도형  
교육에 관한 연구

2010

성신여자대학교 교육대학원  
교육학과 전자계산교육전공  
최 가 현

그래픽을 활용한 효과적인 도형  
교육에 관한 연구

서 동 수 교수지도


이 논문을 석사학위논문으로 제출함


2009년 11월


성신여자대학교 교육대학원  
교육학과 전자계산교육전공  
최 가 현

# 인 준 서

최가현의 석사학위 논문으로 인준함.

심사위원 홍 의 석 

심사위원 홍 승 필 

심사위원 서 등 수 

성신여자대학교 교육대학원

# 논문 개요

현대 사회는 지식과 정보가 급속도로 변하는 정보화 시대이다. 또한 그 다양성과 범위는 지속적으로 증가하고 있다. 이런 정보화 시대를 살아가는 우리에게 필요한 것은 창의적인 사고를 통해 주어진 상황에 빠르게 대처하는 능력이다. 이런 능력을 기르기 위해서는 교육과정에서도 창의력 신장을 위한 방법들이 모색되어야 한다. 뿐만 아니라 컴퓨터를 통한 학습이 보편화 되어 있는 현재 상황에서 초등학교 수학 교과와 도형 교육은 여전히 지면을 이용한 단편적이고 획일화된 교육에 머물러 있어 학생들의 요구를 충족시켜 주지 못하고 있다는 문제를 안고 있다.

본 연구에서는 초등학교 수학과 교육 내용의 한 파트인 ‘도형’ 영역의 내용을 교육 지원 도구로 구현하여 학생들이 직접 조작해보고 확인해 볼 수 있도록 하였으며, 창의력 향상을 위해 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할과 관련된 교육 내용을 추가하여 구성하였다. 또한 실제 수업 시간에 적용하여 볼 수 있도록 교수학습지도안을 설계하였다.

본 연구의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 지면상에 머물러 있던 초등학교 수학과 수업의 ‘도형’ 영역을 컴퓨터를 이용해 학습할 수 있도록 구현하였다.

둘째, 창의력 신장을 위해 기존 교과 내용 외에 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할과 관련된 학습 내용을 추가하였다.

셋째, 실제 수업 시간에도 적용할 수 있도록 7차 교육 과정의 도형 수업 내용의 교수학습지도안을 제시하여, 구현된 교육 지원 도구를 이용해 수업을 진행할 수 있도록 하였다.

# 목 차

## 논문개요

I. 서론.....	1
II. 이론적 배경 및 선행 연구 분석.....	3
1. 이론적 배경.....	3
1) 수학적 창의력 .....	3
2) 도형 학습의 의의 .....	3
3) 도형 학습 이론 .....	5
2. 컴퓨터를 이용한 도형 학습.....	7
1) 도형 애니메이션.....	7
2) 프랙탈.....	8
3) 테셀레이션 .....	9
4) 황금분할 .....	11
3. 선행 연구 분석.....	14
III. 도형 학습 코스웨어 설계.....	16
1. 코스웨어 설계.....	16
2. 교수학습지도안.....	18
IV. 교육 지원 도구 설계 .....	22
1. 교육 지원 도구 개발 환경.....	22
2. 교육 지원 도구 구성 설계.....	24

1) 교육 지원 도구 개발 절차.....	24
2) 교육 지원 도구의 구성.....	26
3. 교육 지원 도구.....	27
1) 초기 화면.....	27
2) 개념 설명하기.....	28
3) 마우스를 통해 조작하기.....	29
4) 선대칭도형과 점대칭도형.....	30
5) 도형의 합동.....	31
6) 회전하기와 붙이기.....	31
7) 익힘 문제.....	32
8) 프랙탈.....	33
9) 테셀레이션.....	34
10) 황금분할.....	35
 V. 결론 및 제언.....	 37

참고문헌

ABSTRACT

<부 록1> 교수학습지도안-도형의 대칭

<부 록2> 교수학습지도안-도형의 합동

<부 록3> 교수학습지도안-재미있는 도형

## 표 목차

[표 2-1] 선행 연구 분석 .....	15
[표 3-1] 초등학교 수학과 도형 영역 내용 체계 .....	16
[표 3-2] 연관 지도 계획 중 도형 영역 .....	17
[표 3-3] 수학 5-가 무늬 만들기 교사용 지도서 .....	18
[표 3-4] 교수학습지도안 .....	20
[표 4-1] 하드웨어 개발 환경 .....	22
[표 4-2] 소프트웨어 개발 환경 .....	22

## 그림 목차

[그림 2-1] 원형 순환 프랙탈 .....	9
[그림 2-2] 테셀레이션을 만드는 과정 .....	9
[그림 2-3] 에셔(M.C. Escher)의 Pegasus .....	10
[그림 2-4] 황금분할 구조가 내재된 직사각형 .....	12
[그림 2-5] 파르테논 신전 .....	13
[그림 4-1] 교육 지원 도구의 개발 절차 .....	24
[그림 4-2] 교육 지원 도구의 구성 .....	26
[그림 4-3] 초기 화면 .....	27
[그림 4-4] 개념 설명하기 .....	28
[그림 4-5] 마우스를 통해 조작하기 .....	29
[그림 4-6] 선대칭도형 .....	30
[그림 4-7] 도형의 합동 .....	31
[그림 4-8] 회전하기와 붙이기 .....	32
[그림 4-9] 억힘 문제 .....	33
[그림 4-10] 프랙탈 .....	34
[그림 4-11] 테셀레이션 .....	35
[그림 4-12] 황금 나선 구조 .....	36
[그림 4-13] 황금 분할, 몬드리안 .....	36

# I. 서론

현대 사회는 지식과 정보가 급속도로 변하는 정보화 시대이다. 또한 그 다양성과 범위는 지속적으로 증가하고 있다. 이런 정보화 시대를 살아가는 우리에게 필요한 것은 창의적인 사고를 통해 주어진 상황에 빠르게 대처하는 능력이다. 이런 능력을 기르기 위해서는 교육과정에서도 창의력 신장을 위한 방법들이 모색되어야 한다.

수학적 창의력과 관련 있는 영역은 수학 교과와 '도형' 영역인데, 이 부분은 여전히 지면을 이용한 단편적이고 획일화된 교육을 하고 있다. 이러한 상황을 개선하기 위해서는 컴퓨터의 다양한 기능을 통해 학생들에게 흥미를 주고, 창의성을 기를 수 있도록 하기 위한 시스템이 개발되어야 한다.

뿐만 아니라 기존의 교과 내용만으로 부족한 내용들은 추가 수정되어야 할 것이다.

본 연구의 구체적인 내용과 방법은 다음과 같다.

첫째, 지면상에 머물러 있던 초등학교 수학과 수업의 '도형' 영역을 컴퓨터를 이용해 학습할 수 있도록 기존 교과 내용을 분석하여 적용하였다.

둘째, 창의력 신장을 위해 기존 교과 내용 외에 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할과 관련된 학습 내용을 추가하였다.

셋째, 실제 수업 시간에도 적용할 수 있도록 7차 교육 과정의 도형 수업 내용을 바탕으로 교수학습지도안을 제시하여, 구현된 교육 지원 도구를 이용해 수업을 진행할 수 있도록 하였다.

넷째, 학생들의 흥미를 유도하기 위해 구현된 교육 지원 도구는 플렉스 기반으로 구현하였으며, 애니메이션 효과를 주기 위해 플래시와 ActionScript를 이용하였다. 또한, 학습의 집중도를 높이기 위해, 대부분 학습의 응답을 마우스를 통해 할 수 있도록 설계하였다.

본 연구는 다음과 같은 환경에서 효과적이다.

첫째, 실제 연구 대상인 초등학교 5학년 학생들에게 적합하다.

둘째, 컴퓨터가 갖추어진 실습실에서 수업을 진행하며, 학생들은 컴퓨터를 친숙하게 다룰 수 있다는 것을 전제로 한다.

셋째, 기존 차시에 추가되는 내용이기 때문에, 교수학습지도안을 적용하기 위해서는 별도의 시간을 필요로 한다. 그렇기 때문에 교사 재량에 의해 진도를 조절하여 적용해야 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다.

제 1장은 서론으로 연구의 배경 및 목적, 내용 및 방법, 논문의 구성에 대하여 기술하며, 본 연구의 의의와 필요성에 대해 밝힌다.

제 2장은 본 연구의 이론적 배경과 도형 교육과 관련된 선행 연구에 대해 분석하고 문제점을 지적한다. 또한 본 연구를 통해 개선하고자 하는 내용을 살펴본다.

제 3장에서는 기존 교과 내용의 내용 체계를 살펴보고, 도형 영역에 해당하는 차시의 내용을 분석하여 코스웨어를 설계한다. 또한 실제 수업에 적용할 수 있도록 한 차시의 수업 내용을 선정하여, 교수학습지도안을 작성하였다.

제 4장에서는 분석한 코스웨어를 토대로 도형 교육 지원 도구를 설계하고 구현된 도구의 화면을 설명하였다.

제 5장에서는 본 연구를 정리하여 설명하고, 향후 연구 방향에 대해 제시한다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 이론적 배경

#### 1) 수학적 창의력

수학적 창의력은 수학적 문제 상황에서 고정된 사고방식을 탈피하여 다양한 산출물을 내는 능력으로 정의된다. 수학적 창의력은 다음과 같은 4가지 하위능력을 가진다. 유창성(flucency)은 문제 상황에서 유의미한 답으로서 여러 가지 반응 및 아이디어들을 낼 수 있는 능력을, 유연성(flexibility)은 서로 다른 범주의 반응 및 아이디어를 낼 수 있는 능력을, 독창성(originality)은 다른 사람과는 다른 참신하며 질적으로도 수준 높은 반응 및 아이디어를 낼 수 있는 능력, 마지막으로 정교성(accuracy)은 산출한 반응 및 아이디어를 보다 구체화하고 세밀하게 다듬을 수 있는 능력을 말한다[1].

#### 2) 도형 학습의 의의

초등학교 수학과 교육 내용은 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘확률과 통계’, ‘규칙성과 문제해결’의 5개 영역으로 구성된다. 이 중 도형 학습은 다음과 같은 의의를 갖는다[2].

첫째, 도형은 학생의 수준에 비추어 매우 적절한 개념이다. 학생은 태어나면서부터 주변의 다양한 사상에 직면하여 나름대로 대처한다. 이와 같이 일상생활의 경험으로 얻어진 도형 개념은 아직 구조화되지 않은 단편적인 상

태로 남아 있어서 망각되기 쉽다.

도형 학습은 학생으로 하여금 주변의 구체물, 이를테면 공책, 창문, 칠판, 아파트 등을 관찰하여 이질적인 요소는 사상하고 오직 동질적인 성질만을 추출하여 이를 ‘직사각형’이란 유개념으로 추상하게 된다. 나아가 주변의 여러 구체물을 관찰하고 조작하는 활동은 학생의 흥미를 유도하고 수학 학습에 자신감을 신장시킬 수 있다.

둘째, 도형 학습은 수학의 과정적 목표에 이바지한다. 도형 학습을 통하여 학생은 주변의 여러 가지 구체물을 다양하게 비교·분석하고 적절히 추상한다. 여러 가지 사물을 분류하는 과정에서 학생은 나름대로 가설을 설정하고 이를 확인·검증하는 실적 활동을 하게 된다. 이와 같이 구체물을 반복 조작의 경험을 통하여 마침내 구체물이 없는 상황에서도 심적이니 조작이 가능하게 된다.

학생은 구체물의 실험을 통하여 점, 선, 삼각형, 사각형, 원 등의 대상 개념과 수직, 평행, 합동, 대칭 등의 관계개념을 자연스럽게 의식하게 된다. 수학적 사고력은 심적인 조작이고, 이것은 구체적 조작을 통하여 형성될 수 있으므로 학생의 구체적 조작은 수학학습에 필수적인 과정이다.

셋째, 도형 학습은 수학을 하나로 묶어 주는 역할을 한다. 수학적으로 보면 자연세계는 크게 존재로서의 도형과 형식으로서의 수식으로 분류할 수 있다. 따라서, 사상의 본질을 이해하고 문제 해결력을 습득하기 위해서는 수식에 의한 관계적 사고와 도형이라는 공간적 사고의 종합적인 접근이 필요하다. 이를테면, 수와 연산영역에서 사용하는 수직선이나 문제해결 과정에서 벤다이어그램, 통계에서의 도표와 함수의 그래프 등에 비추어 도형개념이 수학의 다른 영역에서도 크게 활용되고 있다.

결국 도형 학습은 학생의 심리적, 교육적, 수학적인 관점에서 볼 때 매우 중요한 학습요소임을 알 수 있다. 이외에도 도형 학습의 의의로서 역사적, 예술적, 사회적, 과학적 가치를 유도할 수 있으리라고 생각된다.

### 3) 도형 학습 이론

다음으로 이론적인 측면에서 도형 학습의 특징을 살펴보도록 하자.[2]

스위스의 인지심리학자 피아제는 학생의 도형 학습과 공간 개념 발달에 대한 심리적인 접근을 시도하였다. 인간은 처음에는 기본적인 몇 가지 반사 작용과 동화, 조절의 기능만을 가지고 태어난다. 그 후 주변 환경과 동화, 조절의 기능만을 가지고 태어난다. 그 후 주변 환경과 접촉하여 성장하는 과정에서 기본적인 반사 작용과 동화와 조절의 기능이 점진적으로 분화됨으로써 내적인지 구조가 구성된다.

그런데 이러한 인지발달 과정에서 누구나 그 특성이 명확하게 다른 4단계, 즉 감각 동작기, 전 조작기, 구체적 조작기, 형식적 조작기를 거치게 된다. 이 때 각 단계에 도달하는 연령은 개인의 환경, 능력, 동기에 따라 약간의 차이가 있을 수 있으나, 이 단계를 거치는 순서는 동일하다.

또, 학생은 구체물을 조작하는 과정에서 자연스럽게 제 각기 분리되어 있던 심적 기능들이 서로 관련되어 작동함으로써 내적 인지구조가 형성되고, 그에 따라 심적인 조작이 가능하게 된다. 이러한 관점에서 그는 수학적 사고의 본질은 ‘조작’이고 ‘조작이 없는 지식은 생각할 수 없다’고 하였다.

다음으로는 반 힐의 학습 수준이론에 나타난 도형 교육의 특성을 살펴보자[3]. 반 힐은 도형의 학습 부진에 대하여 학생의 사고 수준을 적절히 분류하고, 각 수준에 적합한 학습 대상을 정선하고 그에 따른 적절한 지도 방법을 적용한다면 학습 부진을 예방할 수 있다고 보았다. 그가 제시한 수준 이론의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 앞 수준에서 본질이었던 것은 다음 수준에서는 부수적인 것이 된다.

둘째, 각 수준에서는 고유한 언어적 표현과 그러한 표현을 연결하는 고유한 관계 체계를 갖는다.

셋째, 서로 다른 수준에서 추론하는 사람들은 서로를 이해할 수 없다.

넷째, 높은 수준으로의 이행은 여러 단계를 거쳐 특별한 방법으로 일어난다.

위의 두 이론을 정리해보자면, 피아제에 따르면 도형 학습은 개념의 양적인 누적이 아니라 주변의 물리적 사상들을 적절한 수준으로 개념화하여 점진적으로 내적 인지 구조를 구성하는 과정으로 볼 수 있다. 이에 반해 수준이론은 각 수준에서 개념을 정리하는 방법이 다음 수준의 학습 대상이 되고, 이를 조직화하는 활동이 점진적으로 발달하면서 상위 수준으로 진행된다. 결국 도형 학습에 관한 반 힐의 수준 이론과 피아제의 공간 개념 발달 이론의 밑바탕은 서로 일치하는 것으로 볼 수 있다[9].

## 2. 컴퓨터를 이용한 도형 학습

이러한 도형 학습의 특성에 비추어 컴퓨터 프로그램의 활용은 도형의 제작, 이동, 변환 등의 다양한 조작 기능을 제공할 수 있어서 학습의 효과를 높일 수 있고, 추상적이고 연역적인 도형의 개념과 원리를 직관적이고 귀납적으로 이해하는 데 도움을 줄 수 있다[3].

따라서 초등학교 수학과 도형 교육에서 컴퓨터를 이용한 교육은 창의성 향상에 효과적인 것으로 알 수 있다.

그 중에서 멀티미디어와 애니메이션을 이용한 학습은 학생들의 동기와 흥미를 유발시킬 수 있으며, 학습 내용을 전달하는데 효과적이다.

애니메이션은 학생들에게 물체의 시간적 그리고 공간적 변화를 잘 표현해 줄 수 있을 뿐만 아니라 한 동작의 변화가 어떤 동작을 이끌어 내는지 등의 움직임간의 인과적 관계를 잘 묘사해 주기 때문에 과학 과목에서 주로 다루는 개념과 수학적 원리 등을 설명하는데 유용하고 바람직한 도구로 쓰일 수 있다[4].

또한 본 논문은 기존 교육 차시의 마지막 부분에 프랙탈과 테셀레이션 황금분할의 내용을 추가하였다. 위의 소재는 수학적인 부분과 미술적인 부분들이 접목되어 있는 형태로 기존 교과 내용을 배우는 것에서 좀 더 창의적인 사고를 하도록 돕기 위해 선정하였다.

### 1) 도형 애니메이션

기존의 도형 수업은 해당 차시에 익혀야 할 교과서의 내용을 교사와 학습한 뒤, 해당 부분의 학습 내용을 익힘책을 이용하여, 색종이와 자, 가위를 사용해 확인하는 방식으로 진행된다. 그러한 지면상에 머무른 학습 방식에

창의성과 흥미를 유발하도록 하기 위해 기존 교과서의 학습 내용의 일부를 교육 지원 도구로 옮겨와 학습할 수 있도록 하였으며, 각 요소에 집중력을 더하기 위해 애니메이션 형태를 사용하였다. 뿐만 아니라, 컴퓨터 모니터에 집중하여, 시선을 모니터에만 둘 수 있도록 모든 질의에 대한 응답은 마우스를 통해서 가능하도록 설계하였다.

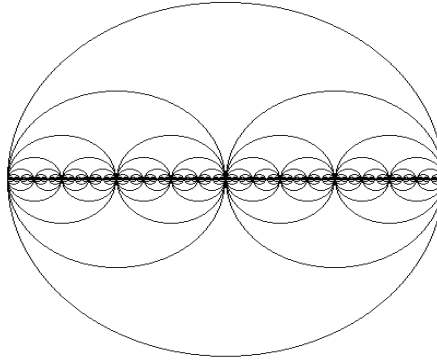
## 2) 프랙탈

프랙탈(Fractal)의 어원은 1975년 미국의 IBM사의 연구원이었던 프랑스 수학자 만델브로트가 자신이 연구한 논문을 책으로 출간하기 위해 책의 제목에 대해 고민하던 중 fractus(라틴어로 부서진 상태)라는 단어를 발견하여 Fractal로 정하면서부터 유래되었다. 프랙탈은 어떤 물건이 부서질수록 여러 가지 조각이 서로 비슷하게 닮은 모양으로 무수히 만들어질 부서지기 전의 자신의 모습을 닮아가는 것이다. 프랙탈은 자기 유사성을 전제로 하여 끊임 없이 자기 복제를 하는 모양을 갖는다[12].

처음에는 수학과 물리학 등에서 연구되었지만, 현재는 컴퓨터 그래픽과 미술과 관련 분야에서도 많은 관심을 받고 있다.

[그림 2-1]은 프랙탈의 기본 형태인 원형 순환 프랙탈의 그림이다. 원의 중심으로 더 작은 모양의 원이 그려지면서 형태를 잡아간다.

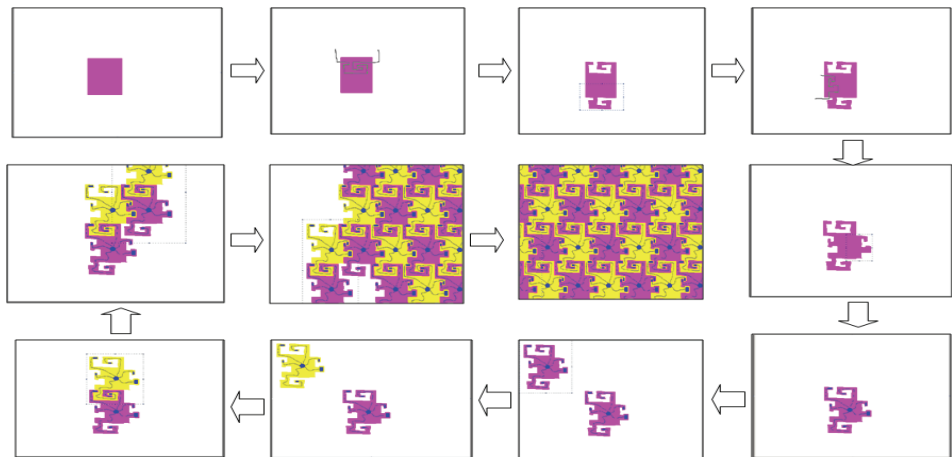
프랙탈은 초등학교 수학과 도형 영역의 무늬 만들기 차시 수업 시간에 제시하는 도형 돌리기와 뒤집기로 도형 만들기 작업 후 생성되는 모양과 유사한 모양을 갖는다. 수업 시간에 배운 내용들을 컴퓨터로 확인하고, 다른 영역에서도 수업 시간에 배운 모양들이 사용되고 있는 그림을 볼 수 있도록 하기 위해 위의 내용을 추가한다.



[그림 2-1] 원형 순환 프랙탈

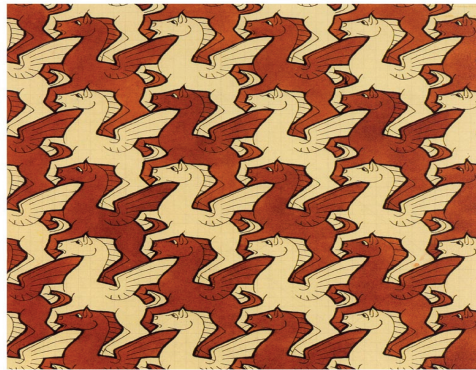
### 3) 테셀레이션

테셀레이션이란 빈틈이나 포개짐 없이 평면이나 공간을 합동인 도형으로 완벽하게 덮는 것을 말한다. 기본 도형은 연결되는 다른 도형과 빈틈없이 맞물릴 수 있는 형태로 되어 있어야 한다.



[그림 2-2] 테셀레이션을 만드는 과정

기본 도형은 회전, 뒤집기, 겹치기 등이 가능하다. 테셀레이션의 이러한 특성은 수학과 차시 중 도형의 합동과 도형의 대칭, 무늬 만들기에 이용하기에 적절하며, 실생활과 미술 작품 속에서도 그 예를 다양하게 찾을 수 있어 학생들이 쉽게 이해할 수 있다. 다음은 하나의 무늬가 테셀레이션이 되는 과정을 보여주는 그림이다.



[그림 2-3] 에셔(M.C. Escher)의 Pegasus

[그림2-2]는 에셔(M. C. Escher)의 작품 Pegasus이다. 날개 달린 말 그림이 반복적으로 그려지는 것을 확인할 수 있다. 아래의 그림은 수업 시간에 학습한 도형 붙이기와 도형 돌리기를 반복한 형태로 나타난다. 다양한 형태의 그림을 제시하여 흥미를 유도하도록 하고자 한다.

테셀레이션은 다음과 같은 효과를 낼 수 있다.

첫째, 수학적 개념을 암기하는 것에서 벗어나 자연스런 조작을 통해 학생들이 개념을 이해하고 탐구하는 과정 속에서 학생들은 수학을 공부 한다기 보다는 수학 속에서 재미있게 놀이한다는 생각을 가지고 수업에 참여하였고 배우는 즐거움을 알고 자신감을 가지며 더 나아가 창의적인 생각을 하도록 하는 기회를 줄 수 있다.

둘째, 테셀레이션은 우리 생활 속에서 쉽게 발견할 수 있는 것으로 수학

이 단순히 책에서만 한정되지 않고 다양한 분야 즉 디자인, 생활 속에서의 벽지 문양과 포장지, 예술 작품 등에 활용되고 있음을 체험함으로써 수학이 실생활에 광범위하게 활용되고 있음을 알게 하였다. 역으로 생활 속에서의 테셀레이션을 통해 수학적 개념을 찾는 과정을 통해 수학이 아름다우면서도 실용적이라는 생각을 심어줄 수 있다[5].

#### 4) 황금분할

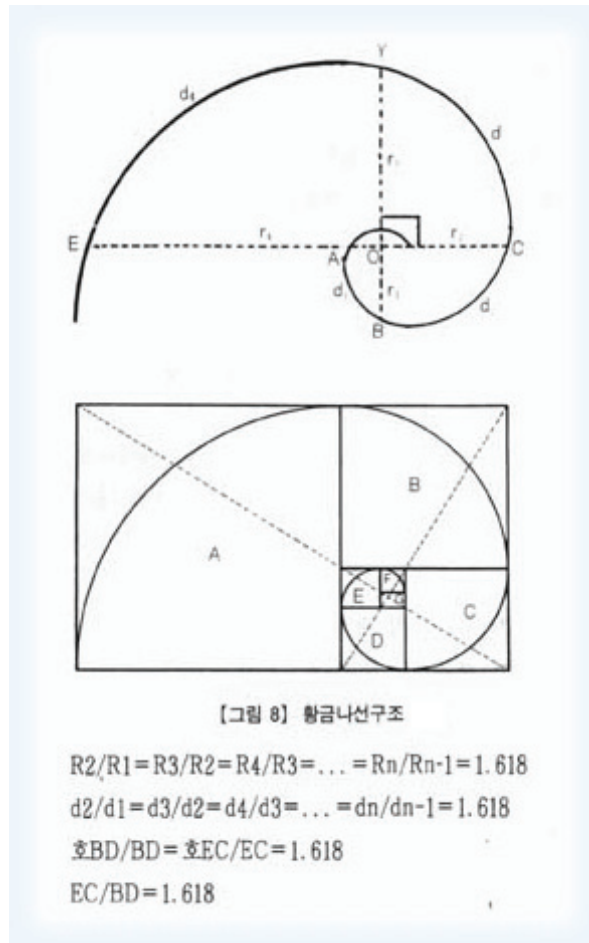
그리스의 수학자 유클리드는 황금분할에 대해 가장 오래전부터 다뤘었다. 황금비(黃金比)는 주어진 길이를 가장 이상적으로 둘로 나누는 비로, 근사값이 약 1.618인 무리수이다[13]. 선분을 한 점에 의하여 2개의 부분으로 나누어, 그 한쪽의 제곱을, 나머지와 전체와의 곱과 같아지게 하는 일이나 하나의 선분 AB가 있을 때, 그 선분 상에 한 점 P를 구하여  $(AP) \cdot (AP) = (BP) \cdot (AB)$ 가 되도록 하는 일이 황금분할로 나누는 일이다. "  $(BP) : (AP) = 1:0.61803\dots$  " 을 황금비(黃金比)라고 한다.

황금비는 고대 그리스에서 발견되었고, 가장 조화가 잡힌 비(比)로서 이와 같이 이름하게 된 것인데, 르네상스의 볼로냐의 수도승(修道僧) 루카 바티리오에 의하여 '신성비례(神聖比例)'라고 이름할 정도로 중요시되었다. 특히 시각(視覺)에 호소하는 도형이나 입체 등에서는 이 비를 많이 이용해 왔으며, 예를 들면 직사각형의 두 변의 비가 황금분할이 되는 것은 여러 가지 비례의 직사각형 중에서 가장 정돈된 직사각형이라 하였다.

황금분할의 구조는 인간이 만든 특정 조형물이나 자연의 주어진 정적인 상태에 대한 심미적 분석에 유용하나 동적인 상태의 분석에는 한계가 있다. 자연의 동적인 상태, 즉 성장, 발전, 진행 등을 황금분할의 관점에서 분석하기 위해서는 황금나선구조의 이해가 필수적이다.

황금비율을 내재한 직사각형은 [그림 2-4]와 같이 정사각형 A, B, C, D, E,

F, G ... 등으로 무한히 나눌 수 있다. 정사각형 A는 각 변이 2단위이고 B는  $\sqrt{5} - 1 = 1.236$ , C는  $2 - 1.236 = 0.763 \dots$  등으로 구성된 각 변을 가진 정사각형이다.



[그림 2-4] 황금분할 구조가 내재된 직사각형

이러한 정사각형들 A, B, C, D, E, F ... 등으로의 진행은 이론적으로는 점 Q를 향해 무한소로 진행되어 갈 수 있으며 각각의 사각형들은 서로 황금분할로 분할되어 있다. 그 예로 정사각형 A는 전체 사각형의 나머지 부분(사각형

EBCF)과 황금분할을 이루고 있고 정사각형 B는 사각형 HCFL과 황금분할을 이루고 있다. 황금분할을 내재한 직사각형의 Q를 중심으로 각 정사각형에 내재한 1/4원(호)을 그려 나가면 그림8과 같은 나선형구조의 호들이 연결된 형태를 보여줄 것이다. 이 호들의 연결된 형태를 황금나선(Golden Spiral)이라 하며 그 진행은 무한대로 뻗어나갈 수 있다. 이 황금나선의 연결된 각 호들의 상호비율을 측정해 보면 황금비율을 내재하고 있는 사실을 쉽게 알 수 있다 [18].

파르테논 신전이 그토록 아름답게 보이는 것은 아름다운 대리석의 장식과 수학이 잘 어울려 조화를 이루는 데 있다. 즉, 신전 각 부분이 정확하게 기하학적인 비율로 되어 있기 때문이다[그림2-5].



[그림 2-5] 파르테논 신전

이 뿐만 아니라 건축, 조각, 회화 등에서도 다양하게 활용되고 있으며, 일상생활에서도 쉽게 찾을 수 있다.

수업 내용은 수학과 시간에 이뤄지나, 배운 내용의 연장선 상으로 미술과 조각 작품으로 나타나는 것을 보여주기 위해, 황금분할의 내용을 추가하였다. 고대 조각상과 그림, 회화 등의 작품 등을 제시하고, 수업 시간에 배운 내용을 확인할 수 있도록 한다.

### 3. 선행 연구 분석

초등학교 수학과 도형 교육은 교과서 중심의 지필형 방법으로 교육되어 왔다. 교수학습지도안은 색종이와 가위, 각도기 등을 이용하여 도형의 기본 성질을 공부한 후 익히기 책의 참고자료를 가위와 칼로 오려서 배운 내용을 확인하도록 하고 있다. 그러나 이미 몇 년 전부터 다양한 방법의 도형 교육이 연구되어 왔으며, 그 효과도 증명되고 있다.

다음은 본 연구와 관련된 선행 연구 결과들을 분석한 결과이다 [6][7][8][3][9][10].

수학과 도형 영역을 컴퓨터를 통해 학습할 수 있도록 하기 위한 연구는 작도하는 과정에서부터 시작되었다. 구체물, 반구체물, 계산, 작도 등의 내용을 플래시를 통해 구현한 후, 자기 주도적으로 학습할 수 있도록 연구하기 시작한 것이 그 예이다[6].

또한 도형 영역의 한 단원인 선대칭도형 단원의 기존 교수 학습 지도안을 분석하여, Pass2000과 Paintshop pro를 이용하여 구현하기도 하였다. 그러나 흥미를 주기 위한 요소보다는 정보 전달과 기존 차시의 내용을 컴퓨터로 옮기려는데 많은 비중을 두고 있다[7].

초등학생들의 흥미를 유발하고 자기 주도적으로 학습할 수 있도록 하기 위해 플래시와 포토샵, html등으로 구현된 시스템등도 있다[8][9].

뿐만 아니라 입체도형 학습을 위해 기본 도형을 클래스 형식으로 구현하여 조작하도록 플렉스와 플래시로 구현된 연구[10]도 있으나 클래스 형식으로 제공될 뿐이지 실제 수업에 적용하기 위한 지도안이나 활용 방법 등에 대한 구체적인 언급이 되어 있지 않다.

테셀레이션을 통해 초·중 영재 학생들의 창의적 지식 생산 능력을 길러주기 위해 그룹 또는 개인으로 활동하여 학습할 수 있도록 지도 계획과 주요 내

[표 2-1] 선행 연구 분석

연구자	연구 주제	연구 방법 및 결과
강석 (2001)	웹을 이용한 자기 주도적 CAI 개발(수학과 도형영역 중심)	구체물, 반구체물, 계산, 작도 등의 내용을 플래시를 통해 구현
김현수 (2001)	초등학교 수학과 선대칭도형 지도를 위한 수준 별 멀티미디어 CAI	기존 교수 학습 지도안을 분석하여, Pass2000과 Paintshop pro를 이용하여 화면 구성함
김원경 (2002)	데셀레이션을 활용한 초등학교 영재교육 프로그램 개발	초·중 영재학생들의 창의적 지식 생산 능력을 길러주기 위해 그룹 또는 개인으로 활동하여 학습할 수 있도록 지도 계획과 주요 내용 학습 자료 등을 제시
김동욱 (2005)	자기 주도적 학습력 신장을 위한 수학과 도형 교수-학습 웹 코스웨어 설계 및 구현	초등학교 4학년 수학과 '4. 삼각형' 단원의 웹 자료를 플래시와 포토샵을 이용하여 구현 후 효과 검증
노현정 (2005)	초등학교 수학과 평면도형 영역의 자바 클래스와 애플릿 개발	도형영역 중 평면도형을 중심으로 도형 객체와 클래스를 설계하여 자바 클래스 구현
최정용 (2008)	웹기반 발문 중심 수학과 협동학습 시스템	도형의 합동 부분을 발문 중심의 상호 작용 중심 모형을 사용하여, 협동 학습 시스템으로 구축함. html과 플래시를 이용하여 구현
김갑수 (2008)	초등학교 수학과 입체도형 영역의 학습 RIA 개발	입체도형 학습을 위해 기본 도형을 클래스 형식으로 구현하여 조작하도록 함. 플렉스와 플래시를 사용하여 구현

용 학습 자료 등을 제시한 연구들은 있으나 실제 수업에 데셀레이션의 개념을 정리하여 적용한 사례는 찾아볼 수 없다[11].

### Ⅲ. 도형 학습 코스웨어 설계

#### 1. 코스웨어 설계

초등학교 수학과 도형 영역의 내용 체계를 보면 다음과 같다[14].

아래의 영역 중 입체 도형 학습이 가능하며, 컴퓨터를 이용한 자기 주도적 학습이 가능한 초등학교 고학년 5학년의 수학과 내용 체계를 적용하고자 하였다.

[표 3-1] 초등학교 수학과 도형 영역 내용 체계

학년	내용 체계	학년	내용 체계
1학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 입체도형의 모양</li> <li>· 평면도형의 모양</li> </ul>	4학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 각과 여러 가지 삼각형</li> <li>· 다각형의 이해</li> </ul>
2학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 기본적인 평면도형</li> <li>· 입체도형의 구성</li> </ul>	5학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 직육면체와 정육면체의 성질</li> <li>· 합동</li> <li>· 대칭</li> </ul>
3학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 각과 평면도형</li> <li>· 평면도형의 이동</li> <li>· 원의 구성요소</li> </ul>	6학년	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 각기둥과 각뿔의 성질</li> <li>· 원기둥과 원뿔의 성질</li> <li>· 여러 가지 입체도형</li> </ul>

실제 사용되고 있는 교과 내용을 적용하기 위해 5학년 도형 영역의 실제 수업 연관을 분석하여 적용하였다. 연관 지도 계획은 다음과 같다[15][16].

연간 지도 계획 중 도형 영역의 차시별 지도 내용을 기본으로 교육 지원 도구 개발을 위한 코스웨어를 설계 하였으며, 창의적인 사고력을 증진시키

기 위해 위의 기본 차시의 내용을 학습 한 후, 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할의 내용을 학습할 수 있도록 추가하여 설계하였다.

[표 3-2] 연관 지도 계획 중 도형 영역

단계	수업 내용	활 동
5-가	2. 무늬 만들기	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 옮기기, 뒤집기, 돌리기로 무늬 만들기</li> <li>· 한 가지 모양으로 도형 덮기</li> <li>· 여러 가지 모양으로 도형 덮기</li> <li>· 재미있는 놀이, 문제해결</li> </ul>
	4. 직육면체	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 직육면체, 면, 모서리, 꼭지점</li> <li>· 평행인 면, 수직인 면</li> <li>· 직육면체의 겨냥도</li> <li>· 직육면체의 전개도</li> </ul>
	6. 평면도형의 둘레와 넓이	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 직사각형의 둘레의 길이</li> <li>· 도형의 넓이</li> <li>· 직사각형의 넓이 구하는 방법</li> <li>· 평행사변형의 넓이 구하는 방법</li> <li>· 삼각형의 넓이 구하는 방법</li> </ul>
5-나	3. 도형의 합동	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 합동인 도형 알아보기</li> <li>· 합동인 도형 만들기</li> <li>· 합동인 도형의 성질 알아보기</li> <li>· 합동인 삼각형 그리기</li> </ul>
	5. 도형의 대칭	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 선대칭도형 알아보기</li> <li>· 선대칭도형의 성질 알아보기</li> <li>· 선대칭도형 그리기</li> <li>· 선대칭 위치에 있는 도형 알아보기</li> <li>· 점대칭 도형 알아보기</li> <li>· 점대칭 도형 성질 알아보기</li> <li>· 점대칭 위치에 있는 도형 그리기</li> </ul>

## 2. 교수 학습지도안

다음은 현재 사용되고 있는 교사용 지도서의 단원별 학습 과정안이며, 아래의 표는 무늬 만들기 차시이다. 현재의 지도안은 교사의 자율성을 강조하여, 간단한 형태로만 명시되어 있다.

교수 학습 활동은 교사의 발문과 조언, 학생 활동과 예상 반응으로 구성되어 있으며, 학생 활동은 보충 과정과 심화 과정의 두 단계로 진행할 수 있도록 되어 있다.

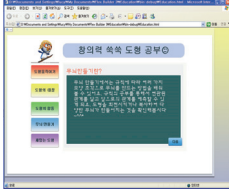
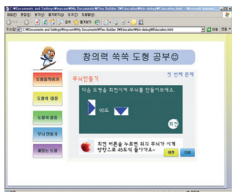
[표 3-3] 수학 5-가 무늬 만들기 교사용 지도서


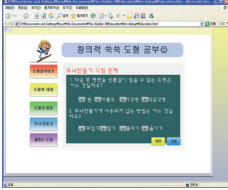
단원명	무늬 만들기	차시/전체 차시 (익힘책)	학습 형태	심화·보충 학습 (익힘책만 사용)
학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>기본 과정의 학습 성취도를 측정한다.</li> <li>성취도에 따라 기본 과정을 보충하거나 심화 과정을 학습하게 한다.</li> </ul>			
학습 단계	교수 학습 활동			자료 및 유의 사항
	교사의 발문과 조언	학생 활동과 예상 반응		
평가	<p>단원평가 (잘 공부했는지 알아보기)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>무늬 만들기 단원에서 학습한 내용을 평가하기 위하여 익힘책 29-30쪽에 있는 내용으로 학습 성취도를 측정한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>학생들은 교사가 제시한 평가지에 따라 자신이 학습한 내용을 표현한다.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>익힘책의 문제를 학생들이 미리 풀어 보았을 경우도 생각하여, 이와 유사한 문제를 별도로 출제하여 평가할 수도 있다.</li> </ul>
보충 심화 과정	<ul style="list-style-type: none"> <li>(잘 공부했는지 알아보기)의 결과에 따라서 학생들을 보충 과정과 심화 과정</li> </ul>	보충 과정 (다시 알아보기)	심화 과정 (좀 더 알아보기)	<ul style="list-style-type: none"> <li>보충 과정 학생들은 (잘 공부했는지 알아보기)에</li> </ul>

	<p>정으로 분리 한다.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>교사는 보충 과정 학생들을 우선적으로 지도하고, 심화 과정 학생들은 자율적으로 학습하게 하거나 보충 과정 학생들은 보충과정 학생들을 지도하면서 틈틈이 복식 수업 형태로 심화 과정 학생들을 지도할 수도 있다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>익힘책 31~32쪽의 (다시 알아보기)를 학습한다.</li> <li>(다시 알아보기) 내용 중에서도 교사가 판단하여 학생이 이해하지 못한 부분만을 공부하도록 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>익힘책 33~34쪽의 (좀 더 알아보기)를 학생들이 스스로 학습한다.</li> <li>보충 과정의 학생들이라도, 보충 과정을 빨리 마쳤으면 심화 과정을 학습할 수 있다.</li> </ul>	<p>서 틀린 부분만을 다시 학습하도록 한다.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>학생들로 하여금 기본 과정을 충실히 학습하게 하는 것이 교육 과정의 목적이므로, 심화 과정 학생보다는 보충 과정의 학습에 좀 더 관심을 기울여야 한다.</li> <li>(다시 알아보기)의 내용은 기본 과정의 내용을 직관적으로 이해하기 쉽도록 다시 제시한 것이다.</li> </ul>
--	---	---	--	--

제시하는 수업지도안은 무늬 만들기 수업의 다음 차시에 학습하기에 유익한 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할에 관한 지도안이다. 교육 지원 도구를 이용하여 학습할 수 있도록 작성하였으며, 컴퓨터실에서 시스템이 설치되어 있는 환경에서 확인할 수 있도록 작성하였다.

[표 3-4] 교수학습지도안

일시	대상	5학년	장소	컴퓨터실
단원	무늬 만들기		차시	4/5
학습주제	간단한 기능을 익혀 다양한 모양의 무늬를 만들어 보자.		교과서 쪽	
학습목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 회전하기와 돌리기를 통해 무늬를 만들 수 있다.</li> <li>· 복사하기 붙이기를 통해 무늬를 만들 수 있다.</li> </ul>			
단계	교수-학습 활동			자료 및 유의점
	교사의 행동		관련 학습 내용	
도입 (10분)	<p>■ 동기 부여</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 기존 자연물에서 동일한 그림이 겹쳐서 나타난 자료를 찾아보여준다.</li> </ul> <p>■ 학습 내용 제시(질문하기)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 제시한 그림들은 어떤 방법으로 그려졌을까요?</li> </ul>		회전하기 돌리기, 복사하기 붙이기	
전개 (35분)	<p>■ 정보 제시와 틀을 이용한 교육</p> <p>1. 위의 활동 후, 교육 지원 도구의 무늬 만들기 버튼을 눌러 개념을 설명하거나 학생들이 읽어보도록 한다.</p>  <p>2. 다음 페이지로 이동하여, 무늬 만들기 첫 번째 문제를 시작한다. “회전”버튼을 통해 회전하는 모양을 관찰하고, 회전하면서 바뀌는 모양을 직접 마우스를 통해 작동해보도록 한다.</p>  <p>3. 다음 페이지로 이동하여, 두 번째 문제를 시작한다. “붙이기”버튼을 눌러, 같은 모양의 도형이 옆으로 복사되어 붙는 것을 확인시킨다. “확인하기”버튼을 통해 전체 모양을 볼 수 있다.</p>			<p>1. 단계 별로 잘 진행되고 있는지 짝끼리 확인하도록 한다.</p> <p>2. 컴퓨터실이 산만해지지 않도록 주위시킨다.</p>

	 <p>4. 다음 페이지를 눌러 무늬 만들기 익힘문제를 각자 풀어보도록 하고, 정답을 확인시킨다.</p>  <p>(질문) 무늬를 만들기 위해 필요한 기능들이 어떠한 것들이 있는 문는다.</p> <p>(질문) 일상 생활에서 찾을 수 있는 무늬로 된 모양들을 찾아보도록 한다.</p>		
정 리 (5분)	· 수업 시간에 배운 내용들을 다시 한번 확인해보거나, 모르는 내용은 질문을 통해 확인하도록 한다.		

## IV. 교육 지원 도구 설계

### 1. 교육 지원 도구 개발 환경

본 연구에서 사용한 하드웨어 환경은 다음과 같다.

[표 4-1] 하드웨어 개발 환경

구 분	사 양
중앙처리장치(CPU)	Intel Core2 Duo
주 기억장치(RAM)	2GB
보조기억장치(HDD)	200GB

[표 4-2] 하드웨어 개발 환경

구 분	사 양
운영체제	Windows XP professional ver.2002
저작언어	ActionScript 3.0
이미지처리	Adobe Photoshop CS3
Flex 개발 툴	Flex Builder 3
애니메이션 구현	Adobe Flash CS3

초등학교 학생들이 학습할 수 있도록 하기 위한 지원 도구이기 때문에 화면 구성과 이미지 처리 부분에서 흥미를 유발하도록 소프트웨어를 선정하였

으며, 최근 다양한 부분에서 개발 툴로 사용되고 있는 플렉스를 기반으로 개발하였다. 세부적인 요소에 생동감 있는 효과를 주기 위해 플래시와 ActionScript를 사용하여 구현하였다.

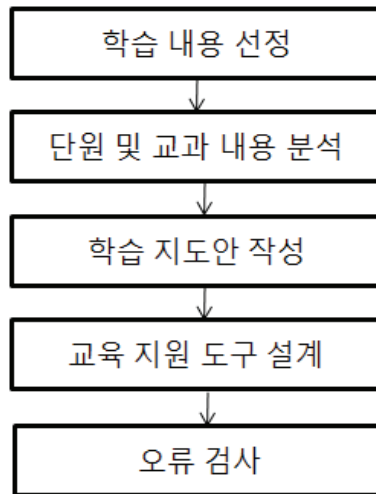
플렉스는 기본적으로 제공하는 컴포넌트 외에 플래시 컴포넌트 및 사용자 컴포넌트가 있어 사용자에게 편리한 유저인터페이스를 제공할 수 있을 뿐 아니라 플래시 플레이어에서 작동하므로 어떤 환경의 클라이언트에서도 동일한 화면을 볼 수 있으며 화려하고 역동적인 애플리케이션을 개발할 수 있는 장점을 가지고 있는 RIA(Rich Internet Application-웹 브라우저를 기반으로 하지만 마치 윈도우 프로그램 같은 풍부한 기능을 가진 웹 클라이언트 기술을 말한다) 개발 솔루션이다[17].

구현된 교육 지원 도구에서는 플렉스에 기본 스테이트를 만들어 교수 학습 화면을 구성하였으며, 각 장을 스테이트 단위로 구분할 수 있게 하였다.

## 2. 교육 지원 도구 구성 설계

### 1) 교육 지원 도구의 개발 절차

전체 교육 지원 도구의 개발 절차는 다음과 같다.



[그림 4-1] 교육 지원 도구의 개발 절차

#### ① 학습 내용 선정

초등학교 수학과 도형 영역 중 색종이와 가위를 이용하기 보다는 컴퓨터나 플래시를 통해 학습하면 효과적인 내용을 중심으로 선정하였다

#### ② 단원 및 교과 내용 분석

수학과 5-가 단계의 무늬 만들기 내용과 5-나 단계의 도형의 합동, 도형의 대칭 내용을 분석하였다.

### ③ 교수 학습 지도안 작성

기존의 학습 지도안은 색종이와 가위, 풀등을 이용하도록 되어있다. 게다가 수업 진행을 위한 간단한 설명들로만 되어 있기 때문에 이 점을 보완하여 교육 지원 도구를 작성하였으며, 작성된 도구는 실제 수업에 적용할 수 있도록 하였다.

### ④ 교육 지원 도구 설계

선정된 교과 내용을 이해하기 위해 선수 학습이 되는 차시와 기존 교과 내용, 창의력 향상에 도움이 되는 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할 부분을 추가하여 설계하였다.

### ⑤ 교육 지원 도구 구현

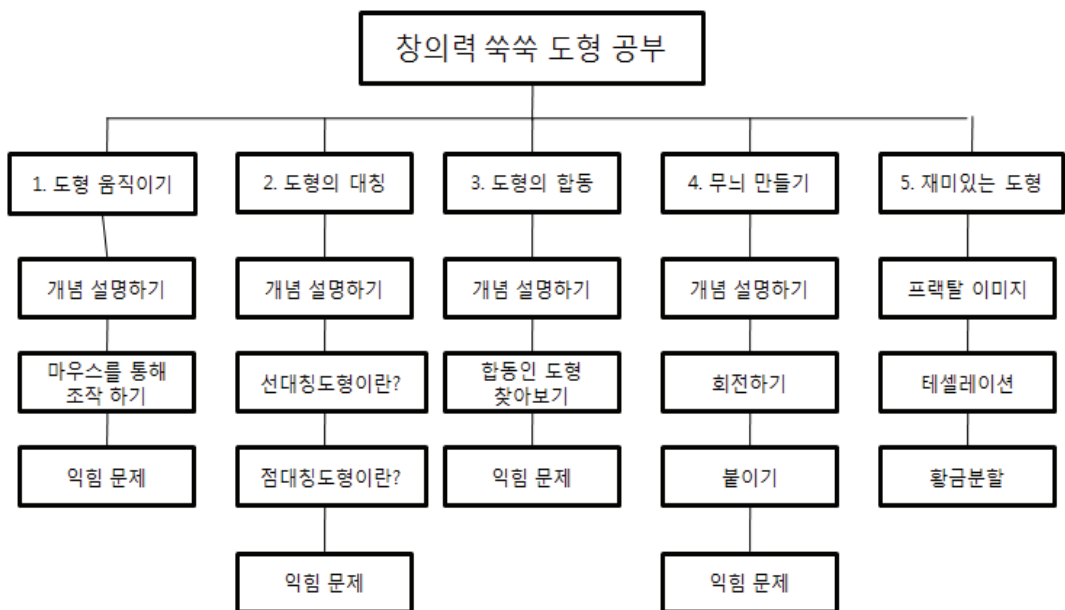
학습 지도안을 기준으로 학생들의 흥미를 주기 위해 애니메이션 효과를 사용하여 구현하였다.

### ⑥ 오류 검사

수업 시간에 적용할 수 있는지 여부를 따져 오류 검사하고 수정하였다.

## 2) 교육 지원 도구의 구성

초등학교 수학과 5학년 도형 영역의 효과적인 이해와 실제 수업과의 연계성을 고려하여 다음과 같이 교육 지원 도구를 구성하였으며, 각 차시별 학습 지도안을 작성하면 현장에서 교사들과 함께 지원 도구를 적용할 수 있다. 각 단계는 구현된 교육 지원 도구의 메뉴 버튼으로 표현되어 각각 매핑된다 [그림 4-2].



[그림 4-2] 교육 지원 도구의 구성

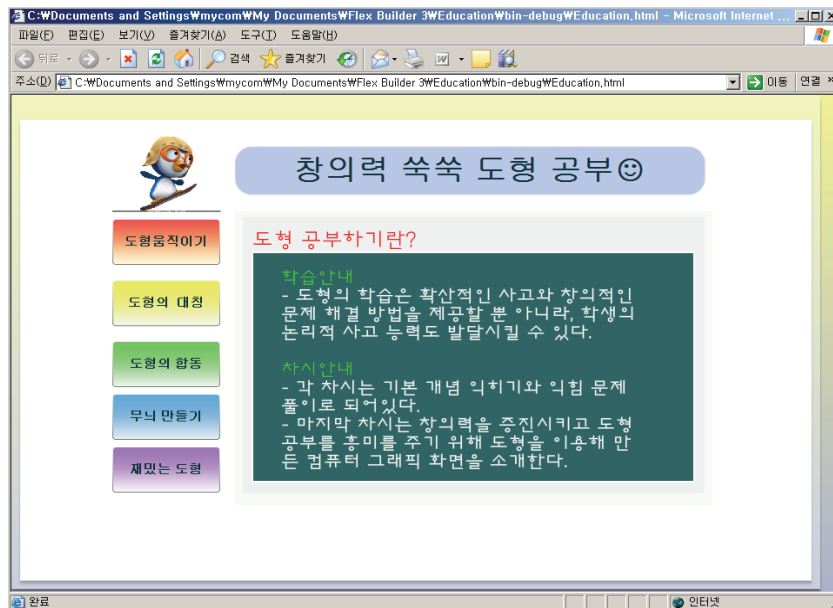
### 3. 교육 지원 도구

구현된 교육 지원 도구는 사용자가 다양한 방법으로 조작할 수 있도록 구성되었다. 각 특징에 따라 구현 화면을 설명하고자 한다.

#### 1) 초기 화면

초기 화면은 시스템을 실행하게 되면 처음 사용자에게 보이게 되는 화면이다[그림 4-3].

지원 도구의 차시 정보는 버튼 형식으로 되어있으며, 원하는 차시를 눌러 학습할 수 있도록 되어있다. 초등학생들이 쉽게 조작할 수 있도록 기본적인 이벤트 처리는 마우스를 통해 가능하도록 구현하였다.

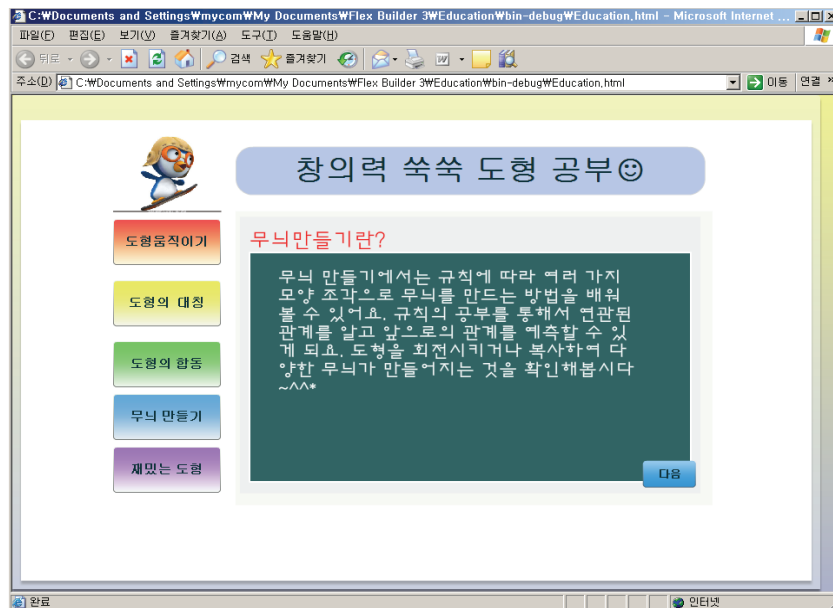


[그림 4-3] 초기 화면

## 2) 개념 설명하기

각 차시는 “개념 설명하기”를 통해 차시별로 전달하고자 하는 기본 내용을 학습할 수 있게 한다. 아래의 그림은 무늬 만들기 차시의 개념 설명이다.

학습 내용은 기존 교과서의 내용을 토대로 구성하였으며, 다음 단계로 넘어갈 수 있도록 문단의 아래쪽에 안내글을 추가하였다. “다음”버튼을 누르면, 다음 페이지로 넘어가 다음 단계의 학습 내용을 확인할 수 있도록 하였다 [그림 4-4].

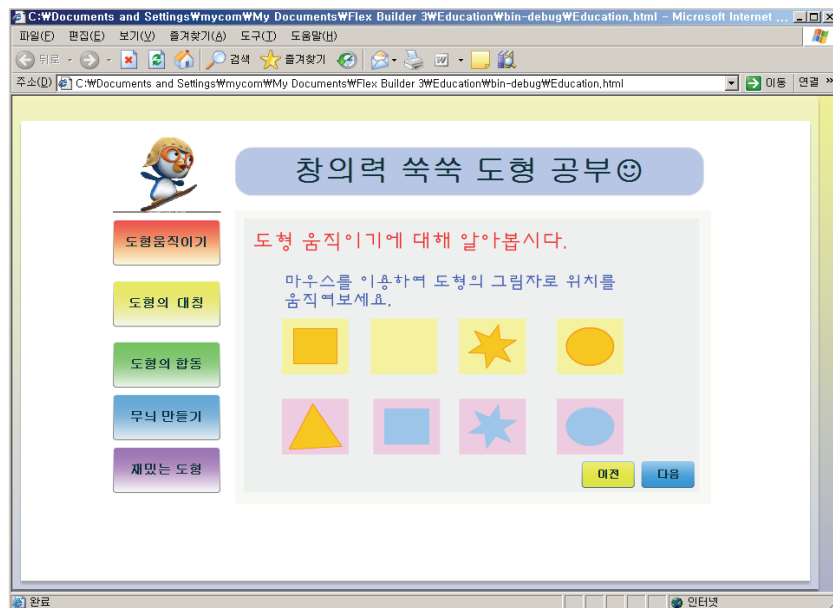


[그림 4-4] 개념 설명하기

### 3) 마우스를 통해 조작하기

다음은 “도형 움직이기” 차시의 학습 내용이다. 마우스를 통해 같은 모양의 도형을 찾아낼 수 있도록 하였다. 노란 바탕 위에 있는 도형을 움직일 때 아래쪽 분홍 바탕 위에 있는 사각형의 영역 안으로 들어오면, 그라데이션 된 영역으로 마우스를 통해 이동한 도형으로 붙도록 하였다.

다음 [그림 4-5]는 마우스를 통해 삼각형을 이동시켜 아래쪽 그라데이션 된 삼각형 위로 붙도록 학습한 모습이다.

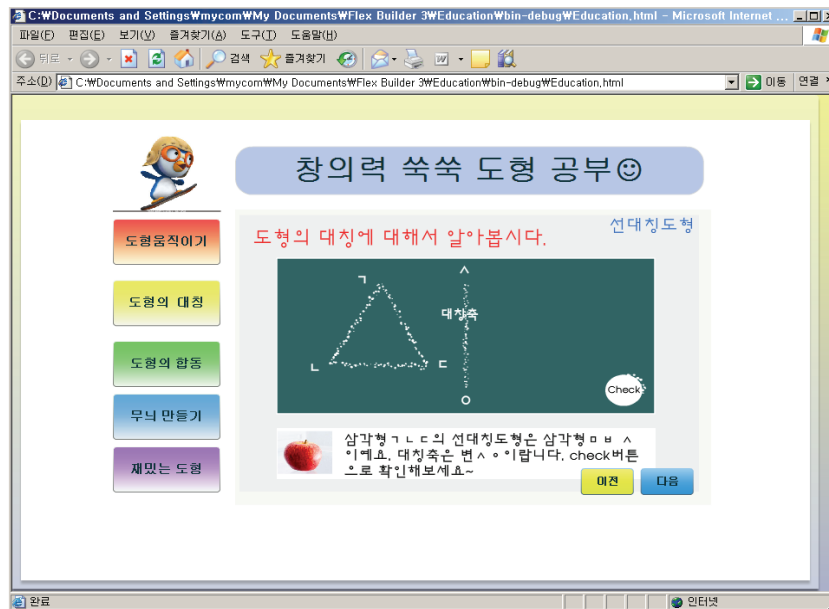


[그림 4-5] 마우스를 통해 조작하기

#### 4) 선대칭도형과 점대칭도형

개념 설명하기 부분에서 도형의 대칭에 대해 설명한 후, 다음 [그림 4-6]을 통해 도형의 대칭인 성질을 확인한다. 오른쪽 아래의 "check" 버튼을 누르게 되면 가운데 대칭축을 기준으로 왼쪽 삼각형에 선대칭인 도형이 오른쪽 아래 부분에 그려지도록 하였다.

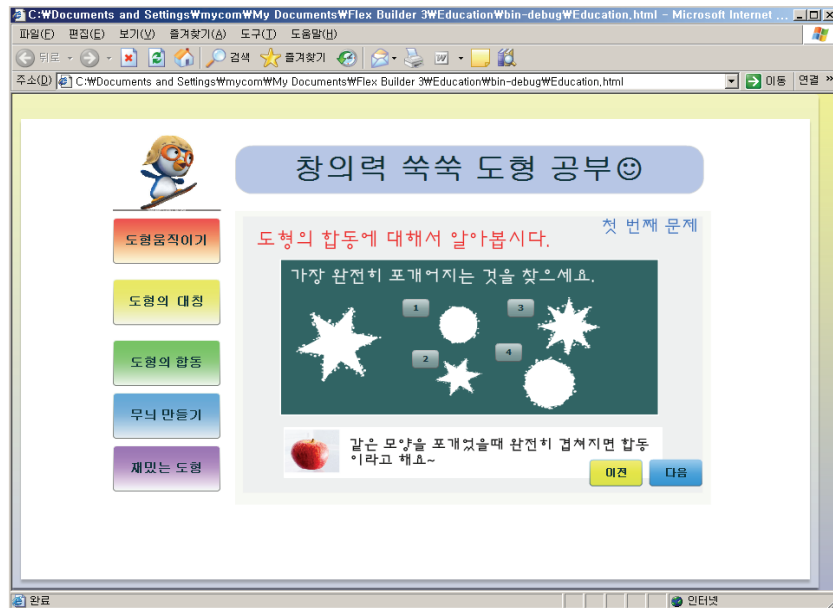
점대칭도형의 경우, "check" 버튼을 누르면, 대응점을 중심으로 대응선이 나타나 대칭 형태의 도형이 애니메이션으로 나타나도록 구현하였다. 아래쪽은 선대칭도형에 대한 개념적인 설명을 요약해 두었다.



[그림 4-6] 선대칭도형

## 5) 도형의 합동

기존 교과 내용을 분석하여, 합동인 도형을 찾도록 문제를 제시하여 학습하도록 하였다. 숫자는 버튼처럼 보이며, 오답을 체크할 경우, “다시 생각해 보세요”라는 문구가 팝업 되고, 정답을 체크할 경우, “참 잘 했어요”이미지가 팝업 된다[그림 4-7].

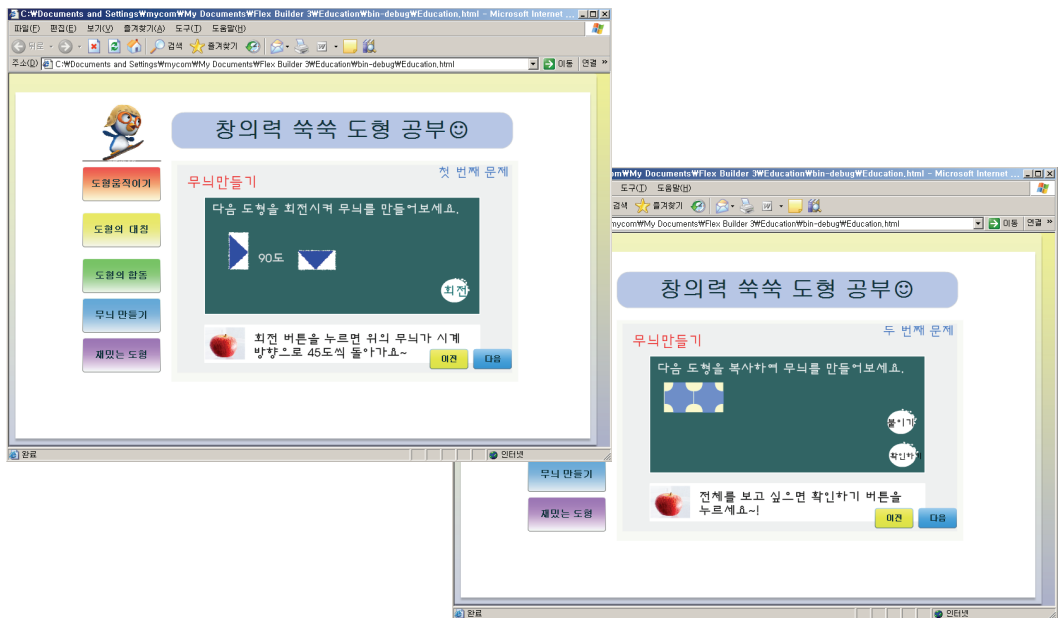


[그림 4-7] 도형의 합동

## 6) 회전하기와 붙이기

무늬 만들기 차시는 “회전하기”와 “붙이기”를 통해 다양한 무늬가 만들어지는 것을 확인하도록 한다. 그렇게 하기 위해 기본 도형을 제시하고 “회전

” 버튼을 눌러 45도씩 도형이 회전하면서 바뀌는 볼 수 있다. 아래 [그림 4-8]은 두 번 “회전”하여 90도 회전한 모습이다. 360까지 회전하도록 되어 있으며, 360까지 회전한 후, “회전”버튼을 누르면, 다시 45도씩 회전하게 된다. 오른쪽 그림은 한 번 “붙이기”버튼을 눌러 바뀐 모습이다. “확인하기”버튼을 누르게 되면, 붙이기 과정이 완성된 전체 무늬 결과를 확인할 수 있다. 아래 설명란은 버튼에 대한 설명이다. 설명란은 버튼 사용 설명이다.

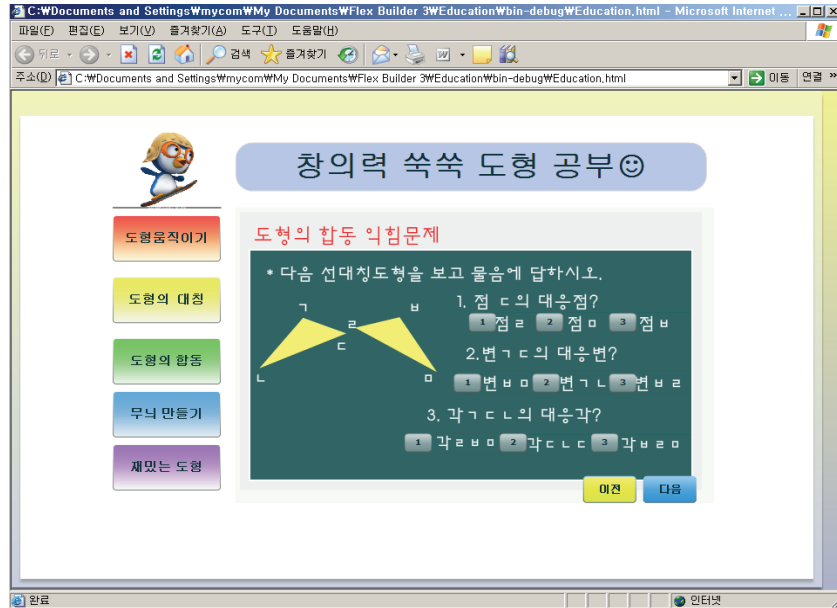


[그림 4-8] 회전하기와 붙이기

## 7) 익힘 문제

각 차시마다 마지막 페이지의 익힘 문제를 통해 해당 차시의 내용을 정리하도록 하였다. 두 페이지 혹은 세 페이지 정도로 구성하였으며, 마우스를

통해 번호 버튼을 눌러 정답과 오답을 확인하여 연습하도록 하였다[그림 4-9].

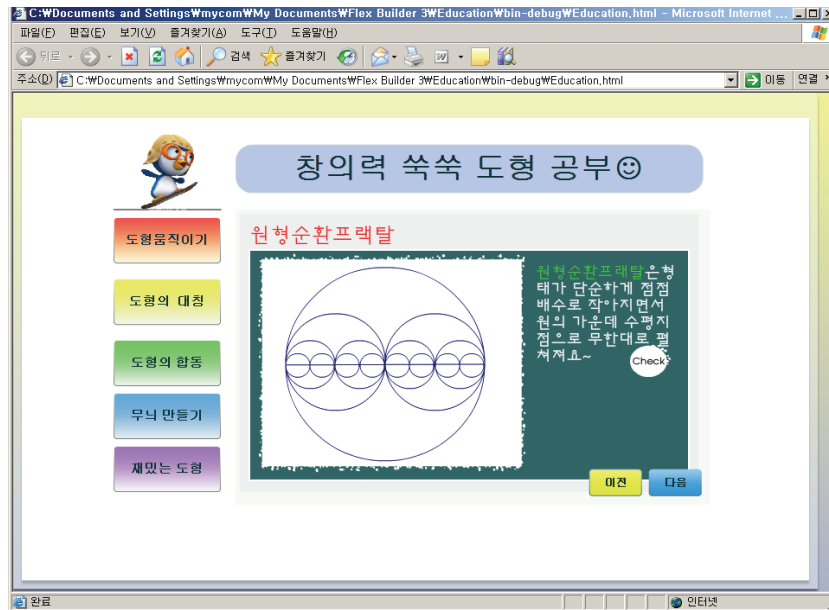


[그림 3-9] 익힘 문제

## 8) 프랙탈

기존 교과 내용에는 없는 새롭게 추가되는 부분이며, 프랙탈의 기본 개념이 되는 원형 순환 프랙탈, 코흐곡선, 프랙탈 나무의 내용을 추가하였다.

각각의 모양은 애니메이션 형태로 제공되고, 오른쪽 부분은 해당 모양의 내용 설명으로 구성되었다. “check” 버튼을 누르면, 참고할 만한 사진이 덮어 진다[그림 4-10].

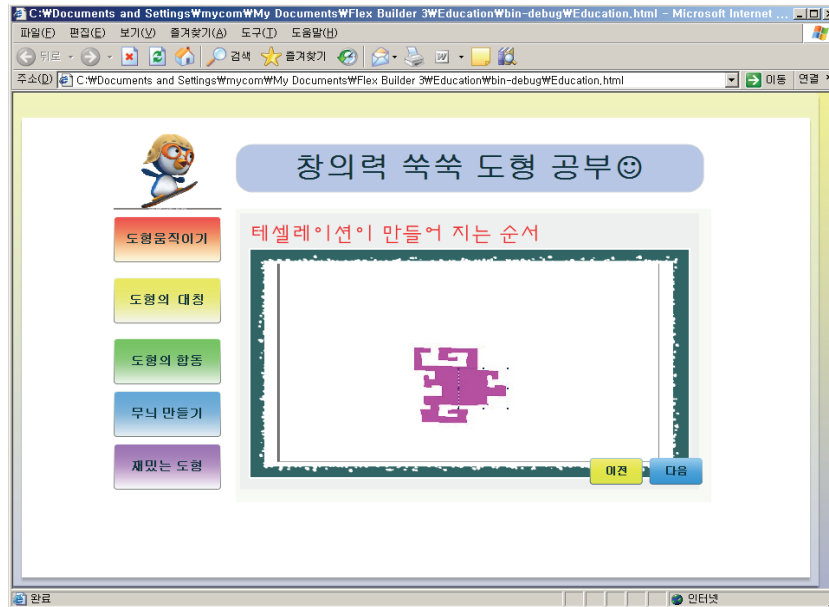


[그림 4-10] 프랙탈

## 9) 테셀레이션

무늬 만들기 내용과 연관 지어 생각해볼 수 있는 테셀레이션은 무늬 만들기에서 보았던 도형이 하나에서 점차 하나의 그림으로 되어가는 과정을 애니메이션 형태로 구현하였다. 완성된 형태가 되었을 때, “다시보기” 버튼이 나와 버튼을 눌러 처음부터 완성되어 가는 과정을 다시 확인할 수 있다.

또한, 다음 페이지에는 테셀레이션을 통해 만들어진 미술 작품들을 애니메이션 형태로 볼 수 있도록 해두었다. 네 가지 정도의 미술 작품들이 보여진 뒤, 위와 같이 “다시보기”버튼으로 확인할 수 있다[그림 4-11].

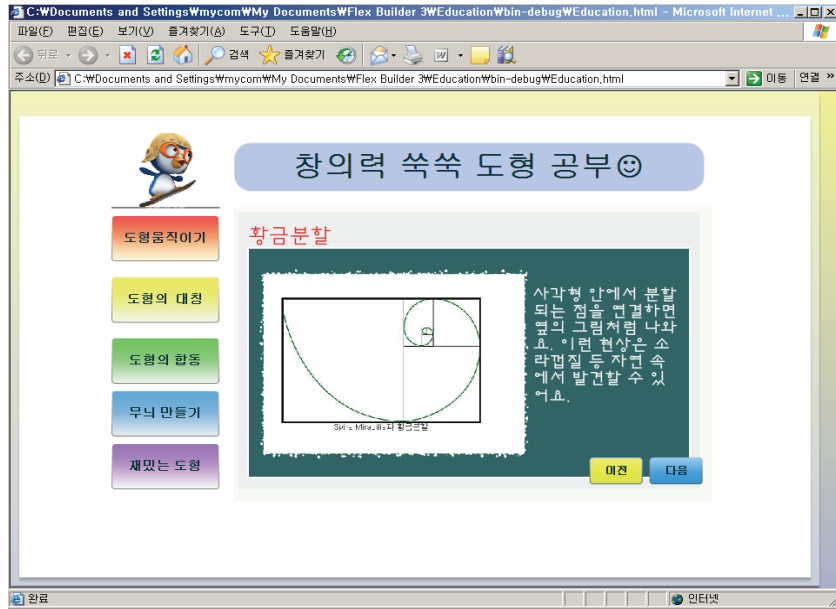


[그림 4-11] 테셀레이션

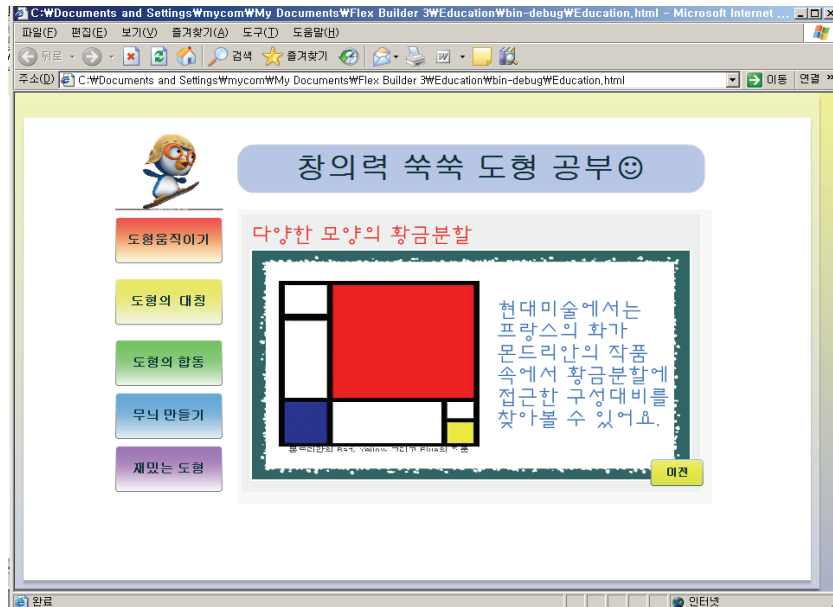
## 10) 황금분할

황금분할의 개념적인 내용이 그림과 함께 제시된다. [그림 4-12]는 개념적인 내용을 설명하고 있고, 다음 장은 자연 속에서 볼 수 있는 황금분할의 예를 설명한다. 그 다음 장은 애니메이션 형태로 황금분할이 예술 작품의 형태로 나타난 예들을 나타내었다.

[그림 4-13]은 황금분할의 미술 분야의 예가 되는 몬드리안의 그림이다. 다빈치 그림, 달팽이 그림을 연속해서 애니메이션 형태로 보여주며, “다시보기”를 통해 또 다시 볼 수 있다.



[그림 4-12] 황금 나선 구조



[그림 4-13] 황금 분할, 몬드리안

## V. 결론 및 제언

창의적 사고를 요구하는 현대를 살아가는 이 시점에서 초등학교 학생들의 창의력 향상을 위해 기존 과목 중 수학과와 내용 중 ‘도형’ 영역의 내용을 보완하여 흥미를 주고, 창의성을 증진시키고자 하였다.

제 7차 교육 과정의 교수학습지도안은 지면상에서, 색종이와 가위를 이용하여 학습을 하도록 제시하고 있는 상황이다. 그러나 현대 사회는 컴퓨터가 널리 보급되어 있으며, 다양한 매체를 접하는 것이 손쉬운 사회이다. 이런 환경에서 초등학교 학생들을 위한 교육 지원 도구를 개발하기 위해서는 프로그램을 통해 애니메이션 기능을 필수적으로 포함해야 하며, 마우스를 통해 간단히 조작하여 원하는 내용을 전달받을 수 있도록 해야 한다. 본 연구는 이러한 상황을 고려하여 학습 도구를 개발하기 위해 플렉스를 기반으로 플래시와 ActionScript를 활용하여 도구를 구현하였다.

또한 창의성 향상을 위해 사용되고 있는 주제인 테셀레이션을 비롯하여 프랙탈과 황금분할의 내용을 학습 내용에 포함시켰다. 개념적인 내용뿐만 아니라 미술적인 부분도 추가하여 화면을 구성하였다.

이러한 내용을 실제 수업에 적용하기 위한 교수학습지도안을 설계하였으며, 구현된 도구를 이용해 수업을 진행할 수 있도록 작성하였다.

본 연구를 통하여 기대되는 효과는 다음과 같다.

첫째, 구현된 도구를 통해 초등학교 수학과 5학년 ‘도형’영역의 학습을 통합적으로 할 수 있다.

둘째, 무늬 만들기 단원의 확장된 개념인 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할의 내용을 공부할 수 있다.

셋째, 마우스를 통해 간단한 조작으로 교과 내용을 학습할 수 있다.

넷째, 애니메이션과 그림을 통해 시각적인 수업이 될 수 있다.

다섯째, 제안된 교수학습지도안을 적용하여 수업을 진행할 수 있다.

제안된 도구는 실제 수업에 진행되지 못한 제한점을 갖고 있다. 앞으로 실제 교수학습지도안을 이용하여 구현된 시스템이 적용되어야 할 것이며, 선정된 주제 외에도 다른 방향으로 학생들의 창의력 향상에 도움을 줄 수 있는 다양한 주제를 이용하여, 지면상에서의 교육이 아닌 다양한 매체를 통한 교육이 이루어져야 한다고 본다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김홍원 · 김명숙 · 송상현, “수학 영재 판별 도구 개발 연구(I)-기초연구편-”, 한국 교육개발원 연구보고 CR 96-26, 한국 교육 개발원, 1996
- [2] 강지형, 7차 교육과정에 의한 초등수학교육, 동명사, 2001
- [3] 노현정, “초등학교 수학과 평면도형 영역의 자바 클래스와 애플릿 개발”, 서울교육대학교 석사학위논문, 2005
- [4] 김영수, “21세기를 향한 교육공학의 이론과 실제”, 교육과학사, 1998
- [5] 백영균, “웹 기반 수업(Web Based Instruction)의 구성과 그 논의점”, 교육 공학 연구의 최근 동향, 교육과학사, 1998
- [6] 임해경 · 박은영, “컴퓨터 소프트웨어를 활용한 테셀레이션 교수 학습 자료 개발 및 활용 방안”, 수학교육학회지, 2002
- [7] 강석, “WBI 기반 자기 주도적 도형 학습 프로그램 설계 및 구현”, 공주 교육대학교 교육대학원 석사학위논문, 2001
- [8] 김현수, “초등학교 수학과 선대칭도형 지도를 위한 수준별 멀티미디어 CAI 프로그램 개발”, 숭실대학교 교육대학원 석사학위논문, 2001
- [9] 김동욱, “자기 주도적 학습력 신장을 위한 도형 교수-학습 웹 코스웨어 설계 및 구현”, 진주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2005
- [10] 최정용 · 한규정, “웹기반 발문 중심 수학과 협동학습 시스템”, 한국정보교육학회(12권 2호), 2008
- [11] 김원경 · 백선수, “테셀레이션을 활용한 초등학교 영재교육 프로그램 개발”, 한국수학교육학회, 2000
- [12] 김성원 · 강민섭, “Java를 이용한 컴퓨터 그래픽스”, 그린출판사, 2004
- [13] 보이텔스바허/페트리, “황금분할”, 이치출판사, 2007
- [14] 초등학교 교육과정, 교육 인적 자원부, 2007

- [15] 수학 5-가 교사용 지도서, 교육 인적 자원부, 2002
- [16] 수학 5-나 교사용 지도서, 교육 인적 자원부, 2002
- [17] <http://www.adobe.com/kr/products/flex/overview>
- [18] <http://knot.kaist.ac.kr/~trefoil/hs100/golden/in.html>

# ABSTRACT

## A Study on Efficient Geometry Education which using the Graphic supporting Tool

Choi, Ga Hyun

Major in Computer Science Education

Graduate School of Education

Sungshin Women's University

(Supervised by Professor Seo, Dongsu)

In information society, We need flexible ability to deal with circumstance through creative thinking. In order to develop such ability, we have to search for methods for creative advancement. In addition, it is generalized study by computer at present. There is a problem that geometry education in primary school is still focused on traditional teaching methods which is based on text book. This caused inefficiency in learning the subject.

It is composed education part in connection with the Fractal, Tessellation and Golden section for developing creativity additionally. and it is designed for teacher's study guide to apply during actual class.

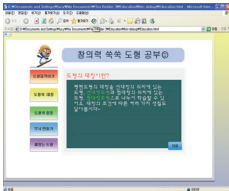
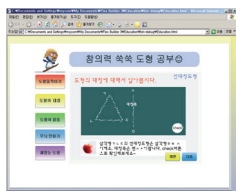
This thesis provides the following as research findings:


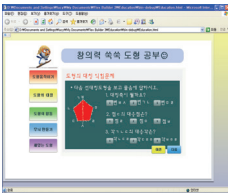
First, it is implemented for geometric classes which a is part of math education in a primary school on various techniques including.

Second, it added contents fractal, tessellation and golden ratio in aid of developing creativity in addition to original curriculum.

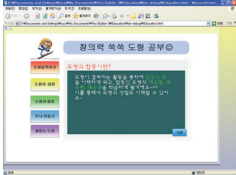
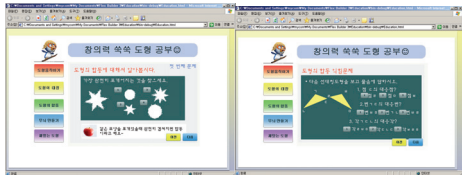
In conclusion, the thesis provides teachers with a guide and tools for geometric class of 7th grade in primary school to enhance creativity and interest.

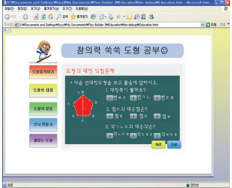
<부 록1> 교수학습지도안-도형의 대칭

일시	대상	5학년	장소	컴퓨터실
단원	도형의 대칭		차시	5/5
학습주제	선대칭도형과 점대칭도형의 개념을 이해한다.		교과서 쪽	
학습목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 선대칭도형이 무엇인지 말할 수 있다.</li> <li>· 점대칭도형이 무엇인지 말할 수 있다.</li> </ul>			
단계	교수-학습 활동			자료 및 유의점
	교사의 행동		관련 학습 내용	
도입 (10분)	<p>■ 동기 부여</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 종이 위에 하나의 도형을 그리고 그 종이를 반으로 접어 나타나는 도형을 유추하게 한다.</li> </ul> <p>■ 학습 내용 제시(질문하기)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· 이러한 도형을 뭐라고 할까요?</li> </ul>		도형 움직이기	
전개 (35분)	<p>■ 정보 제시와 틀을 이용한 교육</p> <p>1. 위의 활동 후, 교육 지원 도구의 도형의 대칭 버튼을 눌러 개념을 설명하거나 학생들이 읽어보도록 한다.</p>  <p>2. 다음 페이지로 넘어가 선대칭도형에 대해 알아보도록 한다. 그림 왼쪽의 도형이 가운데 대칭축을 기준으로 "check" 버튼을 눌렀을 때 바뀌는 모양을 확인하도록 한다. 아래 설명란의 내용을 익히도록 한다.</p>  <p>3. 다음 페이지로 넘어가 점대칭도형에 대해 알아보도록 한다. 그림 왼쪽의 도형이 가운데 대칭점을 기준으로 "check" 버튼을 눌렀을 때 바뀌는 모양을 확인하도록 한다.</p>			<p>1. 단계 별로 잘 진행되고 있는지 짝끼리 확인하도록 한다.</p> <p>2. 컴퓨터실이 산만해지지 않도록 주위시킨다.</p>



	<p>아래 설명란의 내용을 익히도록 한다.</p>  <p>4. 다음 페이지를 눌러 무늬 만들기 익힘문제를 각자 풀어보도록 하고, 정답을 확인시킨다.</p> 		
정 리 (5분)	· 수업 시간에 배운 내용들을 다시 한번 확인해보거나, 모르는 내용은 질문을 통해 확인하도록 한다.		


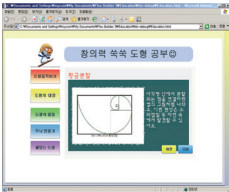
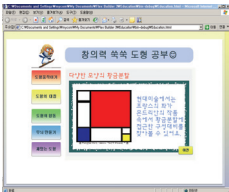
<부 록2> 교수학습지도안-도형의 대칭

일시	대상	5학년	장소	컴퓨터실
단원	도형의 합동		차시	3/5
학습주제	합동의 개념을 이해한다.		교과서 쪽	
학습목표	· 어떠한 도형이 합동인지 찾아낼 수 있다.			
단계	교수-학습 활동			자료 및 유의점
	교사의 행동		관련 학습 내용	
도입 (10분)	<p>■ 동기 부여</p> <p>· 같은 모양의 도형 두 개를 보여주고 두 도형이 어떠한 상태에 있는지 묻는다.</p> <p>■ 학습 내용 제시(질문하기)</p> <p>· 이러한 도형을 뭐라고 할까요?</p>		도형의 대칭	
전개 (35분)	<p>■ 정보 제시와 툴을 이용한 교육</p> <p>1. 위의 활동 후, 교육 지원 도구의 도형의 합동 버튼을 눌러 개념을 설명하거나 학생들이 읽어보도록 한다.</p>  <p>2. 다음 페이지로 넘어가 도형의 합동에 대해 알아보도록 한다. 문제를 통해 포개어 지는 도형을 찾아 선택하도록 지시한다. 두 번째 문제도 동일한 방법으로 학습하도록 한다.</p>  <p>3. 다음 페이지로 넘어가 도형의 합동 익힘문제를 풀어보도록 한다. 얼마간의 시간을 주고 함께 정답을 확인한다.</p>			<p>1. 단계 별로 잘 진행되고 있는지 짝끼리 확인하도록 한다.</p> <p>2. 컴퓨터실이 산만해지지 않도록 주위시킨다.</p>

			
정 리 (5분)	<p>· 수업 시간에 배운 내용들을 다시 한번 확인해보거나, 모르는 내용은 질문을 통해 확인하도록 한다.</p>		

<부 록3> 교수학습지도안-재미있는 도형

일시	대상	5학년	장소	컴퓨터실
단원	다양한 그래픽 이미지 소개		차시	5/5
학습주제	다양한 규칙을 통해 구현되어 있는 이미지를 소개한다.		교과서 쪽	
학습목표	· 프랙탈, 테셀레이션, 황금분할 등의 내용을 소개한다.			
단계	교수-학습 활동			자료 및 유의점
	교사의 행동	관련 학습 내용		
도입 (10분)	<p>■ 동기 부여</p> <p>· 프랙탈과 테셀레이션, 황금분할의 그림을 각각 한 장씩 보여준다.</p> <p>■ 학습 내용 제시(질문하기)</p> <p>· 제시한 그림들은 어떤 원리에 의해 그려졌을까요?</p>	무늬 만들기	프랙탈, 테셀레이션, 황금분할의 그림	
전개 (35분)	<p>■ 정보 제시와 툴을 이용한 교육</p> <p>1. 위의 활동 후, 프랙탈 이미지를 설명한다. 원형 순환 프랙탈을 설명하고, "check"버튼을 눌러, 자연 속에서 발견된 이미지도 보여준다. (함께 학습하도록 유도함)</p> <p>① 원형 순환 프랙탈, 오른쪽은 "check"버튼 누른 후 모습</p>  <p>② 그 외, 코흐곡선과 프랙탈 나무 모양도 확인하도록 한다.</p> <p>2. 테셀레이션(조각무늬그림)에 대해 설명한다.</p> <p>① 테셀레이션이 만들어지는 순서를 확인하도록 한다.</p> 		<p>1. 단계 별로 잘 진행되고 있는지 짚끼리 확인하도록 한다.</p> <p>2. 컴퓨터실이 산만해지지 않도록 주위시킨다.</p>	

	<p>“다시 보기”버튼을 눌러 천천히 애니메이션을 확인할 수 있다.</p> <p>② 테셀레이션을 통해 만들어진 미술 작품을 애니메이션을 통해 확인한다. M.C.Escher의 미술 작품들로 애니메이션으로 볼 수 있다.</p>  <p>“다시 보기”버튼을 눌러 다시 볼 수 있다.</p> <p>3. 황금분할의 기본 개념을 설명한다.</p> <p>① 황금분할의 개념과 자연 속에서 볼 수 있는 황금분할을 이해하도록 한다. (질문) 자연 속에서 발견할 수 있는 또 다른 무늬는 어떤 것이 있을까?</p>  <p>② 황금분할을 통해 만들어진 예술 작품들을 확인하도록 한다.</p>  <p>검색창을 통해 또 다른 다양한 예술 작품들을 찾아보도록 한다.</p>	
정 리 (5분)	· 수업 시간에 배운 내용들을 다시 한번 확인해보거나, 모르는 내용은 질문을 통해 확인하도록 한다.	