creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 **2.0** 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

**저작자표시.** 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

**비영리.** 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

**변경금지.** 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

姜 秉 介 教授指導

碩士學位 請求論文

# Clairaut의 기하학 원론에 담긴 역사 발생적 원리 연구

2009

誠信女子大學校 教育大學院

教育學科 數學教育專攻

금윤조

# Clairaut의 기하학 원론에 담긴 역사 발생적 원리 연구

姜秉介 敎授指導

이 論文을 碩士學位 論文으로 提出함

2008 年 11 月

誠信女子大學校 敎育大學院

敎育學科 數學敎育專攻

금윤조

# 認 准 書

금윤조의 碩士學位 論文을 認准함

審査委員 ________________ 印

審査委員 ________________ 印

審査委員 ________________ 印

誠信女子大學校 教育大學院

# 차 례

**논 문 개 요** **0**

**제 1 장 서 론** **1**

제 I 절 연구의 필요성 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

제 II 절 연구의 목적과 방법 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

**제 2 장 본 론** **5**

제 I 절 역사 발생적 원리와 발견술 . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5

제 II 절 중학교 7차 교육과정 개정안의 기하 영역과
역사 발생적 원리 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10

제 III 절 Clairaut의 기하학 원론 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 16

제 IV 절 Clairaut의 기하학 원론에 나타난
역사 발생적 원리 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 18

제 V 절 Clairaut의 방법에 의한 교육적 모델 . . . . . . . . . . . . 28

**제 3 장 결 론** **39**

참고 문헌 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 41

**ABSTRACT** **44**

논 문 개 요

우리가 사용하는 도형·기하의 발생은 토지측량이라는 인류의 필요성 속에서 찾을 수 있다. 하지만 Euclid의 [원론]을 바탕으로 한 기하교육은 이러한 기하의 발생에 대해 학생들이 배우 수 있는 기회를 충분히 제공하지 못한다. 성인을 대상으로 한 [원론]의 형식적이고 연역적인 전개 방식은 기하의 초보자인 어린 학생들이 흥미를 유발하기 어렵고, 학생들은 기하를 현실과 동떨어진 지루한 학문으로 오인하게 만든다.

Clairaut의 [기하학 원론]은 역사 발생적 원리에 의해 구현된 최초의 기하교재로 기하의 발생의 순서에 따라 전개되어 초보자도 쉽게 이해할 수 있도록 전개된다. 이 책에 등장하는 정의와 정리들은 수학자들이 그 개념을 발견해 나가는 순서에 따라 발생하게 된 배경과 함께 서술하고 있어 독자들은 단순한 연산능력만 있어도 이 책을 어려움 없이 소화할 수 있다.

본 논문은 Clairaut의 주장대로 도형·기하 영역을 발생의 동기와 과정에 따르는 역사 발생적 원리에 따라 교수·학습 학습함으로써 학생들이 발견학습을 할 기회를 제공해 수학적 사고력을 신장시키며, 수학을 실생활과 밀접한 학문으로 인식시키는데 그 목적이 있다.

먼저 역사 발생적 원리와 중학교 수학교과서에서 다루는 도형·기하의 영역에 대해 살펴본 후 중학교 3학년 수학교과서에 나타난 역사 발생적 원리에 대해 분석한다. 그리고 Clairaut의 [기하학 원론]에 나타난 역사 발생적 원리와 발견술에 대해 탐색해 본 후, 그의 전개방식에 따른 중학교 3학년 기하영역 중 원의 성질과 피타고라스의 정리의 적용방안을 제시했다.

# 제 1 장 서 론

## 제 I 절 연구의 필요성

인류의 역사는 항상 수학과 함께 했으며 수학은 자연과학과 사회과학의 발전에 이바지하여 왔다. 또, 수학적 사고방법과 수학적 지식은 모든 학문의 기본으로 항상 높이 평가되어 왔으며 학교교육에서도 가장 중요한 핵으로써 다루어졌다.

시대에 따라 사람들의 교육관과 가치관의 변화에 발맞춰 교육과정과 목표도 변화하는데, 2001년에는 제 7차 교육과정이 발표되고, 2006년에는 그 개정안이 마련되어 현재 시행되고 있다. 제 7차 수학과 교육과정 개정안에서 밝히는 수학 교육의 목표는 개인의 능력 수준과 진로를 고려한 수학교육, 수학의 기본 지식을 중시하는 수학교육, 수학적 사고력과 문제 해결력을 신장하는 수학교육, 학습자의 활동을 중시하는 수학교육, 수학학습에 흥미와 자신감을 가지게 하는 수학교육, 수학의 실용성을 강조하는 수학교육, 구체적 조작물을 학습 도구로 활용하는 수학교육, 다양한 교수·학습 방법과 평가 방법을 활용하는 수학교육의 8가지 항목이 있다[4].

이런 개정의 방향은 현재 사회가 수학적 사고력과 의사소통에 얼마만큼의 비중을 두고 있는지를 반영한다. 수학적 사고는 문제 해결의 발판이며, 의사소통 능력은 일상생활의 문제를 수학적 문제로 전환하여 해결할 수 있는 능력을 말한다.

수학적 사고력과 의사소통 능력을 신장하기 위해 학생들이 수학의 필요성을 몸소 체험하고 수학을 현실과 유리되지 않은 학문으로서 받아들일 수 있는

수학교육이 절실히 필요하다.

PISA(Programme for International Student Assessment)와 TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 같은 국제 학업 성취도 비교 연구 결과를 보면, 우리나라 학생들은 수학 성취도에서 상위권을 차지하고 있음에도 불구하고, 수학에 대한 자신감이 상대적으로 낮은 수준에 머물고(62%), 학년이 올라갈수록 성적 우수 학생들의 학습 흥미가 오히려 낮아지며(42%), 수학에 대한 부정적인 태도가 다른 나라에 비해 월등히 높다(50%)[13].

사실 많은 학생들이 '수학을 왜 하는지 모르겠다', '수학이 왜 과학의 기초이며 무슨 도움이 되는지 알 수 없다', '수학은 어렵고 지루하다' 등과 같은 어려움과 의문을 호소한다. 수학 성적이 우수한 학생들 중에도 수학을 대학입시를 위한 수단으로 밖에 생각하지 않는 학생이 있다.

수학에 대한 부정적인 시각과, 낮은 흥미도 그리고 자신감 결여는 학생들이 수학 학습을 기피하는 주요 원인을 제공하며 더 나아가서는 국가 경쟁력의 저하로 연결된다. 따라서 교사는 학생들로 하여금 수학의 유용성과 필요성을 깨달을 기회를 제공해 수학의 가치를 알게 하며, 수학 자체에 흥미를 가질 수 있도록 노력해야 한다.

대부분의 학교 수학은 Euclid의 [원론]과 같이 형식적이고 연역적인 전개 양식을 취함으로 인하여 학생들에게 수학적 개념의 발생과 그 필요성을 제시하지 못한 채 최종적으로 다듬어진 수학적인 개념과 정리를 논리적인 전개 순서에 따라 제시하는데 그친다. 따라서 학생들은 수학과 실생활이 얼마나 밀접한 관계가 있는지 스스로 탐구해보고 수학적 공통점을 발견하거나 창의적인 시도를 해볼 수 있는 시간을 가지기 어렵다.

이러한 결과적 지식체계로서 '가르치는'형식적인 수학 교육에 대한 반성으로 그 결함을 극복하기 위하여 제시된 수학 학습-지도 원리가 역사 발생적

원리이다. 역사 발생적 원리는 수학은 완성된 생산품으로서가 아니라 역사적 발생과정 곧, 수학하는 경험의 과정을 되밟게 함으로써 수학자의 필요에 맞게 바르게 이해되고 적용될 수 있다는 생각을 바탕으로 한 것으로 수학의 발달과정과 개인의 학습과정을 동일한 것으로 보고 가장 자연스러운 학습과정은 수학사의 흐름을 따르는 것이라고 보는 것이다.

발생적 원리는 Euclid의 [원론]에 대한 비판이 제기되면서 대두되었는데 16세기 영국의 철학자 Bacon에 의해 과학적 탐구 방법과 자연스런 교수방법을 결합시킨 것으로 이해되는 발생적 방법이 17~18세기에 프랑스의 Clairaut 등을 거쳐 20세기 Poincare, Klein, Polya, Freudenthal 등에 의해 발전한다[10].

그 중 Clairaut의 기하학원론은 역사발생의 원리에 의해 씌여진 최초의 기하 교재로 Polya의 발견술과 부합한다. 발견술은 수학을 연역적 과학이 아닌 실험적이고 귀납적인 과학으로 수학적 사고를 하는 과정에서 사용되는 문제해결 능력을 말한다.

수학은 우리가 교실에서 배우는 것처럼 완성된 정의와 정리로 시작된 것이 아니라, 오랜 세월에 걸쳐 인간의 필요에 의해 성장하고 수정된 것이다. 다른 모든 학문들처럼 수학 역시 역사 속에서 인간과 함께 발전한 학문이나, 많은 학생들이 이런 발견의 과정에 대해서는 알 기회조차 가지지 못한 체 수학을 교실 안에서만 존재하는 학문으로 생각하며 수학을 어려워한다. 이런 면에서 Clairaut의 기하학 원론은 수학자의 발견의 과정에 따라 저술되었다는 점에서 많은 의미를 갖는다. 학생들은 이 책을 읽어내려가면서 발생적 학문으로서의 수학을 깨달을 수 있는 기회를 갖게 될 것이다.

## 제 II 절 연구의 목적과 방법

본 논문은 Clairaut의 [기하학 원론]에 담긴 저자의 아이디어와 발견의 과정을 고찰함으로써 역사 발생적 원리와, 발견술에 대해 탐색하고 이를 학교 수학에의 적용 방안을 모색해 보는 것을 목적으로 한다. 학생들은 저자의 의도대로 기초적인 산술의 지식만으로 수학자들이 기하학의 여러 개념들을 발견해 나가는 과정을 경험할 수 있게 된다.

이 논문에서는 문헌과 자료들을 통해 역사 발생적 원리와 발견술의 이론적 배경을 살펴본다. Clairaut의 [기하학 원론]의 내용과 거기에 담긴 역사 발생적 원리, 직관에 의한 수학교육의 중요성을 알아본다. 또, 우리나라 제 7차 교육과정과 그 개정안에 반영된 역사 발생적 원리와 발견학습의 중요성을 찾아본다.

특히, 중학교 3년 동안 학생들이 배우는 기하영역의 내용과 중학교 3학년 과정인 9-나 단계 도형·기하 영역을 중심으로 그 속에 담겨있는 역사 발생적 원리를 보고 중학교 기하 학습에서의 Clairaut의 방법에 따르는 교육모델을 제시해 수업에의 활용방안을 제시하고자 한다.

# 제 2 장 본 론

## 제 I 절 역사 발생적 원리와 발견술

르네상스 이후 기하학의 교재로는 Euclid의 [원론]을 주로 이용하였는데, [원론]은 수학의 정리를 논리적인 전개 순서에 따라 제시하는 연역증명과 해설 위주로 서술되어 있어서 그 내용이 너무 어렵고, 이에 기반을 둔 수학교육은 매우 딱딱하고 형식에 치우쳐 있었다.

[원론]위주의 형식적인 교육과 맞서는 발생적 원리는 수학을 공리적으로 전개된 완성된 것으로 가르치는 형식주의의 결함을 극복하기 위하여 제기되어 온 교수학적 원리로 발달의 개념을 수학교육학의 중심에 놓고 수학 학습지도의 문제를 발달에 대한 어떤 해석에 따 라 구상하려는 것이다. 다시 말해 발생적 원리란 수학을 발생된 것으로 파악하고 그 발생을 학습 과정에서 재 성취하게 하려는 것이다.

과학적 탐구 방법과 자연스런 교수 방법을 결합시킨 것으로 이해되는 발생적 방법은 16세기 Bacon에 의해 크게 진작되었으며, 특히, 기하 영역의 발생적인 교재 구성에서 개척자적인 역할을 한 사람은 Arnauld와 Clairaut였다. Clairaut의 기하학 원론은 Chetelet 후작 부인에게 기하학의 기초를 가르치기 위하여 쓰여진 기하교재로 산술의 초보를 이해한 모든 사람이 용이하게 이해될 수 있도록 구성되었는데, [원론]처럼 공리나 일반적인 원리가 아닌 발생의 원리에 따라 토지측량에서 시작한 당시로서는 놀라운 저서였다[26].

발생적 원리가 '역사 발생적 방법'이란 용어로 정의된 것은 19세기 Lindner에 의해서이다. 그는 발생적 방법이란 "소재를 그 자연스러운 순서에 따

라 다루어 간단한 것으로부터 합성된 것으로, 원인으로부터 결과에, 보다 작은 것으로부터 보다 큰 것으로, 쉬운 것에서 어려운 것으로 나아가되, 하나 하나의 동인을 아주 주의해서 서로 결합하는 것이다”라고 정의한다. 사실 18세기 이래 발생의 원리는 사용하는 용어는 달랐지만 형식적인 수학교육의 결함을 극복하기 위한 대안으로 많은 수학자들에 의해 강력하게 주장된다.

이들은 효율적인 수학교육의 방법을 역사로부터 찾았으며, 이는 생물학적 원리에 따른 형식적 관점으로, 수학의 역사에서 수학자들이 겪은 발견, 오개념, 발달의 역사적 과정을 도식화 하여 수학의 교수·학습에서 이를 재현하자는 것이었다.

수학을 역사적 발달의 과정을 따라 직관적인 상태에서 점진적으로 형식화하여 마지막에 연역적인 형식에 이르도록 지도하는 것이 자연스럽고 과학적인 지도 방법일 것이다. 역사 발생적 원리는 단순히 수학을 역사적 발달 순서대로 가르치자는 것이 아니라, 수학의 역사에서 볼 수 있는 개념의 발생과 그 발달 과정을 고찰하여 학생들이 보다 잘 이해 할 수 있도록 교재를 구성하고 교수 학습에서 활용하게 하려는 것을 뜻한다.

Poincare, Klein, Polya, Freudenthal, Perry등 많은 수학자들이 역사 발생적 원리에 의한 수학교육을 지지했는데 20세기의 수학교육 근대화 운동의 선구자인 Klein은 ‘[원론]은 아동을 위한 교재가 아니라 성인을 위한 것이며 수학교육은 아동의 심리에 맞게 해야 한다’고 주장한다. 그는 수학적 개념은 시작은 느리게 진행되지만 장시간에 거쳐 비로소 체계적인 형태로 발전한다고 했으며 함수적 사고와 응용을 강조하며 역사 발생적 원리에 바탕을 둔 수업을 주장한다[6].

Poincare는 학습자 개개인이 수학의 역사에 대한 지식으로부터 어떤 이득을 얻을 수 있는가에 대해서 ‘동물의 태아 형성과정에서 진화의 역사를 보여주는 것처럼, 인간의 정신 발달도 조상이 거쳐 온 과정을 빠르게 통과할 때 학생을 잘 지도할 수 있다’고 보았다. 그러므로 학문의 역사는 첫째가는 안내자

이어야 한다고 하였다.

Toepolitz는 수학교사교육에서 중요한 것은 사실의 전달이 아니라 수학과 그 방법의 특성에 대한 바른 파악, 즉 태도의 전달이라고 보았으며 수학의 역사적 발달의 논리를 교수학적으로 번역할 수 있기를 바랐다. 그는 두 가지 실천방안을 제기하였는데, 하나는 직접 희극화를 통해 학생들이 직접 발견하도록 안내하여 문제설정, 개념 및 사실을 발생시키는 것으로 그는 이것을 직접적인 발생적 방법이라고 불렀다. 다른 하나는 역사적인 분석을 통하여 모든 개념의 독특한 의미, 그 실제적인 핵심이 무엇인가를 학습하여 그러한 개념의 교수를 위한 결론을 이끌어내는 것으로 그는 이것을 간접적인 발생적 방법이라고 불렀다. 그에게 교육적으로 중요한 것은 수학의 역사가 아니라 수학적인 문제, 사실, 증명의 발생이었으며 그 발생의 결정적인 계기의 교육적인 가치를 중시하였다[25].

2차 세계대전 이후 수학교육학 분야에서 역사 발생적 원리는 여러 학자들에 의해서 새롭게 형식화되어 옹호되어 왔는데, Freudenthal은 수학을 완성된 생산품으로써 가르치는 것이 아니라 재발견, 재발명의 과정을 거치도록 가르쳐야 한다는 관점에서 아동이 수학의 역사를 그대로 재현하는 것이 아니라 발달과정을 재구성해 스스로 재현한다는 의미로 이를 위해서는 인류가 수학을 어떻게 학습해 왔는지를 이해해야 하며 Euclid의 연역적 전개 방식의 수학을 반대하고 실행 수학 즉, 발생 상태 그대로의 수학을 주장하였다.

그는 역사 발생적 원리에 의한 수학 교수·학습 방법은 단순히 역사적 발생 순서에 따른 교재의 구성을 의미하는 것이 아니라, 수학이 어떻게 발생되었는지를 역사에서 찾고, 수학자들이 겪은 오개념과 발전과정에 따라 지도하는 것이라고 했다. 교사의 역할은 역사 속에서 발생한 발명과정을 그대로 따라가지 않고 실제의 발명 과정보다 잘 인도된 과정을 따라 재발명 하도록 학생들을 돕는 것이다[23].

1960년대에 '새수학'운동과 함께 잠시 주춤했던 발생적 원리는 새수학의

형식적인 접근에 대한 비판과 함께 그에 대한 대안으로 역사 발생적 방법이 요구되며 재출현 한다.

Polya 등 65명의 수학자들은 '새 수학'에서 수학자들은 교육학을 희생시키고 내용을 강조하고 있다는 비난과 함께 그 대안으로 역사 발생적 원리에 따른 수학교육을 요구한다.

과학은 발생상태에서 완전히 동화되며, 개인의 정신발달을 안내하는 가장 좋은 방법은 종족의 정신발달, 물론 수많은 세세한 오류가 아닌 그 커다란 자취를 되밟도록 하는 것이라고 하면서, 순전히 형식적인 접근보다 발생적 원리를 따르는 것이 보다 큰 성공을 기대할 수 있다고 주장한다.

한편, Polya는 거의 잊혀져 가던 수학적 발견술을 교육적 입장에서 부흥시키고 귀납과 유추에 의한 수학적 발견에 대한 논의를 전개해 1980년대 이후 수학교육에 커다란 영향을 미치고 있다.

인간은 개별적 구체적인 사실들의 관찰과 실험으로 귀납적 추론에 의해 법칙을 발견하고 지식을 확장한다. 그리고 일반적 원리로부터 연역적 추론으로 특수한 주장을 정당화하는데, 이러한 입장에서 보면 연역적 추론에서 사용하는 일반적 원리는 경험으로부터 얻은 귀납적 추론의 결과이다. 이처럼 수학은 귀납적 사고에 의해 발견되고 연역적 사고에 의해 확립되어 간다.

Polya는 완성된 수학은 연역적인 과학이지만 만들어지고 있는 과정의 수학은 실험적이고 귀납적인 과학이라고 하면서, 발견 · 발명되는 방식대로 수학을 지도할 것을 강조한다. Polya는 자신의 사고 과정에 대한 분석을 바탕으로 문제를 해결하는 수학자의 전형적인 사고활동을 야기시키는 대화법 곧, 질문과 권고 형태로 구성된 발견술을 연구 개발하여 이를 체계적으로 서술하고 이를 구사해 가면서 문제를 해결하도록 함으로써 학생들에게 수학하는 사고활동을 경험시키고자 하였다.

Polya는 수학교육의 과제는 젊은이에게 사고하는 것을 가르치는 것이라고

하면서 수학교육에서 사고력의 양성을 중시했는데, Polya는 '수학적 발견술이란 발견과 발명의 방법과 규칙을 연구하는 것으로 단순한 발견의 기술이 아니라 문제 해결의 수단과 방법에 대한 연구이다'라고 했다.

즉, 발견술은 문제를 푸는 동안 이용할 수 있는, 해를 구하는데 도움이 되는, 규정적이 아닌 개연적인, 때로는 해답이 아닌 길로 인도할 수도 있는, 결과에 따라 변할 수 있는 일종의 정보로 문제의 해답을 발견하는데 도움을 주지만, 수학적 알고리즘이 아니기 때문에 그렇게 사고한다고 해서 항상 문제해결이 이루어지는 것은 아니며, 또한 그 답이 옳다고 보장해 주지도 않는 전술적인 것이다.

문제를 해결하기 위한 전략은 문제해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 해법의 단서가 되는 생각, 발견의 실마리를 얻도록 하는 방법 등의 사고 전략이 있는데 대표적인 문제해결 전략의 예로 예상과 확인, 표 만들기, 그림 그리기, 식 세우기, 규칙성 찾기, 거꾸로 풀기, 단순화하기, 특수화하기, 유추하기, 목록 만들기 등을 들 수 있다.

구체적인 해결전략(그림 그리기, 예상과 확인, 표 만들기, 규칙성 찾기, 단순화 하기, 식 세우기, 거꾸로 풀기, 논리적 추론, 반례 들기 등)을 적절히 사용하며, 문제해결의 결과뿐만 아니라 해결과정과 그 방법도 중시하도록 한다.

Polya는 좋은 교육이란 학습자에게 문제에 도전하도록 하여 독자적인 탐구과정을 통해 스스로 발견할 기회를 체계적으로 제공하는 교육이며 무엇보다도 중요한 교사의 역할은 문제해결에 몰두하는 학생을 자연스럽게 돕는 일이라고 했다[11].

요약하면, 역사 발생적 원리에 따르면 수학은 완성된 생산품이 아닌 발생의 과정을 학습자가 되발게 하는 '수학화'과정을 통해 바르게 이해되고 적용된다고 할 수 있다. 수학 교육의 궁극적 목적이 수학적 사고 교육이라면 학생들이 인류의 전체 학습 과정의 역사를 단축된 형태로 재현함으로써 수학적 사

고의 경험을 할 수 있게 하는 것이 무엇보다도 중요하다.

## 제 II 절 중학교 7차 교육과정 개정안의 기하 영역과 역사 발생적 원리

### 1)교육내용

한국 교육과정 평가원의 신성균의 연구보고서[9]에 의하며 현재 중학교 수학교과의 교육목표는 다음과 같다.

첫째, 사회 현상이나 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 경험을 통하여 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력을 기른다.

둘째, 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회 현상이나 자연 현상의 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.

셋째, 수학에 대한 관심과 흥미를 지속적으로 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

중학교 교육과정[4]에서 제시하는 기하영역은 다음과 같다.

**<중학교 1학년>**

1. 기본도형

① 점, 선, 면, 각의 성질을 이해한다.

② 점, 직선, ㅍ여면의 위치 관계를 이해한다.

③ 평행선의 성질을 이해한다.

2. 작도와 합동

① 간단한 도형을 작도할 수 있다.
② 합동인 도형의 성질을 이해한다.
③ 삼각형의 결정조건과 합동조건을 이해한다.

3. 평면도형의 성질
① 다각형의 성질을 이해한다.
② 다각형의 내각과 외각의 크기를 구할 수 있다.
③ 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.
④ 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구할 수 있다.
⑤ 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
⑥ 두 원의 위치 관계를 이해한다.

4. 입체도형의 성질
① 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
② 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
③ 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

**<중학교 2학년>**
1. 삼각형과 사각형의 성질
① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다.
② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다.

2. 도형의 닮음
① 도형의 닮음의 뜻을 안다.
② 닮은 도형의 성질을 이해한다.
③ 삼각형의 닮음조건을 이해한다.

3. 닮음의 활용

① 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

② 삼각형의 중점연결정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

③ 닮음비를 이용하여 닮은 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다.

**<중학교 3학년>**

1. 피타고라스의 정리

① 피타고라스의 정리를 알고, 이를 증명할 수 있다.

② 피타고라스의 정리를 간단한 도형에 활용할 수 있다.

2. 삼각비

① 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

② 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

3. 원과 직선

① 원에서 현에 관한 성질을 이해한다.

② 원의 접선에 대한 성질을 이해한다.

4. 원주각

① 원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

② 원에 내접하는 사각형의 성질을 이해한다.

③ 원과 비례에 관한 성질을 이해한다.

중학교 1, 2학년에게 제시된 교수 · 학습 상의 유의점 중에 각각의 정의에 대한 직관적인 탐구와 증명 이전에 공학적 도구를 활용한 직관적 이해를 먼저 선행할 것을 강조한다.

교수 · 학습 방법으로 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 학습 소재로 하여 수학적 개념, 원리, 법칙을 도입하고, 구체적 조

작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하게 하는 것을 중시한다[9].

### 2)중학교 3학년의 기하 교육내용과 역사 발생적 원리

현재 9단계에서 다루는 기하영역은 피타고라스 정리와 그 활용, 원과 직선, 원주각 그리고 삼각비로 요약할 수 있다. 기하영역이 포함된 9-나 단계의 8종 교과서((주)블랙박스 [3], 대한 교과서(주)[7], (주)중앙교육진흥연구소[2], 한성 교육연구소[8], (주)두산[1], 한서출판사[22], (주)도서출판 디딤돌[14], (주)천재교육[19]))는 모두 단원의 도입부분에서 단원과 관련된 수학사 내용을 간략하게 소개하고 있다. 모든 교과서들이 수학사를 도입해 교재에서 다루고 있지만 이는 발생의 과정을 재현한다기 보다는 해당 단원에서 다루는 내용이 포함된 고서나 관련 수학자에 대해서 간략하게 소개하는 형식을 취하는 것이다.

모든 교과서가 공통으로 피타고라스의 생애 및 피타고라스의 학파와 그들의 업적에 대하여 다루고 있으며 다양한 피타고라스의 정리의 증명을 소개한다.

(주)중앙교육진흥연구소[2]와 대한교과서(주)[7]는 수행과제로 피타고라스에 대한 주제 (피타고라스의 생애, 피타고라스 학파, 피타고라스의 정리의 역사, 피타고라스의 정리의 증명 방법, 피타고라스의 정리의 활용)의 주제를 이용해 신문을 제작해 보도록 제시한다. (주)두산[1] 교과서는 단원의 도입부분에 [주비산경]에 실린 구고현의 정리에 대해 소개한다. 이는 피타고라스의 정리라는 이름이 아닌 '구고현의 정리' 혹은 '진자의 정리'라는 이름으로 피타고라스의 정리가 동양에도 존재했음을 알려 대부분의 정리가 서양인의 것으로 오인하기 쉬운 학생들에게 동양의 수학에 대한 자부심 또한 길러준다. 그리고 단원의 끝부분에는 인터넷을 활용해 피타고라스의 증명에 대해 더 알아

보도록 해 학생들의 흥미를 유발했으며, 피타고라스의 정리를 증명할 수 있는 프로그램들을 학생들이 찾아보도록 권유한다.

단원의 내용에서는 피타고라스 정리의 발생의 과정이나 필요성 보다는 피타고라스의 정리와 역 그리고 이를 이용해 숫자를 대입한 문제 위주로 구성되었나 단원 마지막 부분에는 직각삼각형 작도가 왜 필요한지 그리고 새끼줄을 이용해 3:4:5의 직각삼각형을 만든 과정에 대해 간략히 소개한다. 이어서 피타고라스가 사원에서 휴식을 취하던 중 무심코 사원 마루의 무늬를 보다가 피타고라스의 정리를 발견하게 된 과정을 소개해 수학의 정리가 연역적 사고에 의해 만들어진 것이 아니라 발견의 과정을 통해 발생 한 것임을 학생들이 깨달을 수 있도록 한다.

모든 교과서에서 단원의 도입부분에 원과 관련된 수학자의 일화나 원의 성질에 대해 연구한 수학자를 소개한다. 그 중 빠질 수 없는 수학자는 Euclid로 많은 교과서들이 원의 관한 여러가지 정리들을 집대성한 Euclid의 총 13권의 [원론]에 대해 언급한다.

Eratosthenes(B.C275∼194) 또한 원과 관련된 유명한 수학자로 그는 원의 중심각과 호의 길이 사이의 관계를 이용하여 지구의 둘레를 측정한 수학자로 많이 소개된다.

모든 교과서들이 단원의 도입부분에서 간략한 수학자에 대한 소개에 이어서 탐구활동 문제를 제외하고는 원에서 등장하는 여러가지 정의들에 대해 서술한 후, 원의 여러가지 성질에 대해 다룬 후 정의와 정리를 이용한 문제들이 나열된다.

대체로 기하영역에서는 피타고라스의 정리 부분에 역사발생적 원리를 적용한 수학사 도입이 원 부분보다는 많았다.

(주)두산[1] 교과서는 삼각비는 직각삼각형에서 두 변의 길이의 비와 한 각 사이의 관계를 밝힌 것으로서, 두점 사이의 거리를 구하거나 도형의 넓이

를 구하는 데에 중요하게 이용되는 수학으로 예를 들면, 산의 높이, 강의 너비를 구하거나 여러가지 종류의 삼각형의 넓이를 구하는데 유용하다고 소개한다.

삼각비는 고대 바빌로니아와 이집트에서 토지 측량 및 천체 관측 등에 이용되면서 발달하기 시작되었으며 피라미드의 건축에도 이용된 것으로 알려져 있다고 밝혀 학생들이 삼각비의 발생과 실생활에서의 필요성에 대해서 인식할 수 있도록 한다.

한성교육연구소[8]는 단원의 끝부분에 삼각비가 역사적으로 어떻게 활용되었는지에 대해 소개한다. 고대 이집트 문명이 발생한 나일강은 매해 여름마다 범람하였는데 이로 인한 피해는 엄청났다. 이러한 까닭에 사람들은 해와 달 등 천체를 관찰해 홍수가 일어나는 시기를 정확히 알아내려 노력했으며 홍수로 인해 경계가 없어진 토지를 본래대로 측량하는 일에 몰두한다. 이는 오늘날 기하학과 천문학의 기초가 된다고 했다. 이는 학생들이 간접적으로 기하학의 발생에 대해 아는데 도움이 된다[15].

이렇듯 많은 교과서들이 역사 발생적 원리를 도입하기 위한 방안으로 수학사를 도입했으며 수학사와 함께 단원에서 배운 내용이 실생활에 어떻게 활용되며 발생하게된 배경에 대해 간략하게 밝혀, 7차 교육과정 개정안의 목적에 따라 학생들이 수학은 실생활의 학문이며 필요에 의해 발생했음을 알 수 있도록 노력한 흔적을 엿볼 수 있다.

## 제 III 절   Clairaut의 기하학 원론

### 1) 개 요

기하학 원론의 저자인 Alexis Clairaut(1713∼1765)는 Euclid의 [원론]과 Guisnee의 ‘기하학에서의 대수의 응용 (Application de l’algebre a la geometrie)’ 등으로 베를린 대학의 수학교수였던 아버지의 밑에서 수학을 공부한다.

수학의 많은 분야에 관심이 있던 그는 특히 1733년과 1743년 사이에 많은 수학과 과학 분야의 논문을 발표하는데, 기존의 기하교재의 전개 방식의 문제점에 대한 대안으로 1741년 역사 발생적 원리에 기초한 기하학 교재 ‘기하학 원론(Elements de Geometrie)’을 발표한다[26].

Clairaut는 기하란 용어 자체가 토지측량을 의미하는 이유처럼, 이집트인들이 나일강의 범람으로 토지를 상황, 넓이, 모양을 확인하고자 하는 데에서 기하의 첫 토대가 생겼으며 이런 이유로 기하의 명제들을 토지측량에서 출발하는 것이 적절하다고 판단한다.

기하학 원론의 1부와 2부는 주로 평면기하에 관한 내용인데 각각의 소주제는 ‘토지를 측량하기 위해 사용한 가장 자연스러운 방법’과 ‘다각형을 비교하는 기하학적인 방법에 대하여’이다.

본 논문에서 인용하는 기하학 원론은 정혜원역 [클레로의 기하학원론] [17] 이다. 이 논문에서는 주로 1부, 2부, 3부의 내용을 다루는데 1부와 2부에 닮긴 내용은 선분의 길이 측정과 다각형의 넓이의 측정, 수직선과 평행선, 도형의 작도, 닮음, 각, 비와 비례, 통약불가능성, 그리고 다각형의 성질에 관한 것이다.

3부와 4부는 원과 입체기하에 관한 내용인데 3부의 소주제는 ‘원형 도형의 측정과 그 성질에 대하여’로 원과 관련된 여러가지 명제와 성질들에 대해서 다루고, 4부의 소주제는 ‘입체와 그 표면을 측정하는 방법에 대하여’로 주로 입체 도형에 관한 것을 다룬다.

### 2) 내 용

Clairaut의 기하학 원론은 Euclid의 [원론]에 반하여 역사 발생적 원리에 의해서 구현된 최초의 기하교재로 저자는 기하학의 이론을 실생활에 응용한 예를 들어 무미건조함을 극복하려고 노력하였으며, 기하의 탄생과 발전의 필요성과 동기에 소급하여 첫 발견자가 사용했을 것으로 생각되는 소박하고 자연스러운 방법에 의해 원리를 전개하여 초보자가 발견의 동기와 핵심 곧, 수학의 '원형'에 접할 수 있게 하는 동시에 발견적 사고 습관을 갖게 할 수 있다고 생각했다.

기하영역의 많은 부분은 [원론]의 전개방식을 따르는 다른 수학교재들과는 달리, Clairaut의 기하학 원론은 발생적 원리에 따라 [원론]처럼 완성된 정리를 제시하고 이를 논리적으로 증명해 내려가는 연역적인 방법이 아닌, 수학자의 발견과정을 독자가 모두 경험할 수 있도록 재현한다.

기하학 원론의 서두에 그는 다음과 같이 말한다.

> 기하는 그 자체로 추상적이긴 하지만, 기하 공부에 전념하기 시작하는 사람들이 느끼는 어려움은 매우 종종 보통의 [원론]에서 기하를 가르치는 방식에서 기인하는 것임을 인정하지 않을 수 없다. [원론]에서는 항상 독자에게 무미건조한 것만을 허용하는 듯한 아주 많은 수의 정의, 공리, 공준, 예비적 원리부터 시작한다. 잇따라 나오는 명제들은 정신을 흥미로운 대상에 고정시키지 못하고, 더욱이 이해조차 어렵기 때문에, 초보자들은 의도된 것에 대한 어떠한 뚜렷한 아이디어도 알기 전에 지치고 질리게 되는 것이 보통이다. 기하 학습에 자연스럽게 부합된 이러한 무미건조함을 해결하기 위해 사실 일부 저자들은 본질적인 각 명제 다음에 실제적으로 활용 가능함을 제시하는 방법을 구상하였다. 그러나 그렇게 함으로써 기하의 학습 방법을 용이하게 했다기 보다는, 다만 기하의 유용성을 입증한 것이다.

Clairaut가 밝힌 대로 이 책은 [원론]의 논리-연역적 전개 방식에 대항하여 쓰여진 교재로 수학사를 근거로 하여 학습 내용과 활동을 조직하는 역사발생적 원리를 따른다.

이어서 그는 [원론]을 교재로 한 당시의 논리-연역적인 전개방법은 무미건조하고 학습자의 흥미를 유발하지 못하며 학습자가 기하의 유용성을 느낄 수 없게 한다고 했다. 이에 대한 대안으로 수학사에서 첫 발견을 한 당시 발견자들 자신이 바로 초보자였다는 사실에 주목하여, 그들이 경험한 방식대로 토지측량이라는 필요에 의해 시작되고 점차적으로 형식화한다는 수학의 전개 방식은 훗날의 초보자인 수학 학습자에게 흥미를 유발시키고 학습을 용이하게 한다는 아이디어이다.

Clairaut의 기하학 원론에 등장하는 정리들은 Euclid의 [원론]에서 쉽게 찾을 수 있는 것들이지만 역사 발생의 원리에 따른다는 점에서 큰 의미를 갖게 되는데 Clairaut는 발명가가 거쳐나갔을 경로를 좇아 정리들은 전개해나간다.

## 제 IV 절 Clairaut의 기하학 원론에 나타난 역사 발생적 원리

### 1) 기하학의 필요성

기하학 원론에서 기하는 토지측량이라는 인류의 필요에 의해서 출발하며 실생활의 필요에 의해 존재한다.

제 1부의 시작 부분에서 거리와 길이가 가장 먼저 측정해야 할 대상이라고 밝히며 선분을 측도로 정한다. 선분을 측도로 정한 후에는 수선, 직사각형,

정사각형, 직사각형 등에 대해 정의한 후 이들의 작도와 넓이의 측정에 대해 밝힌다. 하지만 모든 정의는 단순히 나열되는 것이 아니라 토지 측량을 하는 과정에서 발생하며 논리적 전개에 앞서 발생 이유를 밝힌다.

> 선분을 그어야 할 필요가 있는 경우는 무수히 많다. 예를 들어 네 개의 수직선으로 이루어진 직사각형과 같은 집, 정원, 방, 벽면 등에 형태를 부여하기 위해서이다.

평행선에 대해서 그는 다음과 같은 필요성을 먼저 제시한다.

> 성벽, 운하, 도로와 같은 건설 공사 중에 평행선, 즉 그 간격이 어디서나 같은 길이의 수선이 되는 위치의 직선들을 그려야 할 필요가 있다. 그런데 이 평행선을 그리기 위해서, 직사각형을 그리는 데 이용한 방법에 의존하는 것보다 더 자연스러운 것은 없는 것 같다.

이처럼 기하학 원론에서는 어떤 개념이나 명제를 증명의 대상으로 놓고 전개하는 것이 아니라, 명제가 요구되는 상황을 제시하고 이를 해결하기 위한 방법을 모색하는 과정을 전개해 나간다.

> 토지 측량은 기하의 첫 명제들을 탄생시키는 데 매우 적절했던 것으로 보였다. 그리고 사실상 그것이 이 과학의 기원이다. 왜냐하면 기하란 용어가 토지의 측량을 의미하기 때문이다. . . . 이 책에서 발명가의 것일 듯한 경로를 좇기 위해, 우선 토지 측량 및 접근 가 능한 거리 또는 불가능한 거리의 측정과 같이 간단한 측정이 의존하는 원리를 초보자로 하여금 발견하도록 하는데 집중한다. 그 다음 그 것과 많은 유사점을 지니기 때문에 모든 사람들이 지닌 자연스런 호기심으로 인해 집착하게 되는 다른 탐구로 넘어간다.

수선이 필요한 예로 “어떤 사람이 강을 건널 때, 건너편 강변까지의 거리를 알고 싶다면 이 사람은 한 점에서 다른 직선으로 어느 쪽으로도 기울어지지

않는 선분을 그려야 할 것이다."을 들며 이 때 그어지는 선분을 수선이라 정의한다.

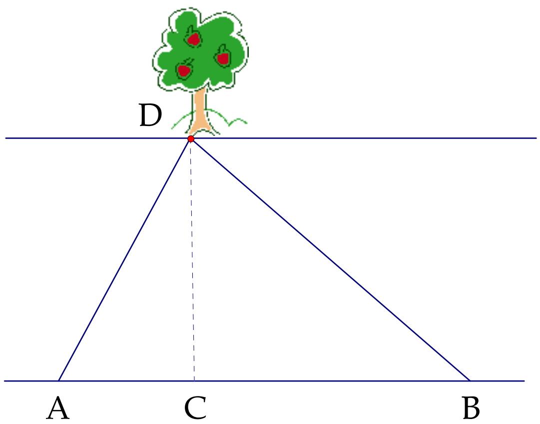


그림2-1[17] : 수선CD

토지측량을 위해서 자연스럽게 다각형의 넓이를 구하는 방법을 도입하는데, 가로 세로의 길이가 1미터인 사각형을 척도로 해서 사각형의 넓이를 구하는 방법을 제시한 후, 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 직사각형의 대각선을 이용해 도입하는데 이는 다각형으로 이루어진 토지의 넓이를 구하기 위함이다.

다각형은 선분으로 둘러싸인 도형인데 측정해야 할 도형이 직사각형처럼 항상 반듯한 것은 아니지만 종종 그 넓이를 알 필요가 있을 수 있다. 때로는 반듯하지 않은 땅 위에 세운 건조물의 넓이를 결정 해야 하고, 때로는 경계가 반듯하지 않은 땅이 몇 평인지 알고자 할 때이다. 따라서 직사각형의 넓이를 구하는 방법 뿐만 아니라, 직각으로 이루어 지지 않은 도형의 넓이를 측정하는 방법을 알아야 할 필요성에 의해 삼각형의 넓이를 측정하는 방법을 도입한다.

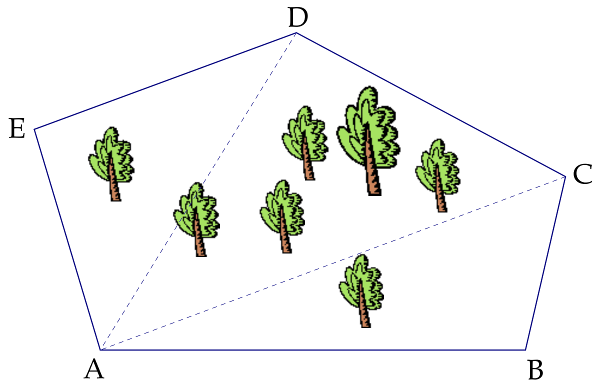


그림2-2[17] : 직사각형 모양이 아닌 땅

그림 2-2와 같이 넓이를 구하고자 하는 땅이 반듯한 사각형이 아니라면 선분으로 연결한 후, 여러 개의 삼각형으로 나누어 삼각형의 넓이를 구해 합하는 방법으로 구할 수 있다. 하지만 방해물이 있거나 땅이 평평하지 않다면 선분을 그릴 수 없게 되어 이 방법으로는 넓이를 구할 수 없 게 된다. 그래서 구하고자 하는 땅과 합동인 삼각형을 평평한 땅 위에 그리는 방법을 도입한다.

즉, 삼각형 모양의 땅에 그림과 같은 장애물이 있다면 다른 평평한 땅 위에 구하고자 하는 삼각형과 합동인 삼각형을 그려 이 삼각형의 넓이를 구한다.

그림 2-3과 같이 장애물이 있는 땅의 넓이를 구하는 과정에서 합동인 삼각형을 작도할 필요성이 발생하며, 합동인 삼각형을 작도하는 과정에서 각의 개념이 발생한다. '한 직선에 대해 다른 직선의 기울어진 정도'로 각을 정의한 후 각을 작도하는 방법으로 두 개의 막대를 이용해 그리고자 하는 각과 똑같이 놓는 방법과 호를 그려 현의 길이가 같음을 이용하는 두 가지 방법을 소개한다. 이어서 "한 밑변의 길이가 같고 그 밑변의 양끝 각의 크기가 같은 삼각형은 합동이다", "삼각형은 두 변과 끼인각을 알거나 두 각을 알면 그릴 수 있다"와 같은 명제로 합동인 삼각형의 결정 조건에 대해 정의한다.

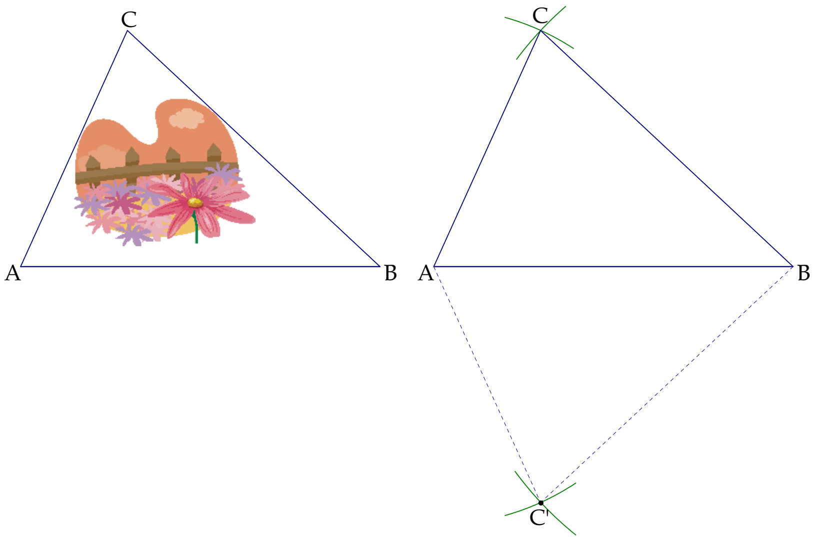


그림2-3[17] : 장애물이 있는땅

내부에 선을 긋지 못하는 토지를 측량하기 위해 방금 했던 방법은 종종 실행상의 큰 어려움을 초래한다. 측정하고자 하는 토지를 분할하는 삼각형과 합동인 삼각형을 그릴 만큼 충분히 큰 한 덩어리의 자유로운 공간을 발견하는 경우는 드물다. 그리고 그러한 공간을 찾았다 할지라도 삼각형의 변이 너무 길어 조작이 어려울 수도 있다 따라서 이 거대한 조작을 보완할 방법을 찾는 것이 중요하다.

이는 도형의 닮음을 도입하는 분명한 이유가 된다.

이처럼 기하학 원론에 나타나는 모든 명제들은 인류의 필요에 의해서 발생하였으며 그와 관련된 명제들은 단순히 열거된 것이 아니라 발생의 과정에 따라 전개되어 나간다는 점에서 Freudenthal이 주장한 바와 같이 기하학 원론은 역사 발생적 원리에 의해 구현되었음을 알 수 있다. 또한 제 7차 교육과정 개정안에서 중학교 교육과정 목표로 학생이 구체적인 경험에 근거하여 여러 가지 현상을 수학적으로 해석하고 조직하는 활동, 구체적인 사실에서 추상

화 단계로 점진적으로 나아가는 과정, 직관이나 구체적인 조작 호라동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 이해할 수 있도록 하는 것에 둔다[9]는 점에서 인류의 필요에 의해 기하가 존재한다는 점을 인식할 수 있다는 점에서 의미를 갖는다.

### 2) 직관의 중요성

기하학 원론은 수학적 엄밀성을 강조하기 보다는 직관적인 요소를 중시해 초보자가 쉽게 이해할 수 있도록 구성되어 있다.

이 책에서는 개념이나 명제를 자연스러운 방식으로 도입한다. '원은 컴퍼스의 움직이는 다리가 다른 다리의 둘레로 도는 동안 그리는 전체 자취이다. 중심은 고정된 다리의 위치이다. 반지름은 컴퍼스가 벌어진 간격이다. 지름은 반지름의 두 배이다', '직사각형의 대각선은 직사각형을 두 개의 같은 삼각형으로 나누는 선분이다', '정다각형은 길이가 같고 서로 같게 기울어진 변들로 둘러싸인 도형이다.' 등과 같이 독자들이 쉽게 이해할 수 있도록 개념을 정의한다.

> 어떤 사람들은 이 책의 몇몇 부분에서, 눈으로 확인하는 것을 너무 신뢰한다는 것과 수학적 증명의 엄밀한 정확성에 충분히 집착하지 않는다는 것에 대해 질책할 것이다. 내게 그러한 질책을 할 수 있는 이들에게 부탁하건데, 나는 사람들이 조금만 주목해도 참이라는 것을 알 수 있는 명제에 대해서만 가볍게 지나친다는 사실에 주목하기 바란다. 왜냐하면 나는 기하에 관심이 있는 사람들은 자신들의 정신을 어느 정도 훈련시키길 좋아하며, 반대로 무용지물인 증명을 퍼부어 괴롭힐 때 싫증 낸다는 것을 알았기 때문이다. Euclid는 사람들이 전혀 놀라지 않을 사실인 교차하는 두 원이 같은 중심을 갖지 않는다는 것, 삼각형으로 둘러싸인 다른 삼각형의 변의 합은 둘러싸인 다른 삼각형의 변의 합보다 작다는 것

을 애써 증명한다. 과거 소피스트를 설득하기 위해 논리학 같은 추론에 의존하던 시대는 지나갔다. 상식만으로 미리 결정되는 것에 거스르는 모든 추론은 오늘날 완전히 실종되었으며 진리를 모호하게 하고 독자들을 질리게 할 수 있을 뿐이다.

위의 인용문에 나타난 그의 의도를 중학교 수학에 도입하기 위해서 우리는 '맞꼭지각, 동위각, 엇각은 서로 같다'와 같이 직관적으로 이해할 수 있는 부분은 증명 없이 설명하고 받아들이게 한다. 이는 분명 학생들로 하여금 기하란 불필요한 증명만 남발하는 골치 아픈 과목으로 인식하게 하는 오명을 씻을 수 있게 할 것이다.

앞서 밝힌 닮은 도형을 그리는 방법도 도형 그 자체에서 발생한다. 측정하려는 도형의 한 변의 길이가 100미터라면 그려진 닮은 도형의 한 변의 길이는 1미터, 또한 이 도형의 다른 변의 길이가 600미터 라면 그려진 변의 길이는 6미터가 된다는 것을 쉽게 알 수 있다. 이를 위해 기하학자들은 '비례'와 '비'라는 용어를 사용하지만 이 책에서는 이런 용어 대신의 제도공의 방법을 따른다.

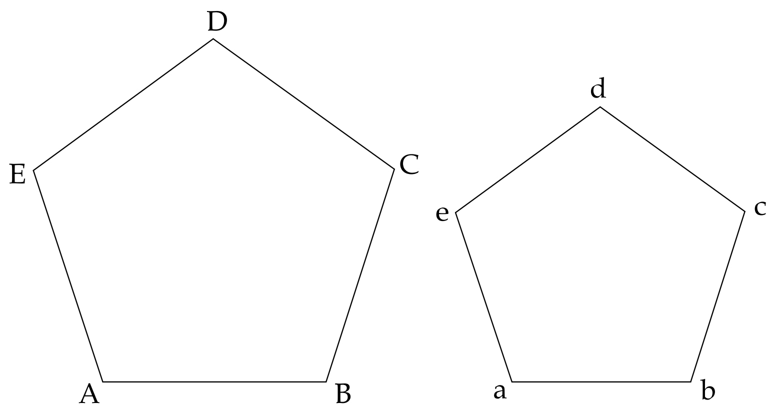


그림2-4[17] : 비례를 이용한 닮은 도형의 작도

예를 들어 어떤 오각형 ABCDE의 닮은 도형 abcde을 그리고자 한다면, 선분 AB를 축소한 ab를 잡은 후, AB의 길이 대 BC의 길이와 같도록 ab의 길이 대 bc의 길이를 잡고 각ABC와 같게 각abc를 놓고, 각DEA와 같은 각dea를, 각DCB와 같은 각dcb가 되도록 기울기를 잡아 점e와 c를 연결하여 만나는 점을 점d로 놓으면 닮은 도형을 작도할 수 있다.

이 방법은 자칫 의심스러울 수 있는데 이는 '두 각이 같은 삼각형은 나머지 한 각도 서로 같다' 그리고 '세 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 그 대응변이 비례한다'는 두 명제를 밝힘으로써 명확히 할 수 있다.

이런 Clairaut의 전개 방식은 Descartes가 주장한 바와 같이 '정신을 질식시킬 정도의'엄밀한 연역적 전개가 아닌 새로운 진리를 발견하는 발견적 방법이라는 점에서 역사 발생의 원리를 구현한다고 할 수 있다. 김흥기[5]는 현행 교육과정은 중학교 2학년에서 부터 증명을 취급하도록 되어 있는데 실제로는 중학교 1학년에서 암암리에 증명이 취급되고 있으며 이는 수학이라는 학문의 특성상 피할 수 없는 문제이긴 하나, 이미 알려져 있는 옳은 사실들에 대한 취급이 상당히 허술하게 취급된 상태에서 이를 증명에 활용하는 것은 문제가 있으며, 중학교 학생들의 수준을 고려해 직관적으로 학생들이 알려진 사실을 받아들이는 것이 바람직하다고 주장하는데 그의 이러한 주장은 직관을 중시한 Clairaut의 생각을 지지한다.

### 3)나선형의 명제 전개

이 책은 Euclid의 [원론]과 같이 어떤 정리나 명제가 관계성 없이 쭉 나열된 것이 아니라 뒤따르는 명제는 앞의 명제에서 파생되거나 그 명제의 확장이다. 즉 어떤 명제는 아무런 근거 없이 불쑥 나타나는 것이 아니라 어떤 문제를 해결해 하는 과정에서 발생한다.

이를 테면 다각형 모양의 토지의 넓이를 알기 위해 삼각형의 넓이를 구해야 했고 그 과정에 대해 다음과 같이 전개한다.

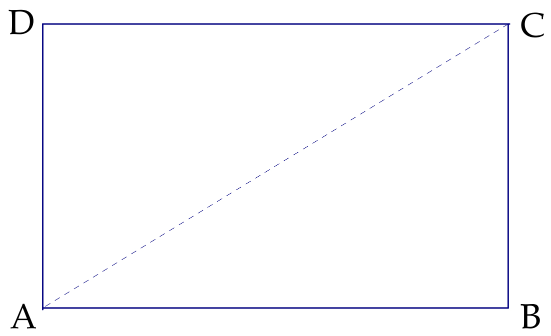


그림2-5[17] : 삼각형의 넓이 구하는 방법

> 우리가 만들어내는 삼각형의 넓이를 구하는 문제이다. 모르는 것을 찾기 위한 가장 확실한 방법은 우리가 알고 있는 것 중에서 알고자 하는 것과 관련된 무언가가 혹시 있는지 탐구하는 것임을 알고 있다. 그런데 모든 직사각형 ABCD의 넓이는 밑변 AB와 높이 CB의 곱과 같음을 이미 보였다. 더욱이 대각선이라 불리는 선분 AC에 의해 가로질러 잘려진 이 도형이 두 개의 같은 삼각형으로 나누어진다는 것을 쉽게 알 수 있고, 이로부터 각각의 삼각형의 밑변 AB나 DC와 높이 CB나 DA의 곱의 반과 같을 것이라고 추론한다.

하지만 측정하려는 모든 삼각형이 그림 2.5의 삼각형 ABC, ADC처럼 서로 수직인 두 변을 갖는 것은 아니다. 그러나 그림 2.6과 같이 임의의 삼각형 ABC의 꼭지점 A로부터 밑변 BC에 수선 AD를 내리면, 삼각형 ABC는 두 개의 직각삼각형 ABD, ADC로 나눌 수 있기 때문에 우리는 어떤 모양의 삼각형이든 직각삼각형으로 환원할 수 있다.

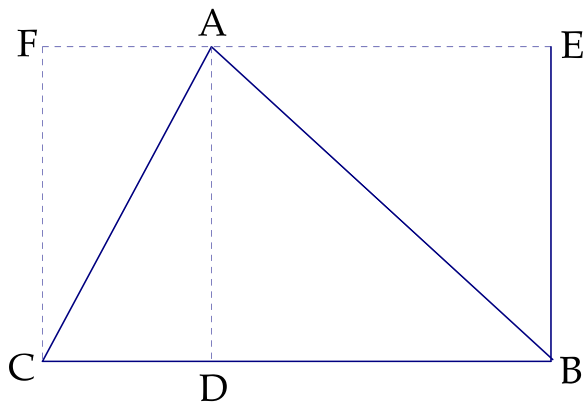


그림2-6[17] : 직각삼각형으로 환원하는 방법

많은 학생들이 기하영역에 나타난 여러가지 정리들을 단순한 알고리즘으로 받아들이고 암기해야 할 대상으로 여긴다. 하지만 이런 알고리즘이나 개념들이 어떻게 발생했고 왜 발생했는지에 대한 의문을 가질 기회를 별로 갖지 못한다. 기하학 원론은 독자들로 하여금 '왜'라는 의문을 일으키는 발문들이 많이 등장하며 이런 의문에 따라 앞의 명제를 확장해 뒤따르는 명제를 발견해 나가도록 한다는 점에서 [원론]과 다르며 역사-발생의 원리에 따른다는 것을 알 수 있다.

### 4) 유추에 의한 수학적 발견

Clairaut의 기하학 원론은 역사 발생적 원리를 주장하는 많은 수학자들이 강조했듯이 연역적 전개 방식이 아닌 귀납적 사고에 의한 귀납적 전개 방식을 따른다. 귀납적 사고란 수학적 대상에 대한 경험을 통해 어떤 추측이나 예측을 구성하고 이를 일반적 법칙이나 명제로 발전시키고자 할 때 사용되는 것이다. 수학에서 다양한 수학적인 경험에서 출발하여 귀납적 사고의 과정을 거

치는 동안 새로운 개념이나 아이디어로 발전하는 경우가 많은데 일반화, 특수화, 유추는 귀납적 추론의 대표적인 도구이다.

유추는 경험적 소재의 계통화 과정에서 빈번히 사용되는 것으로 다른 문제를 해결하기 위해 이미 알고 있는 문제의 결과나 성질, 문제의 해결방법을 생각해내기 때문에 추측을 얻는 생산적 수단이다.

이 책의 많은 부분은 이러한 수학적 유추에 의해 전개 된다.

## 제 V 절　Clairaut의 방법에 의한 교육적 모델

이 절에서는 현재 중학교 3학년 과정인 [9-나]의 기하단원을 중심으로 Clairaut의 역사발생적 원리를 적용하는 교육적 모델을 제시하고자 한다.

### 1) 여러 가지 원의 성질과 그 활용

대부분의 학생들은 원의 정의와 함께 원에서의 반지름, 중심, 호 그리고 원의 넓이공식 정도는 초등학교 때 배우며, 중학생이 되면 활꼴, 부채꼴, 중심각, 활선 등 원과 관련된 다양한 개념과 성질들에 공부한다.

학교 수학에서 이런 모든 과정은 Euclid의 [원론]과 같이 '정의$\Longrightarrow$정리$\Longrightarrow$증명(혹은 문제해결)'의 일련의 과정을 거치며 모든 명제는 증명의 대상이 된다.

Clairaut의 기하학 원론에서 원은 역시 '토지측량'의 과정에서 필요에 의해 등장하게 된다. 다양한 모양의 토지측량에 대해 기술해 나가는 과정에서 먼저 사각형, 삼각형의 넓이를 구하는 것에서 시작해 다양한 모양의 다각형의 넓이를 구하는 방법에 대해 탐구 한다.

그렇지만 토지의 모양이 항상 선분으로 이루어진 다각형일 수 없으며 곡선이 포함된 모양일 경우가 많기 때문에 여기서 원이 등장하고 원의 넓이를 구할 필요성이 발생한다는 것이다.

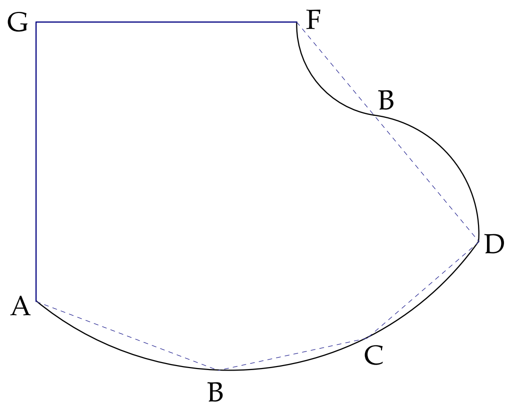


그림2-7[17] : 곡선이 포함된 모양의 토지

그림처럼 곡선 모양의 토지라 할지라도 이를 약간의 보조선을 이용해 다각형 형태로 그 넓이를 구할 수도 있지만 좀더 완전한 답을 찾으려면 결국 원을 아주 많은 부분으로 나누어야 할 것이다. 이런 어려움을 피하고, 좀더 엄밀한 방법을 찾으려는 노력으로 지금의 원의 넓이를 구하는 방법에 도달한다.

그러나 구해야 하는 토지의 모양이 항상 원이거나 원의 일부인 것은 아니다. 만약 땅의 모양이 그림 2-8과 같다면 주어진 호를 원의 일부로 하는 원의 중심을 알아야 할 것이다.

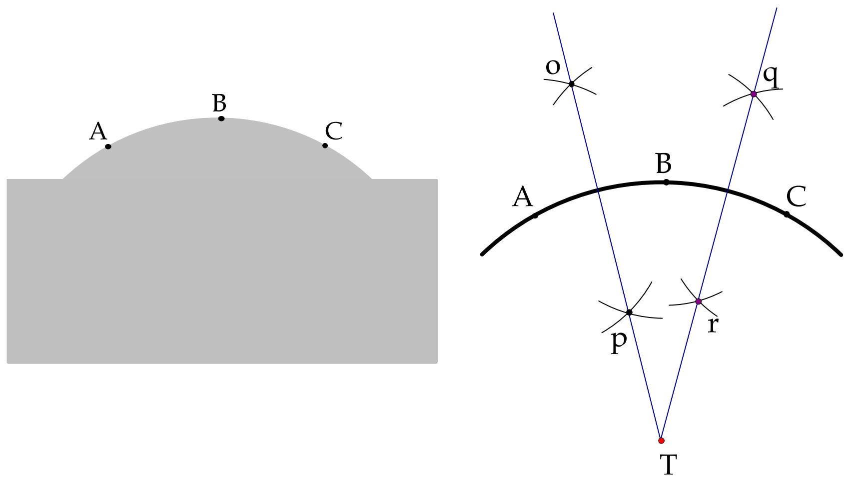


그림2-8[17] : 세 점을 지나는 원의 작도

그림 2-9에서 볼 수 있듯이, 일직선 상에 놓이지 않은 세 점이 주어진다면, 항상 세 점을 하나의 호로 연결할 수 있으며 같은 의미로 세 점을 삼각형으로 하는 삼각형에 외접원을 그릴 수 있다.

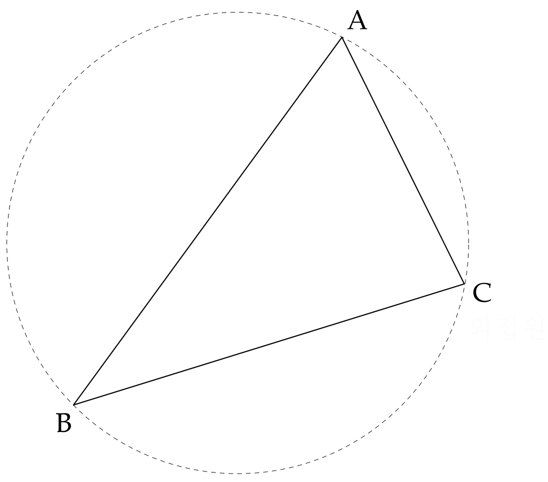


그림2-9[17] : 세 점을 지나는 삼각형의 외접원

외접원과 함께 우리가 중학교 도형 영역에서 학습하는 많은 원의 성질의 정리들이 발생하게 되는데, 역시 연역적 증명이 아닌 초보자가 죽 읽어내려가며 이해할 수 있도록 전개된다.

‘지름에 대한 원주각의 크기는 90이다.’의 명제에 대한 그의 설명은 다음과 같다.

밑변 AB에 대하여 높이가 점점 낮아지게 다른 삼각형을 그려가다 보면, 그림 2.10과 같이 밑변 AB의 대응각 ACB의 크기가 커짐에 따라 외접원의 위치가 바뀌게 된다.

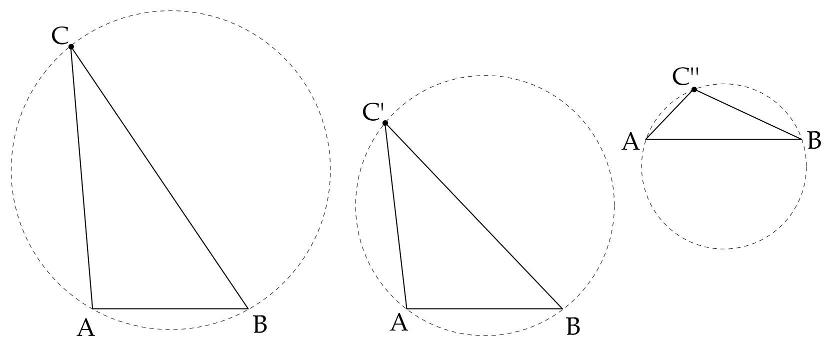


그림2-10[17] : 삼각형의 높이에 따른 외접원의 위치 변화

이 때, 원의 중심이 변 AB위에 놓이게 되면 아래 그림과 같이 삼각형 ABC‴가 그려지게 되고, AO와 OB는 원 O의 반지름이므로 AB는 원의 지름이 된다. 여기서 OC‴도 원 O의 반지름이므로 세 선분의 길이는 같다.(AO=OB=OC‴) 즉, 삼각형 AOC‴와 삼각형 C‴OB는 각각 이등변 삼각형이 되어, 각 C‴AO와 각 AC‴O는 서로 같고, 각 BC‴O와 각 C‴BO는 서로 같다.

삼각형의 내각의 합은 180°이므로 각 AC‴B는 직각이 된다.

즉, 그림 2.11과 같이 두 꼭지점이 지름의 양끝에 있고(지름을 한 변으로 하고) 다른 한 점은 원 위에 있는 삼각형을 그리면 이 삼각형은 원에 내접하는

직각 삼각형이 된다.

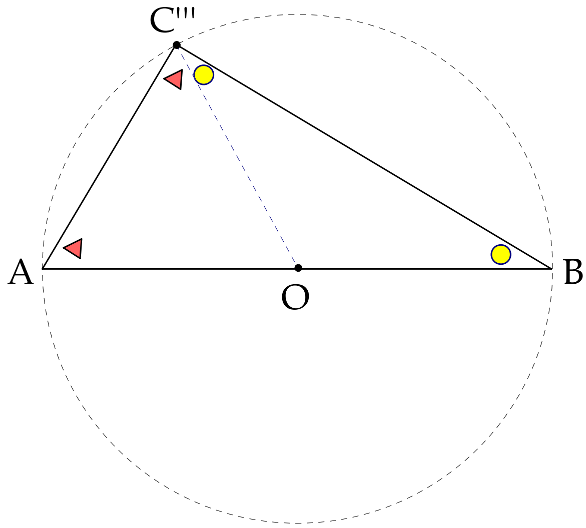


그림2-11[17] : 지름을 한변으로 하는 삼각형

원의 내부에서 지름을 한변으로 하는 하는 원주각은 항상 직각임을 알게 되었다. 그렇다면 한 호에 대한 원주각의 크기는 어떨까? 자연스럽게 학습자는 이에 대한 의문을 가지게 될 것이다.

호 AB의 중점 D와 원의 중심을 연결하자.(그림 2-12) 선분 AB를 한 변으로 하는 삼각형 ABC와 ABO는 이등변삼각형이고, 삼각형 CAO와 COB는 합동이다. 이 때, 원의 반지름의 성질에 의해 삼각형 AOC는 이등변 삼각형이므로 각 ACO와 각 CAO는 서로 같고 삼각형의 성질에 의해서 각 AOD는 각 ACD의 두 배이다. 같은 방법으로 각 BOD는 각 BCD의 두배이다. 즉, 원주각 ACB는 중심각 AOB의 반이된다.

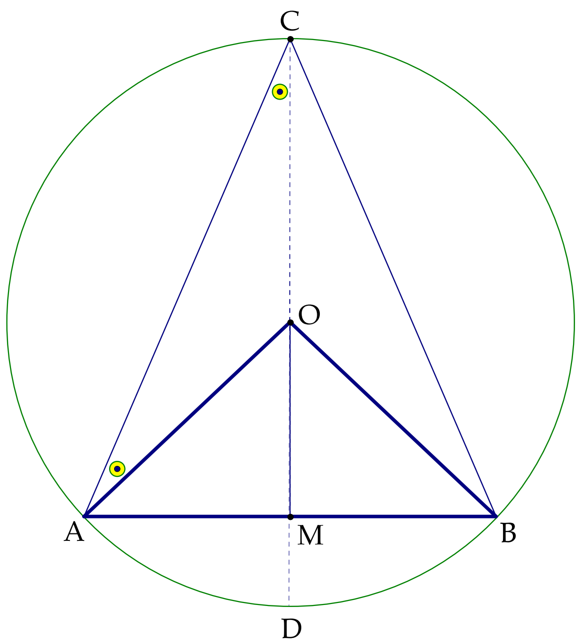


그림2-12[17] : 중심각의 크기는 원주각 크기의 2배

이처럼 기하학 원론의 원은 처음엔 토지측량의 필요에 의해 발생하고 점차 원의 여러가지 성질을 발견해 나가는 과정을 거치게 되는데 정의를 제시 후, 여러가지 원의 성질을 제시해 이들 간의 아무런 연관성을 발견할 기회를 가지지 못한 체 단순히 암기한 원의 성질들을 이용해 문제를 풀 게 하는 방식보다는 학생들의 흥미를 유발 할 수 있으며 원의 여러가지 성질에 대한 필요성을 알 수 있게 된다.

## 2) 피타고라스의 정리

중학교 수학에서 학생들이 처음으로 접하는 이름이 붙은 정리는 피타고라스의 정리이다. 학생들은 이 생소한 이름의 정리를 이용해 미지의 길이를 구할 수 있음을 경험하는 한편 [증명]이라는 커다란 과제를 떠안게 된다.

이런한 증명의 과정을 학생 스스로 발견할 수 있도록 수업을 진행하려면 교과서의 방법만으로는 부족할 것이다. 단순히 직각삼각형의 각 변에 정사각형을 그려 본 후 넓이들을 구하는 것만으로는 이 위대한 정리를 발견했다고는 할 수 없을 것이다[21].

피타고라스 정리에 대한 명제는 먼저 두 정사각형과 같은 넓이의 하나의 정사각형을 작도하는 것에서 시작된다. 합동인 두 정사각형 ABCD와 CDFE가 있다고 하자. 이때, △ ACF와 □ ABCD는 넓이가 같다.

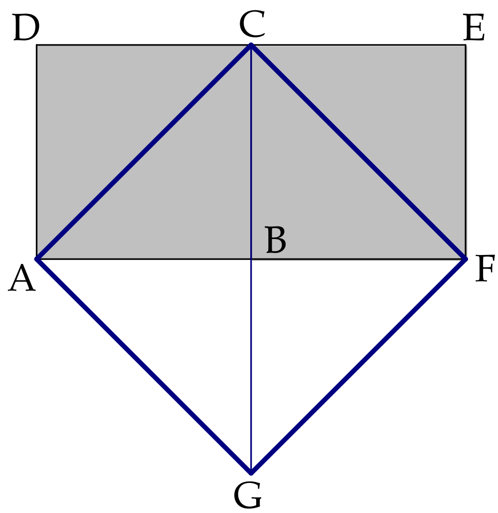


그림2-13[17] : 합동인 두 정사각형의 넓이의 합과 같은 정사각형

따라서, 다른 두 삼각형 DCA와 CEF를 AF의 아래로 옮김으로써, 변 AC가 정사각형 ABCD의 대각선이고 넓이는 주어진 두 정사각형의 넓이의 합과 같은 정사각형 ACFG를 만들 수 있다.

이제 합동이 아닌 두 정사각형 ABCd, CFEf의 합과 넓이가 같은 하나의 정사각형을 만들어 보자.

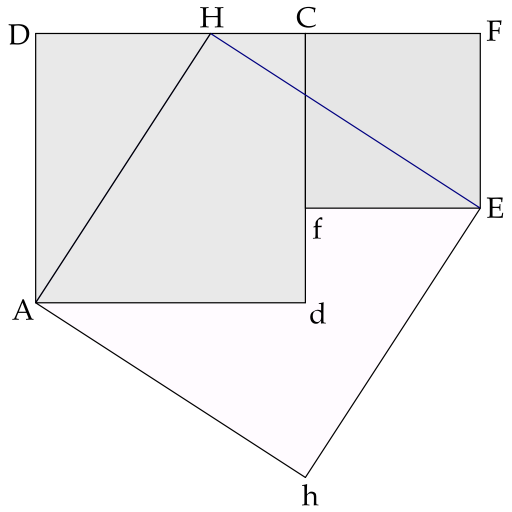


그림2-14[17] : 합동인 두 정사각형의 넓이의 합과 같은 정사각형

앞에서 같은 두 정사각형의 합과 같은 하나의 정사각형을 만드는 방법에 착안해서 Cd를 CF의 길이만큼 연장해 점 h를 놓으면 dh는 CF와 길이가 같아진다. Ad와 AD, dh와 DC는 서로 같고, 각ADH와 각Adh는 직각이므로 △ADH와 △Adh는 서로 합동이다. 같은 이유로 △EFH와 △Efh도 합동이다. 그러므로 □AdCD와 □feFC의 넓이의 합은 □AhEH의 넓이와 같게 된다.

위의 그림2-14으로 "직각삼각형의 빗변은 세변 중 가장 긴 변이다. 빗변을 한 변으로 하는 정사각형은다른 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 합과 같다.(피타고라스의 정리)"라는 명제를 보일 수 있다.

△ADH는 직각삼각형이고, △ADH의 변 AD를 한 변으로 하는 정사각형 AdDC와 직각삼각형 ADH의 다른 변DH는 CF와 길이가 같으므로 정사각형으로 CFfE는 변 DH를 한 변으로 하는 정사각형이다. 이 때, 빗변 AH를 한 변으로 하는 정사각형 AhEH는 두 정사각형 AdCD와 CFfE의 합과 같은 사각형이므로 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변을 한 변으로 하는 두 정사각형의 합과 같은 빗변을 한 변으로 하는 정사각형이 된다.

즉, 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 정사각형으로 만드는 간단한 방법이 유도된다.

그림 2-14처럼 두 정사각형을 나란히 놓지 않고 직각으로 놓으면 두 정사각형의 넓이를 하나의 정사각형을 간단히 합할 수 있다.

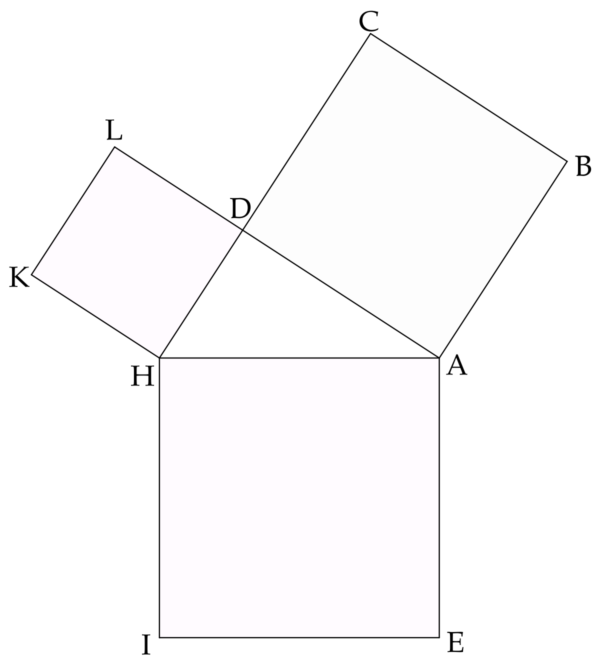


그림2-15[17] : 피타고라스의 정리

그렇다면 직각삼각형의 세 변이 세 개의 닮은 도형의 밑변이 된다면 빗변 위에 만들어진 도형은다른 두 도형의 합과 같을까?

닮은 두 도형 DAFGM과 DHPON의 넓이의 합과 같은 도형을 만들고자 한다면 이 두 도형의 밑변AD와 HD를 각각 ADH의 두 변 위에 놓기만 하면 된다. 그러면 삼각형 ADH의 빗변 AH는 구하는 도형의 밑변이 된다.

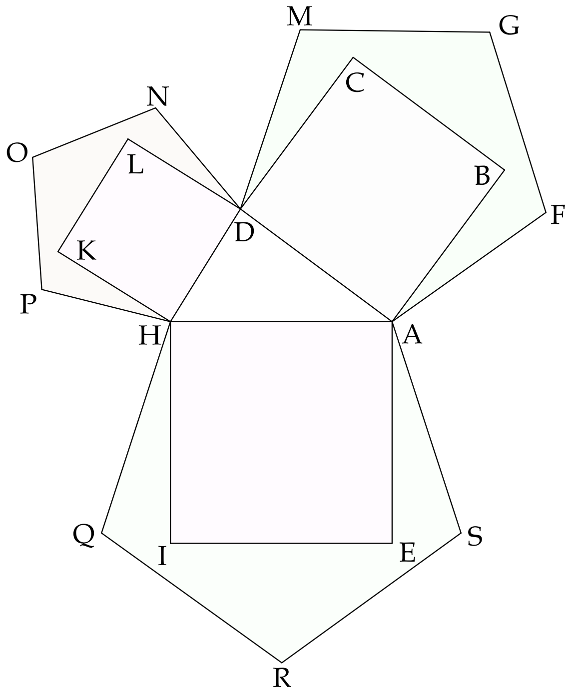


그림2-16[17] : 정사각형이 아닌 정오각형에서의 피타고라스 정리

앞에서 정사각형 AHIE는 다른 두 정사각형 ABCD, DHKL의 합과 같음을 보였다. 그런데 닮은 도형의 넓이비는 대응변의 정사각형의 비와 같으므로 세 정사각형 ABCD, DHKL, AHIE의 정오각형 DAFGM, DH-PON, AHQRS에 대한 비는 같다. 이로부터 정오각형 AHQRS가 정오각형 DAFGM, DHPON의 합과 같다.

### 3) 교육적 모델로 부터 기대되는 효과

7차 교육과정 개정안에서 전면적으로 내세우는 바와 같이 현재 중학교 수학과 교육과정의 목표는 직관과 통찰 등의 수학적 경험을 통한 발견학습과 학생의 능동적인 수학적 지식의 이해 그리고 실생활 수학을 수학적 상황으로 변

환할 수 있는 수학적 힘과 의사소통 능력의 신장이다. 이러한 수학적 사고력을 신장하기 위해서 수학과 수업에 있어서 교사는 학생의 특성을 고려한 발문을 적극적으로 활용하고, 학생들이 발견할 수 있는 기회를 제공하도록 노력해야 할 것이다.

최승현·황혜정의 연구보고서[20]에 따르면 29.1%의 교사들이 교사용 지도서에 제시된 수업 목표를 따르지 않는 이유로 학생들의 흥미와 관심을 고려하기 위해서라고 답변했으며, 12.1%의 교사들이 수학적 지식보다 수학의 문제해결 과정이나 태도에 중점을 두기 위해서라고 답변했다. 이는 많은 교사들이 과거의 전달식 수학 수업 방식에서 벗어나기 위해서 노력하고 있다는 점을 시사한다.

기하영역에서 교사들은 기하학원론의 전개 방식을 적극 사용할 수 있다. 학생들은 Clairaut가 기하학 원론을 전개해 나가는 과정을 좇아감으로써, 단순히 단어를 암기하듯 정의를 기억해 나가는 것이 아니라 정의가 왜 출현했으며 어떻게 명제들이 생겨나가는지를 자연스럽게 배울 수 있을 것이다. 토지측량이라는 인간의 필요에 의해 도형이 발생했으며 원 또한 같은 이유로 발생한다. 원의 여러가지 성질들 또한 단순히 명제들을 암기해 문제풀이를 위해 활용하는 것이 아니라 원의 성질 또한 토지 측량 과정에서 발생하게 된다. 학생들은 이러한 과정들을 토지측량이라는 문제를 해결해 나가는 과정에서 스스로 발견할 수 있는 기회를 갖게 되는 것이다.

피타고라스의 정리를 소개하고 증명하기에 앞서, 두 정사각형의 합과 같은 하나의 정사각형을 어떻게 만들 수 있을지 생각해 보고, 도형의 닮음을 배우기에 앞서 축도나 확대도를 그릴 필요가 있는 실생활 문제로부터 출발할 필요성을 일깨워 준다[18].

이런 발견의 과정을 직접 경험함으로써 학생들은 수학적 지식은 어느날 갑자기 극소수의 천재들에 의해 생겨난 것이 아니라 여러 단계의 시행착오와 사고과정 속에서 발생했다는 것을 알 수 있다.

# 제 3 장 결 론

Euclid의 [원론]은 2000년 이상 기하수업의 교재로 그 자리를 굳건히 해오고 있다. 많은 사람들이[원론]의 엄밀성에 감탄하는 만큼 기하에 익숙하지 않은 학생들에게 흥미를 유발시키지 못한다는 지적을 한다.

Clairaut의 기하학 원론은 Euclid의 [원론]에 어려움을 느끼는 사람들을 위해 만들어진 책으로 역사 발생적 원리에 따른다. 역사 발생적 원리란 수학자들이 발견을 위해 경험했던 과정을 그대로 재현하는 것으로, 완성된 정리를 제시한 후 이를 수학적 정당성과 엄밀성을 내세워 연역적 증명을 통해 전개하는 것이 아니라 명제가 어떤 필요에 의해 발생했으며 다음 정의나 정리가 파생되어 가는 과정을 재현한다.

이를 통해 독자들은 스스로 원리를 깨우치고 다음 명제의 근거를 찾게 된다. 이런 일련의 과정은 Polya의 발견학습과도 일맥 상통한다고 할 수 있다. 먼저 Clairaut는 토지측량을 위해 선분에 대한 정의를 내린 후 사각형의 넓이, 삼각형의 넓이, 다각형의 넓이, 도형의 닮음, 원, 원주율, 원의 넓이, 입체도형, 부피의 순으로 내용을 전개해 나가는데 모든 개념의 앞의 개념의 문제를 해결하는 과정에서 파생되어 가는 것으로 실생활에 관련된 것들이다.

사실 이 책에 있는 명제들은 모두 [원론]에도 나온 것들이지만 Euclid의 것과는 다른 방식으로 타당성을 입증한다. 독자로 하여금 쉽게 기하학의 명제를 이해하고 실용성을 인식할 수 있도록 구성되었다.

Clairaut 자신도 책의 머리말에 밝힌 바와 같이 논리적인 엄밀성과 기본적인 원리들의 부재가 이 책에 가해질 비판이겠지만 바로 이 점이 독자들을 흥미롭게 하는 면일 것이다. 기하 학습의 초보자들은 수학은 특별한 천재들만의

것이 아니라 수학 또한 다른 모든 학문들처럼 인류의 필요에 의해 생긴 학문임을 알 수 있으며, Clairaut가 행한 발견의 과정을 직접 체험해 나가는 동안 기하에 흥미를 갖게 될 것이다.

현대 사회가 가장 요구하는 능력은 문제해결 능력이며 제7차 수학과 교육과정에서도 주어진 상황의 문제를 해결해 나가는 수학적 힘을 강조하고 있다. 문제해결능력의 핵심은 사고능력이라고 해도 과언이 아닐 것이다. 수학자 Polya는 문제해결과 발견술에 대한 많은 연구를 했으며 교실안의 교사의 역할에 대해서도 많은 변화를 촉구했다.

Clairaut의 기하학 원론에 따른 학습은 분명 Polya의 역사 발생적 원리에 따른 학생 주도적인 발견 학습관과 무관하지 않다. Clairaut는 문제상황을 해결하기 위해 그림 그리기, 유추하기, 보조선 긋기, 문제 변형하기, 규칙성 찾기, 단순화하기, 분해와 재결합하기 등의 전략을 사용했으며 기존의 지식을 지속적으로 확장해 나갔다. Clairaut가 했던 것처럼 어떤 새로운 명제를 학습하는데 전 단계의 명제를 토대로 여러 가지 문제해결 전략을 이용한다면 현대 사회의 요구에 맞는 문제해결능력을 스스로 키워나갈 수 있을 것이다.

Clairaut의 기하학 원론을 통해 기하영역을 단순한 암기로 여기던 학생들에게 수학의 발견은 역사 속에 있으며 인간의 필요에 의해 발전한 학문임을 알 수 있다. 그리고 수학을 몇몇 천재들이 어느 날 갑자기 발견한 것이 아니라, 끊임없는 오류와 개선을 거쳐 발달해 온 학문으로 받아들이고 수학에 대한 흥미와 자신감을 가지는데 도움이 될 것이다.

본 논문은 Clairaut의 기하학 원론을 고찰해 봄으로써 Euclid의 [원론]과의 차이점을 탐구하고 이어서 현대 수학과의 연결고리를 찾아 보았으며 학교수학에의 적용방안을 조금이나마 모색해 보았다. 끝으로 Clairaut가 가졌던 의문과 발견의 과정을 Polya의 발견술을 통해 ·학습과정에 적용해 학생들의 문제 해결력을 신장시키고 학교수학의 효율성을 최대화시키는데 이용하길 기대해 본다.

# 참고 문헌


[1] 강옥기 외 2인, **중학교 수학 9-나**, (주)두산, (2003).

[2] 강행고 외 9인, **중학교 수학 9-나**, (주)중앙교육진흥연구소, (2003).

[3] 고성은 외 5인, **중학교 수학 9-나**, (주)블랙박스, (2003).

[4] 교육부, 제7차 수학과 교육과정 개정안, 교육부고시 제 1997-15호, (1997).

[5] 김흥기, *중학교 수학에서 기하 내용 취급에 관한 연구*, 대학수학교육학회 제14권 제1호, (2004) 111-127.

[6] 민세영, *역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구*, 대학수학교육학회 제12권 제3호, (2002) 409-424.

[7] 박윤범 외 3인, **중학교 수학 9-나**, 대한교과서(주), (2003).

[8] 배종수 외 7인, **중학교 수학 9-나**, 한성 교육연구소, (2003).

[9] 신성균 외 7인, *수학과 교육과정 개선 방안 연구*, 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2005-6, (2005).

[10] 우정호, **학교 수학의 교육적 기초 제2판**, 서울대학교출판부, (2007).

[11] 우정호 역(G.Polya 저), **어떻게 문제를 풀 것인가?**, 천재교육, (1997).

[12] 이계송, *수학사를 도입한 고교 수업방안 제시*, 한양대 교육대학원 석사학위 논문, (2000).

[13] 이미경 외 6인, *PISA 2003 결과 분석 연구*, 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2004-2-1, (2004).

[14] 이준열 외 4인, **중학교 수학 9-나**, (주)도서출판 디딤돌, (2003).

[15] 임성미, *수학사를 활용한 수업지도 방안 연구*, 홍익대학교 석사학위 논문, (2007).

[16] 양영오 외 역(칼B. 보이어 저), **수학의 역사**, 경문사, (2000).

[17] 장혜원 역(A.C Clairaut 저), **클레로의 기하학 원론(Elements De Geomety)**, 경문사, (2005).

[18] 장혜원, *Clairaut의 [기하학 원론]에 나타난 역사발생적 원리에 대한 고찰*, 대한수학교육학회 제13권 제3호, (2003) 351-364

[19] 최용준, **중학교 수학 9-나**, (주)천재교육, (2003).

[20] 최승현·황혜정, *제7차 수학과 교육과정 운영에 관한 실태 분석 연구*, 대한수학교육학회지 제7권 제2호, (2005) 193-219.

[21] 한대희, *피타고라스 정리와 증명의 발견 과정 재구성*, 대한수학교육학회 제4권 제3호, (2002) 401-414.

[22] 황석근 외 1인, **중학교 수학 9-나**, 한서 출판사, (2003).

[23] Freudenthal, **Mathematics as an Educational Task**, D.Reidel Publishing Company, (1973)

[24] Thomas L. Heath, **Euclid The Thirteen Books of The Elements**, Dover, 2ed(1956)

[25] Toeplitz, **The Calculus-A Genetic Approach**, The University of Chicago Press, (1967)

[26] http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Indexes/HistoryTopics.html

# ABSTRACT

## A Study on the Histo-Genetic Principle in [Elements De Geometry] by Clairaut

Keum, Yunjo
Major in Mathematics Education
The Graduate Schollo of Education
Sungshin Women's University
Supervised by Professor Kang, Byunggae Ph.D.

The mathematical education in the 21st century focus on learning and evaluating the coming of mutual understanding, development of logical reasoning and problem solving.

The purpose of the 7th Korean curriculum is to obtain mathematical knowledge, improve ability to think mathematically and to solve many problems related with real life.

[Elements of Geometry] by A.C Clairaut is the first geometry textbook based on the historico-genetic principle against the logico-deduction method of Euclid's [Elements].

This paper aims to recognize Claraut's historico-genetic principle by inquiring into this book and to search for its applications to junior high school geometry in mathematics.

In addition, I suggest the two useful propositions which is following [Elements of Geometry] that may help to reach the purpose of the 7th Korean curriculum.